

# 主动悬架耗散控制系统仿真与分析

于显利<sup>1,2</sup>, 刘顺安<sup>2</sup>

(1. 吉林大学 地球探测科学与技术学院, 长春 130026; 2. 吉林大学 机械科学与工程学院, 长春 130022)

**摘要:** 建立主动悬架半车四自由度模型,应用耗散系统理论设计了主动悬架严格( $Q, S, R$ ) - 耗散状态反馈控制器,使用 Matlab/Simulink 对系统模型进行仿真,使用时域和频域方法分析了车身垂直加速度、俯仰角加速度、悬架动行程和轮胎动位移 4 项指标,与被动悬架做了对比分析. 仿真结果表明,使用严格耗散控制器的主动悬架在改善车辆乘坐舒适性和行驶平顺性方面效果明显.

**关键词:** 主动悬架; 半车模型; 耗散状态反馈控制; 仿真

**中图分类号:** TP 271.9

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0254 - 0037(2012)01 - 0039 - 06

## Simulation and Analysis of the Dissipative Control System of an Active Suspension

YU Xian-li<sup>1,2</sup>, LIU Shun-an<sup>2</sup>

(1. College of Geo-Exploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China;

2. College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** A half-car active suspension system model with four degrees of freedom is established and a strictly ( $Q, S, R$ )-dissipative state feedback controller is designed based on the dissipative system theory. The system based on Matlab/Simulink environment is simulated and four performance indexes such as body acceleration, pitch angle acceleration, suspension dynamic travel and tire dynamic deflection are compared between the active and passive suspensions. The simulation is achieved by the method of time domain and frequency domain. Results show that, the riding comfort performance and smoothness of traveling movement of the vehicle are evidently improved by using the active suspension with a strictly dissipative controller.

**Key words:** active suspension; half-car model; dissipative state feedback control; simulation

主动悬架自从 20 世纪 60 年代被提出以来,一直是研究人员的研究热点. 主动悬架是指在悬架系统中采用有源控制元件组成的一个闭环控制系统,根据车辆的行驶状态和路面状况主动做出反应,以抑制车身的振动和摆动,提高车辆乘坐的舒适性、行驶平顺性和操纵稳定性<sup>[1]</sup>. 设计主动悬架的实质是设计主动悬架的控制算法. 对于主动悬架的控制问题,至今已经在不同的理论框架下提出了很多方法,比如 LQG 控制<sup>[2]</sup>、多目标优化控制<sup>[3]</sup>、模糊控制<sup>[4]</sup>

等. 本文在耗散控制理论框架下,将耗散状态反馈控制器和主动悬架作动器相结合,使用 Matlab/Simulink 软件对半车四自由度悬架系统做仿真研究,通过时域和频域方法分析仿真结果得出该主动悬架的性能优于被动悬架.

### 1 主动悬架系统模型

本文考虑如图 1 所示的主动悬架四自由度半车模型,相对于简单的二自由度 1/4 车体模型,它能较

收稿日期: 2009-08-30.

基金项目: 吉林大学“985”基金资助项目(450022102002).

作者简介: 于显利(1980—),男,讲师,主要从事稳定平台及其控制技术方面的研究, E-mail: yuxianli@jlu.edu.cn.

好地研究前后悬架的参数匹配关系,较好地分析车身垂直方向和纵向的运动情况. 图1中,  $m_s$  表示半车簧上质量;  $m_{u1}, m_{u2}$  分别表示前、后悬架的非簧上质量;  $k_{s1}, k_{s2}$  分别表示前、后悬架的悬架刚度;  $c_{s1}, c_{s2}$  分别表示前、后悬架的阻尼系数;  $k_{t1}, k_{t2}$  分别表示前、后悬架的轮胎等效刚度;  $z_c$  和  $\theta$  分别表示车辆悬架质量重心处的垂直位移和俯仰角;  $z_{si}, z_{ui}$  和  $z_{ri} (i = 1, 2)$  分别表示前、后悬架的簧上质量、非簧上质量和路面的垂直位移;  $l_f$  和  $l_r$  分别表示重心到前轴的距离和重心到后轴的距离;  $I_\theta$  表示半车转动惯量;  $u_1$  和  $u_2$  分别表示前、后悬架的主动控制力输入. 具体仿真参数数值见表1.

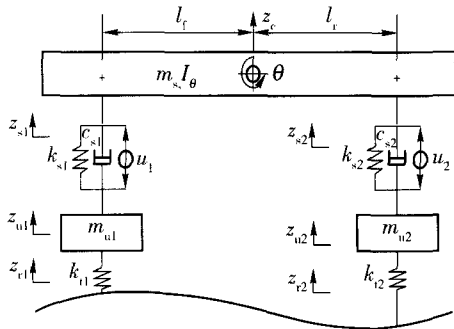


图1 半车主动悬架模型图

Fig. 1 Schematic diagram of the half-car model with an active suspension system

表1 半车模型仿真参数

Table 1 Simulation parameters of the half-car model

参数	数值	参数	数值
$m_s/\text{kg}$	690	$I_\theta/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	1 222
$c_{s1}/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1	$c_{s2}/(\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$	1
$k_{s1}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	18	$k_{s2}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	22
$m_{u1}/\text{kg}$	40	$m_{u2}/\text{kg}$	45
$k_{t1}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	200	$k_{t2}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$	200
$l_f/\text{m}$	1.3	$l_r/\text{m}$	1.5

半车系统针对半车簧上质量垂直位移、车身俯仰角和前、后悬架非簧上质量垂直位移的简化动力学微分方程为

$$M_s \ddot{q} = G C_s (\dot{z}_u - \dot{z}_s) + G K_s (z_u - z_s) + G U \quad (1)$$

$$M_u \ddot{z}_u = C_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + K_s (z_s - z_u) + K_t (z_r - z_u) - U \quad (2)$$

其中,  $q = [z_c \ \theta]^T$ ;  $z_u = [z_{u1} \ z_{u2}]^T$ ;  $z_s = [z_{s1} \ z_{s2}]^T$ ;  $z_r = [z_{r1} \ z_{r2}]^T$ ;  $U = [u_1 \ u_2]^T$ . 式(1)、(2)中矩阵系数的具体含义为

$$M_s = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, M_u = \begin{bmatrix} m_{u1} & 0 \\ 0 & m_{u2} \end{bmatrix},$$

$$C_s = \begin{bmatrix} c_{s1} & 0 \\ 0 & c_{s2} \end{bmatrix}, K_s = \begin{bmatrix} k_{s1} & 0 \\ 0 & k_{s2} \end{bmatrix},$$

$$K_t = \begin{bmatrix} k_{t1} & 0 \\ 0 & k_{t2} \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -l_f & l_r \end{bmatrix}.$$

显然,  $M_s$  和  $M_u$  可逆, 由于前、后悬架簧上质量的垂直位移可表示为

$$z_{s1} = z_c - l_f \sin \theta \approx z_c - l_f \theta$$

$$z_{s2} = z_c + l_r \sin \theta \approx z_c + l_r \theta$$

所以  $z_s$  和  $q$  在动力学上满足  $z_s = G^T q$ .

图1中, 半车系统的路面随机输入  $z_r$  可用积分白噪声近似建模<sup>[5]</sup>,  $z_r = 2\pi \sqrt{G_0 V_0} w$ , 其中,  $G_0$  为路面不平度系数;  $V_0$  为车辆前进的速度;  $w = [w_1 \ w_2]^T$  为零均值高斯白噪声.

选取状态向量

$$x = [\dot{q}^T \ (z_s - z_u)^T \ (z_u - z_r)^T \ \dot{z}_u^T]^T \in \mathbf{R}^8,$$

在评价半车乘坐舒适性、行驶平顺性和操纵稳定性时, 有4项指标很重要, 即: 车身垂直加速度、车身俯仰角加速度、悬架动行程和轮胎动位移, 故选取被控输出向量

$$y = [\dot{q}^T \ (z_s - z_u)^T \ (z_u - z_r)^T]^T \in \mathbf{R}^6,$$

由式(1)和(2), 四自由度半车主动悬架的状态空间模型描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 U \\ y = Cx + D_1 w + D_2 U \end{cases} \quad (3)$$

其中各项系数矩阵为 ( $0_2$  和  $I_2$  分别表示2阶的0矩阵和单位阵)

$$A = \begin{bmatrix} -M_s^{-1} G C_s G^T & -M_s^{-1} G K_s & 0_2 & M_s^{-1} G C_s \\ G^T & 0_2 & 0_2 & -I_2 \\ 0_2 & 0_2 & 0_2 & I_2 \\ M_u^{-1} C_s G^T & M_u^{-1} K_s & -M_u^{-1} K_t & -M_u^{-1} C_s \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0_2 \\ 0_2 \\ -2\pi \sqrt{G_0 V_0} I_2 \\ 0_2 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} M_s^{-1} G \\ 0_2 \\ 0_2 \\ -M_u^{-1} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -M_s^{-1} G C_s G^T & -M_s^{-1} G K_s & 0_2 & M_s^{-1} G C_s \\ 0_2 & I_2 & 0_2 & 0_2 \\ 0_2 & 0_2 & I_2 & 0_2 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0_2 \\ 0_2 \\ 0_2 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} M_s^{-1} G \\ 0_2 \\ 0_2 \end{bmatrix}$$

## 2 主动悬架耗散控制器设计

对线性系统,有

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w \\ y = Cx + D_1 w \end{cases} \quad (4)$$

其中  $w$  是满足  $L_2[0, \infty)$  的随机信号.

本文研究的供给率为

$$s(w, y) = \langle y, Qy \rangle_T + 2 \langle y, Sw \rangle_T + \langle w, R w \rangle_T \quad (5)$$

式中,  $Q, S, R$  是适维实数矩阵;且  $Q, R$  是对称矩阵, 假设  $Q \leq 0^{[6]}$ .  $\langle a, b \rangle_T$  表示积分  $\int_0^T a^T(t)b(t)dt$ . 当

$$\begin{bmatrix} XA^T + AX + W^T B_2^T + B_2 W & B_1 - X C^T S - W^T D_2^T S & X C^T (-Q)^{1/2} + W^T D_2^T (-Q)^{1/2} \\ B_1^T - S^T C X - S^T D_2 W & -R - D_1^T S - S^T D_1 & D_1^T (-Q)^{1/2} \\ ((-Q)^{1/2} C X + (-Q)^{1/2} D_2 W & (-Q)^{1/2} D_1 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

则状态反馈增益矩阵  $K = WX^{-1}$ . 对  $(Q, S, R)$  参数的具体分析见文献[7].

## 3 计算机仿真与结果分析

使用表 1 的半车仿真参数,对半车主动悬架系

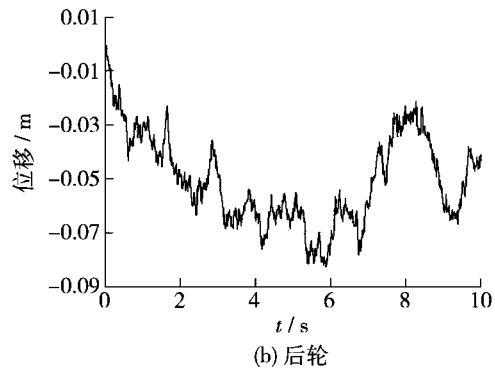
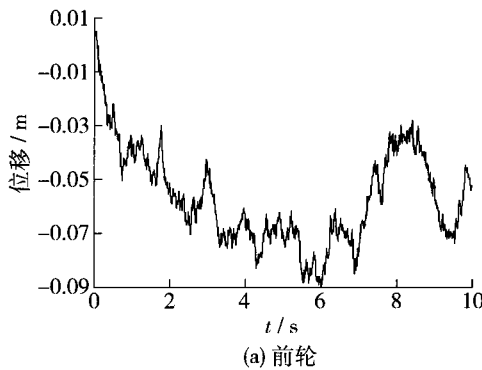


图 2 随机路面输入  
Fig.2 Random road input

为了更好地看出耗散控制器主动悬架在车辆乘坐舒适性、行驶平顺性和操纵稳定性上的改进,与被动悬架在车身加速度、车身俯仰角加速度、悬架动行程和轮胎动位移上进行逐一比较和分析. 在选取供给率参数  $Q, S, R$  的过程中发现,车身垂直加速度、车身俯仰角加速度、悬架动行程和轮胎动位移之间存在一定的限制关系,比如减小车身垂直加速度往往会增加轮胎的动位移. 因此,在设计主动悬架控制器时不能单独强调某个指标而忽略了其他指标,应该在综合考虑这 4 个指标情况下去选择一个折中

$$K = \begin{bmatrix} -9\ 829 & 12\ 745 & -60\ 405 & 5\ 341 & -54\ 199 & 5\ 174 & -353 & -113 \\ -7\ 468 & -12\ 110 & 6\ 727 & -40\ 527 & -279 & -43\ 560 & -62 & -403 \end{bmatrix}$$

使用 Matlab/Simulink 软件构建了基于耗散状态反馈控制器的主动悬架的仿真模块图(见图 3),使

式(4)系统对式(5)供给率是严格耗散的,称式(4)系统是严格  $(Q, S, R)$  耗散的.

本文引用文献[7]的耗散控制器设计方法,即对式(3)系统,如果存在  $U = Kx$ , 其中  $K = [k_1^T \ k_2^T]^T \in R^{2 \times 8}$ ,使闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_2 K)x + B_1 w \\ y = (C + D_2 K)x + D_1 w \end{cases}$$

对供给率  $s(w, y)$  是严格耗散的充分条件是:

存在 1 个正定矩阵  $X$  和 1 个适维矩阵  $W$ , 满足线性矩阵不等式

统进行仿真. 首先在 Matlab/Simulink 环境下对随机路面输入进行仿真,取路面不平度系数  $G_0 = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{周期}$ ,车速  $V_0 = 20 \text{ m/s}$ ,由于轴距  $(l_f + l_r)$  等于  $2.8 \text{ m}$ ,车速恒定,所以后轮比前轮滞后  $0.14 \text{ s}$ ,得到图 2 所示的前、后车轮的路面输入时域图.

的方案,使系统的综合性能为最优.

通过反复调整  $Q, S, R$  参数,发现选择下面的参数时悬架系统的综合控制效果较好:

$$Q = -\text{diag}\{0.25, 0.25, 625, 625, 1, 1\}$$

$$R = \text{diag}\{5\ 500, 5\ 500\}$$

$$S = \begin{bmatrix} 10 & 10 & 0.5 & 0.5 & 0.1 & 0.5 \\ 10 & 10 & 0.5 & 0.5 & 0.1 & 0.5 \end{bmatrix}^T$$

其中  $\text{diag}\{\}$  表示对角矩阵. 其他仿真参数见表 1,最后求出状态反馈增益矩阵为

用时域方法和频域方法对模型的输出数据进行了仿真计算,得到主、被动悬架各性能对比图,见图 4~7.

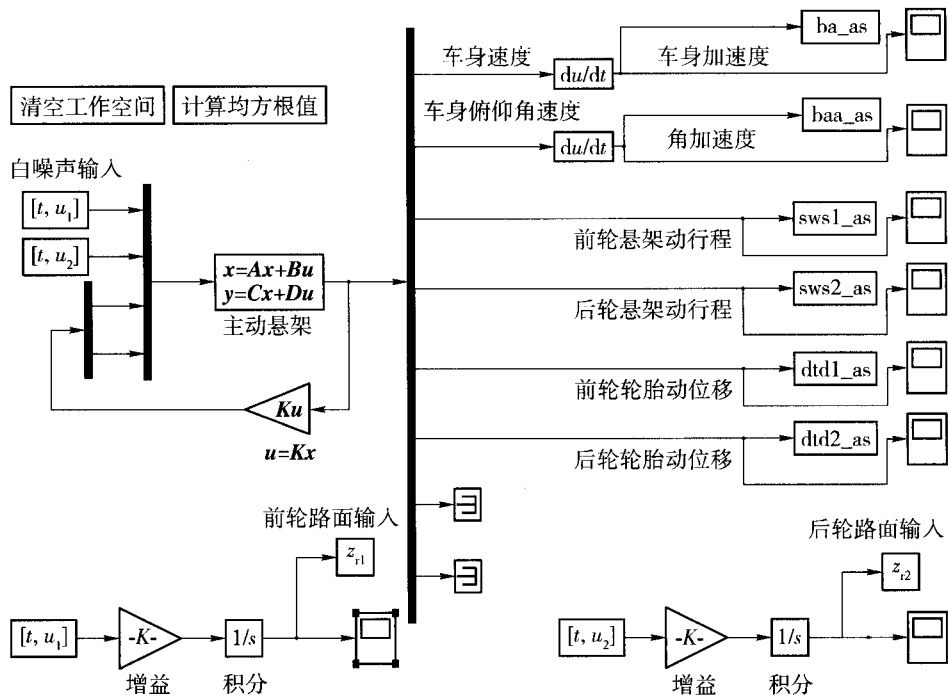


图3 具有耗散控制器的主动悬架仿真模块

Fig.3 Simulation block of the active suspension with a dissipative controller

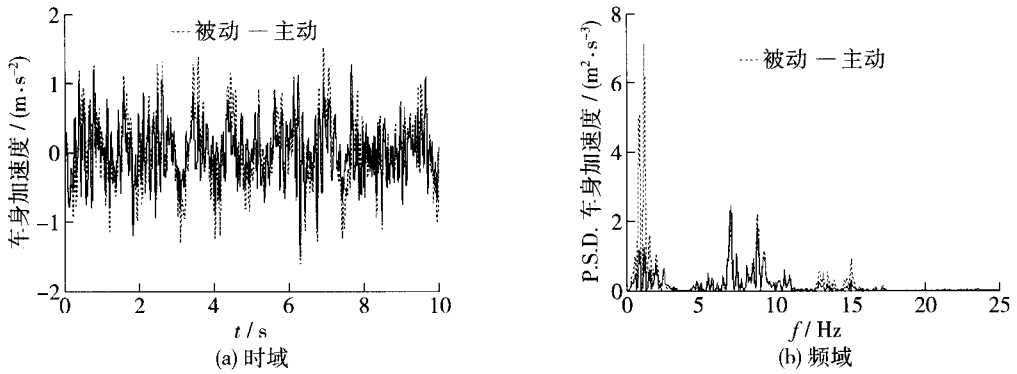


图4 主、被动悬架车身垂直加速度对比

Fig.4 Body acceleration of the active and passive suspensions

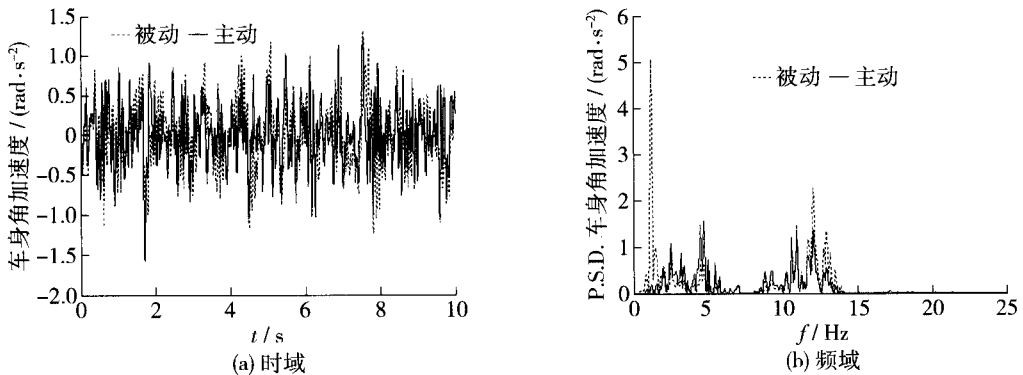


图5 主、被动悬架车身俯仰角加速度对比

Fig.5 Pitch angle acceleration of the active and passive suspensions

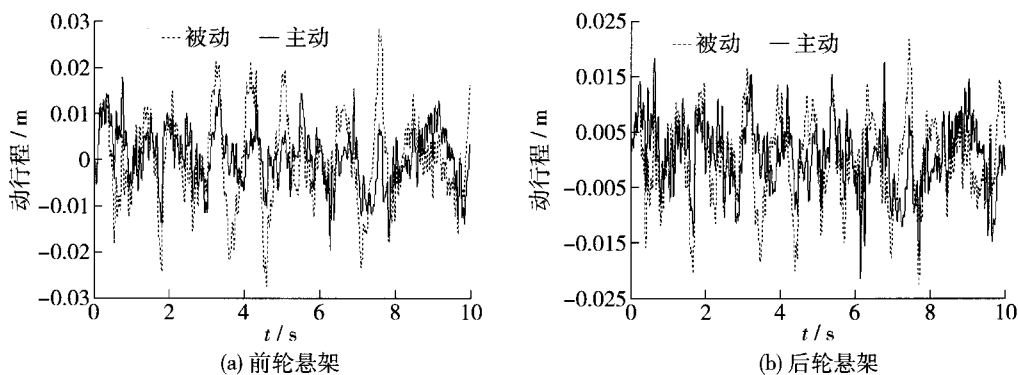


图 6 主、被动悬架悬架动行程对比

Fig. 6 Working space of the active and passive suspensions

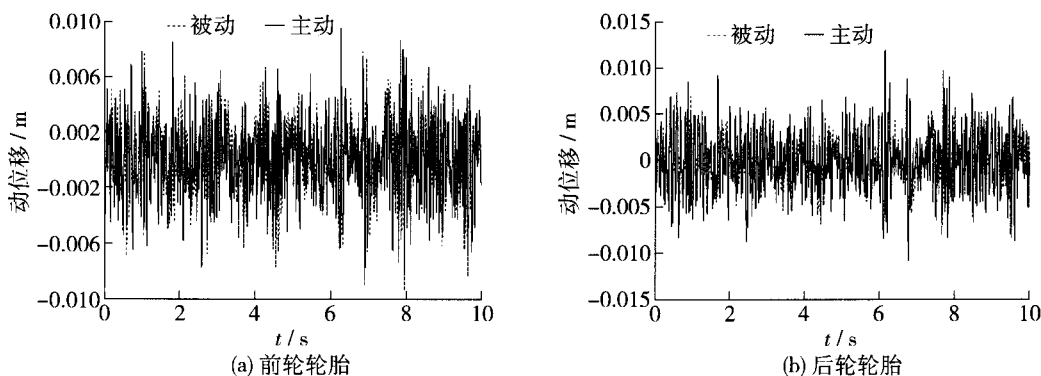


图 7 主、被动悬架轮胎动位移对比

Fig. 7 Wheel dynamic deflection of the active and passive suspensions

首先从图 4 和图 5 分析影响车辆乘坐舒适性的 2 个重要指标: 车身垂直加速度和车身俯仰角加速度. 从时域对比图来看, 主动悬架的性能相对被动悬架有较明显的改善. 从频域对比发现 1 个共同的特点: 在低频率段(1~2 Hz)主动悬架相比被动悬架明显降低了 P. S. D. 峰值, 使在该频率段主动悬架的车辆乘坐舒适性得到明显改善, 在 2~11 Hz 频率段, 主、被动悬架性能相当, 个别频率处主动悬架 P. S. D. 值略微大于被动悬架数值; 在 11~25 Hz 频率段, 主动悬架的 P. S. D. 数值都小于被动悬架. 然后根据图 6 分析影响车辆行驶平顺性的主要指标(悬

架动行程)发现, 主动悬架的性能要明显优于被动悬架, 把悬架的工作空间控制在  $\pm 0.02$  m 内, 很好地改善了车辆平顺性, 并且前轮悬架动行程的改进程度要优于后轮悬架动行程; 最后根据图 7 分析影响车辆行驶稳定性的主要指标(轮胎动位移)发现, 主动悬架相比被动悬架有所恶化, 产生这种现象的主要原因是控制器设计时各指标之间的相互限制, 尤其是车身垂直加速度、俯仰角加速度与轮胎动位移之间的矛盾. 表 2 给出了主、被动悬架性能对比(均方根值).

表 2 性能对比(均方根值)

Table 2 Performance contrast of the active and passive suspensions (r·m·s)

参数	车身加速度 $\ddot{z}_c / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	车身角加速度 $\ddot{\theta} / (\text{rad} \cdot \text{s}^{-2})$	前轮悬架动行程 $(z_{s1} - z_{u1}) / \text{m}$	后轮悬架动行程 $(z_{s2} - z_{u2}) / \text{m}$	前轮轮胎动位移 $(z_{u1} - z_{t1}) / \text{m}$	后轮轮胎动位移 $(z_{u2} - z_{t2}) / \text{m}$
主动悬架	0.411 8	0.388 3	0.006 3	0.006 3	0.002 8	0.003 2
被动悬架	0.525 5	0.428 4	0.009 8	0.007 7	0.002 9	0.002 9

## 4 结束语

本文以半车4自由度系统为研究对象,通过设计一个状态反馈控制器使半车系统满足基于供给率( $Q, S, R$ )是严格耗散的,同时使主动悬架系统在车辆乘坐舒适性和行驶平顺性上相比被动悬架得到明显的改善.在本文仿真实例中,相比被动悬架,主动悬架在车身加速度均方根值上降低了21.64%,在车身俯仰角加速度均方根值上降低了9.36%,在悬架前轮、后轮动行程均方根值上分别降低了35.71%和18.18%;在轮胎动位移均方根值上,主动悬架相比被动悬架在数值上改进不大,后轮的轮胎动位移性能甚至出现了变坏趋势,这表明车辆的乘坐舒适性、行驶平顺性和操纵稳定性存在相互制约的关系.

采用耗散状态反馈控制器的主动悬架相比被动悬架在悬架总体性能上有明显的改进,这验证了本文提出的耗散状态反馈控制策略是有效的.

### 参考文献:

- [1] 李春明, 赵宇. 现在汽车底盘技术[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2002.
- [2] 兰波, 喻凡. 车辆主动悬架LQG控制器的设计与仿真分析[J]. 农业机械学报, 2004, 35(1): 13-17.  
LAN Bo, YU Fan. Design and simulation analysis of LQG controller of active suspension [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Machinery, 2004, 35(1): 13-17. (in Chinese)
- [3] 陈虹, 马苗苗, 孙鹏远. 基于LMI优化的主动悬架多目标控制[J]. 自动化学报, 2006, 32(4): 550-559.  
CHEN Hong, MA Miao-miao, SUN Peng-yuan. Multi-objective control design for active suspensions: an LMI approach [J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 32(4): 550-559. (in Chinese)
- [4] 郭建华, 李幼德, 李静. 基于遗传算法的主动悬架模糊控制器设计[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(18): 4178-4181.  
GUO Jian-hua, LI You-de, LI Jing. Design of fuzzy logic controller of active suspension based on genetic algorithm [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(8): 4178-4181. (in Chinese)
- [5] 喻凡, 林逸. 汽车系统动力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [6] 关新平, 华长春, 段广仁. 不确定时滞系统的鲁棒耗散性研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(1): 48-51.  
GUAN Xin-ping, HUA Chang-chun, DUAN Guang-ren. Robust dissipation control of uncertain time-delay system [J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(1): 48-51. (in Chinese)
- [7] 于显利, 刘顺安. 车辆主动悬架耗散状态反馈控制器设计与仿真[J]. 陕西理工学院学报: 自然科学版, 2008, 24(2): 9-13.  
YU Xian-li, LIU Shun-an. Design and simulation of dissipative state feedback controller of active suspension [J]. Journal of Shaanxi University of Technology: Natural Science Edition, 2008, 24(2): 9-13. (in Chinese)

(责任编辑 苗艳玲)