

阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器的低频振动性能分析

曹东兴^{1,2}, 高彦辉^{1,2}, 胡文华³

(1. 北京工业大学机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124;

2. 机械结构非线性振动与强度北京市重点实验室, 北京 100124;

3. 天津理工大学机械工程学院, 天津 300384)

摘要: 提出了一种二级阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器, 利用传递矩阵法和有限元仿真分析了结构振动的固有频率, 研究了压电悬臂梁的几何参数对固有频率的影响, 并将计算结果进行对比, 得到了很好的一致性。最后, 仿真得到了这种俘能器的输出电压频响曲线。研究表明, 与传统的等厚度悬臂梁压电俘能器相比, 所设计的阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器具有优异的低频特性, 通过改变几何参数可以有效调控俘能器的共振频率, 使其接近环境的振动频率, 从而使得输出电压达到最高。研究结果可为采集环境中的低频振动能量, 实现低功耗微电子器件的自供电提供设计的理论依据。

关键词: 压电俘能器; 变厚度悬臂梁; 固有频率; 低频振动; 传递矩阵法; 有限元仿真

中图分类号: TN 384; O 322; O 324

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2020)07-0719-08

doi: 10.11936/bjtxb2019020008

Low-frequency Vibration Performance Analysis of a Piezoelectric Energy Harvester With Stepped Variable Thickness Cantilever Beam

CAO Dongxing^{1,2}, GAO Yanhui^{1,2}, HU Wenhua³

(1. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Beijing Key Laboratory of Nonlinear Vibrations and Strength of Mechanical Structures, Beijing 100124, China;

3. School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology, Tianjin 300384, China)

Abstract: A piezoelectric energy harvester with two-stepped variable thickness cantilever beam was proposed. The natural frequency of structural vibration was analyzed based on the transfer matrix method and finite element simulation. The influences of the geometric parameters of the beam on the natural frequencies were discussed and compared with the results of the two methods, a good agreement was obtained. Finally, the frequency-response curves of the output voltage were simulated for the energy harvester. Results show that the proposed structure is more effective than the traditional uniform beam for the low-frequency energy harvester. When the natural frequency of the energy harvester, which was designed by controlling the geometric parameters, is near the ambient vibration frequency, the energy harvester obtains high output voltage. This investigation can provide theoretical support for low-frequency energy harvesting that can be used for self-powered low-power electronics.

Key words: piezoelectric energy harvester; cantilever beam with variable thickness; natural frequency; low-frequency vibration; transfer matrix method; finite element simulation

收稿日期: 2019-02-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11672008)

作者简介: 曹东兴(1978—), 男, 副教授, 主要从事结构振动、非线性动力学方面的研究, E-mail: caostar@bjut.edu.cn

随着集成电路的快速发展,在嵌入式系统、极端环境检测与控制系统以及远程或野外监测等多个领域中,微型无线传感器被大量使用^[1-2].目前,无线传感器是由化学电池供电的,其存在易污染、寿命短、更换成本高等缺点.因此,近几年来,人们逐渐尝试从周围环境中俘获能量为微电子器件供电.振动能是无处不存在的,俘获周围环境中的振动能量,实现微电子器件的自供能逐渐受到了广泛的关注^[3-7].

目前,将振动能转化为电能大多是通过静电转换^[8]、电磁转换^[9]和压电转换^[10-11]3种方式.其中压电转换的最大优势在于结构简单、能量密度高、易于微型化,因此压电式振动能量采集器得到了广泛的研究.王志斌^[12]设计了多分段压电片多质量块十字型固支梁,有限元仿真和实验研究结果表明,十字型梁压电俘能器可以实现降频、宽频效果;多分段压电片可以避免产生的电荷干涉,输出电压得到提高.Paquin等^[13]提出了一种厚度线性变化的悬臂梁压电俘能器,研究了倾角变化对俘能特性的影响.结果表明,倾角为 0.94° 时,俘能器的输出功率最大.Chen等^[14]研究了一种磁力作用下的双稳态L型梁非线性振动压电俘能器,通过内共振可以拓宽振动频带和增大输出电压幅值.Hosseini等^[15]通过理论和有限元仿真研究了几何形状对压电双晶悬臂梁能量采集系统机电转换效率的影响.结果表明,在相同的荷载作用下,三角形悬臂梁可以产生更均匀的应变,应变的平均值比矩形梁高1倍,响应电压也更高.

通常环境中的振动频率较低,一般为 $0 \sim 200$ Hz^[16],本文的研究重点是如何设计所提出的二级阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器结构,使其有效地俘获周围环境中的低频振动能量.首先,理论上利用传递矩阵法求解了俘能器结构的固有频率,之后采用有限元法进行仿真,研究了几何参数对固有频率的影响,并与理论结果进行对比.最后,通过改变几何参数得到了一种低频振动俘能结构,并对其电压响应进行仿真.

1 阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器结构

基于正压电效应利用压电转换结构从环境中收集振动能量的器件称为压电俘能器.本文提出一种二级阶梯变厚度悬臂梁压电俘能器,其结构可以简化为二级阶梯变厚度压电悬臂梁,如图1所示,各段梁的中性轴对齐,左端固定,右端自由,在图示位置

全铺压电片.当悬臂梁固定端受到环境振动引起的简谐激励时,压电悬臂梁发生横向振动,引起压电材料变形,内部产生极化现象,从而产生电压,实现机械能转化为电能.

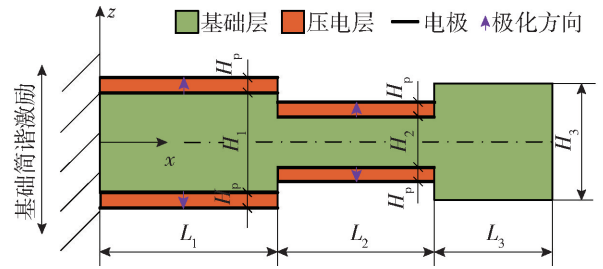


图1 二级阶梯变厚度压电悬臂梁

Fig.1 Piezoelectric cantilever beam with two-stepped variable thickness

2 理论分析

如图1所示的二级阶梯变厚度压电悬臂梁,单位长度的质量 ρA 和抗弯刚度 EI ,对于第1段和第2段为

$$\begin{cases} \rho A_i = (\rho_s H_i + 2\rho_p H_p) B \\ EI_i = \left(E_p \int_{-H_i/2-H_p}^{-H_i/2} z^2 dz + E_s \int_{-H_i/2}^{H_i/2} z^2 dz + E_p \int_{H_i/2}^{H_i/2+H_p} z^2 dz \right) B \end{cases} \quad (i=1,2) \quad (1)$$

对于第3段为

$$\begin{cases} \rho A_3 = \rho_s B H_3 \\ EI_3 = E_s B \int_{-H_3/2}^{H_3/2} z^2 dz \end{cases} \quad (2)$$

式中: E_s 和 ρ_s 分别为基础层的弹性模量和质量密度; E_p 和 ρ_p 分别为压电层的弹性模量和质量密度; B 为梁的宽度.当阶梯梁每段的长度大于其高度10倍以上时,都可以考虑为等截面 Euler-Bernoulli 梁.

2.1 等截面梁横向弯曲自由振动的传递矩阵

等截面 Euler-Bernoulli 梁横向弯曲无阻尼自由振动方程为^[17]

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

式中: x 为轴向坐标; $w(x,t)$ 为横向位移; E 和 I 分别为梁的弹性模量和关于中性轴的惯性矩, ρ 和 A 分别为梁的质量密度和横截面积.

考虑到简谐振动,自由振动的解可以通过变量分离方法得到,假设 $w(x,t) = W(x) \sin(\omega t)$, ω 为振动圆频率, $W(x)$ 为振幅,也称为振型函数,将其代

入式(3)得

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - k^4 W(x) = 0 \quad (4)$$

式中 $k^4 = \frac{\rho A}{EI} \omega^2$, 这个四阶常微分方程的通解为

$$W(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + C \sinh(kx) + D \cosh(kx) \quad (5)$$

式中 A, B, C 和 D 均为常数, 为了简化计算, 引入新的常数 $A = \frac{1}{2}(C_2 - C_4)$, $B = \frac{1}{2}(C_1 - C_3)$, $C =$

$\frac{1}{2}(C_2 + C_4)$, $D = \frac{1}{2}(C_1 + C_3)$, 代入式(5)得

$$W(x) = C_1 S_{kx} + C_2 T_{kx} + C_3 U_{kx} + C_4 V_{kx} \quad (6)$$

式中

$$\begin{cases} S_{kx} = \frac{1}{2} [\cos(kx) + \cosh(kx)] \\ T_{kx} = \frac{1}{2} [\sin(kx) + \sinh(kx)] \\ U_{kx} = \frac{1}{2} [\cosh(kx) - \cos(kx)] \\ V_{kx} = \frac{1}{2} [\sinh(kx) - \sin(kx)] \end{cases} \quad (7)$$

式中 S_{kx}, T_{kx}, U_{kx} 和 V_{kx} 称为 Krylov 函数, 4 个函数之间有下列循环微分关系

$$\begin{cases} S'_{kx} = kV_{kx}, S''_{kx} = k^2 U_{kx}, S'''_{kx} = k^3 T_{kx}, S''''_{kx} = k^4 S_{kx} \\ T'_{kx} = kS_{kx}, T''_{kx} = k^2 V_{kx}, T'''_{kx} = k^3 U_{kx}, T''''_{kx} = k^4 T_{kx} \\ U'_{kx} = kT_{kx}, U''_{kx} = k^2 S_{kx}, U'''_{kx} = k^3 V_{kx}, U''''_{kx} = k^4 U_{kx} \\ V'_{kx} = kU_{kx}, V''_{kx} = k^2 T_{kx}, V'''_{kx} = k^3 S_{kx}, V''''_{kx} = k^4 V_{kx} \end{cases} \quad (8)$$

且当 $x=0$ 时, 有

$$\begin{cases} S_0 = 1, S'_0 = 0, S''_0 = 0, S'''_0 = 0 \\ T_0 = 0, T'_0 = k, T''_0 = 0, T'''_0 = 0 \\ U_0 = 0, U'_0 = 0, U''_0 = k^2, U'''_0 = 0 \\ V_0 = 0, V'_0 = 0, V''_0 = 0, V'''_0 = k^3 \end{cases} \quad (9)$$

由式(6)可得

$$\begin{cases} W'(x) = k(C_1 V_{kx} + C_2 S_{kx} + C_3 T_{kx} + C_4 U_{kx}) \\ W''(x) = k^2(C_1 U_{kx} + C_2 V_{kx} + C_3 S_{kx} + C_4 T_{kx}) \\ W'''(x) = k^3(C_1 T_{kx} + C_2 U_{kx} + C_3 V_{kx} + C_4 S_{kx}) \end{cases} \quad (10)$$

由挠度、转角、弯矩和剪力的关系式

$$\begin{cases} \Theta(x) = W'(x) \\ M(x) = -EIW''(x) \\ Q(x) = -EIW'''(x) \end{cases} \quad (11)$$

可得

$$\begin{cases} \Theta(x) = k(C_1 V_{kx} + C_2 S_{kx} + C_3 T_{kx} + C_4 U_{kx}) \\ M(x) = -EI k^2(C_1 U_{kx} + C_2 V_{kx} + C_3 S_{kx} + C_4 T_{kx}) \\ Q(x) = -EI k^3(C_1 T_{kx} + C_2 U_{kx} + C_3 V_{kx} + C_4 S_{kx}) \end{cases} \quad (12)$$

假设在梁左端 $x=0$ 处初始参数分别为 W_0, Θ_0, M_0 和 Q_0 , 即 $W(0) = W_0, \Theta(0) = \Theta_0, M(0) = M_0, Q(0) = Q_0$, 代入式(6)和式(12)得

$$C_1 = W_0, C_2 = \frac{\Theta_0}{k}, C_3 = -\frac{M_0}{k^2 EI}, C_4 = -\frac{Q_0}{k^3 EI} \quad (13)$$

因此, 梁在弯曲振动时的位移振幅 $W(x)$ 、转角振幅 $\Theta(x)$ 、弯矩振幅 $M(x)$ 和剪力振幅 $Q(x)$ 用初始参数可表示为

$$\begin{cases} W(x) = S_{kx} W_0 + \frac{T_{kx}}{k} \Theta_0 - \frac{U_{kx}}{EI k^2} M_0 - \frac{V_{kx}}{EI k^3} Q_0 \\ \Theta(x) = kV_{kx} W_0 + S_{kx} \Theta_0 - \frac{T_{kx}}{EI k} M_0 - \frac{U_{kx}}{EI k^2} Q_0 \\ M(x) = -EI k^2 U_{kx} W_0 - EI k V_{kx} \Theta_0 + S_{kx} M_0 + \frac{T_{kx}}{k} Q_0 \\ Q(x) = -EI k^3 T_{kx} W_0 - EI k^2 U_{kx} \Theta_0 + kV_{kx} M_0 + S_{kx} Q_0 \end{cases} \quad (14)$$

用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} W(x) \\ \Theta(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{kx} & \frac{T_{kx}}{k} & -\frac{U_{kx}}{EI k^2} & -\frac{V_{kx}}{EI k^3} \\ kV_{kx} & S_{kx} & -\frac{T_{kx}}{EI k} & -\frac{U_{kx}}{EI k^2} \\ -EI k^2 U_{kx} & -EI k V_{kx} & S_{kx} & \frac{T_{kx}}{k} \\ -EI k^3 T_{kx} & -EI k^2 U_{kx} & kV_{kx} & S_{kx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_0 \\ \Theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

为了叙述方便, 将式(15)写成 $\mathbf{S} = \mathbf{TS}_0$, 其中 \mathbf{S}_0 为梁左端的状态向量, \mathbf{S} 为梁右端的状态向量, \mathbf{T} 即为 4×4 阶的等截面梁弯曲自由振动的传递矩阵。显然, 对于一个梁段, 通过传递矩阵 \mathbf{T} 可将左端的状态向量传递到梁的右端。

2.2 阶梯变厚度压电悬臂梁的固有频率

假设每段梁左端的状态向量为 \mathbf{S}_L , 右端的状态向量为 \mathbf{S}_R . 对于第1段有 $\mathbf{S}_R^1 = \mathbf{T}_1 \mathbf{S}_L^1$, 第2段有 $\mathbf{S}_R^2 = \mathbf{T}_2 \mathbf{S}_L^2$, 根据连续性条件知 $\mathbf{S}_R^1 = \mathbf{S}_L^2$, 这样可以得到一级阶梯梁结构右端的状态向量为

$$\mathbf{S}_R^2 = \mathbf{T}_2 \mathbf{S}_L^2 = \mathbf{T}_2 \mathbf{S}_R^1 = \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1 \mathbf{S}_L^1 \quad (16)$$

因此,对于 N 级阶梯梁,总体传递矩阵为

$$\mathbf{T}^{N+1} = \mathbf{T}_{N+1} \mathbf{T}_N \cdots \mathbf{T}_r \cdots \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_1 \quad (17)$$

最左端的状态向量 \mathbf{S}_0 与最右端的状态向量 \mathbf{S}_N 与总体传递矩阵 \mathbf{T}^{N+1} 之间的关系为

$$\mathbf{T}^{N+1} \mathbf{S}_0 = \mathbf{S}_N \quad (18)$$

写成矩阵的形式如下

$$\begin{bmatrix} T_{11}^{N+1} & T_{12}^{N+1} & T_{13}^{N+1} & T_{14}^{N+1} \\ T_{21}^{N+1} & T_{22}^{N+1} & T_{23}^{N+1} & T_{24}^{N+1} \\ T_{31}^{N+1} & T_{32}^{N+1} & T_{33}^{N+1} & T_{34}^{N+1} \\ T_{41}^{N+1} & T_{42}^{N+1} & T_{43}^{N+1} & T_{44}^{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_0 \\ \Theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_N \\ \Theta_N \\ M_N \\ Q_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

考虑梁两端的边界条件,从式(19)就可以求得 N 级阶梯变厚度压电悬臂梁的固有频率。

对于悬臂梁, $\mathbf{S}_0 = [0 \ 0 \ M_0 \ Q_0]^T$, $\mathbf{S}_N = [W_N \ \Theta_N \ 0 \ 0]^T$,式(17)变为

$$\begin{bmatrix} T_{11}^{N+1} & T_{12}^{N+1} & T_{13}^{N+1} & T_{14}^{N+1} \\ T_{21}^{N+1} & T_{22}^{N+1} & T_{23}^{N+1} & T_{24}^{N+1} \\ T_{31}^{N+1} & T_{32}^{N+1} & T_{33}^{N+1} & T_{34}^{N+1} \\ T_{41}^{N+1} & T_{42}^{N+1} & T_{43}^{N+1} & T_{44}^{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_N \\ \Theta_N \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

由式(20)简化得到

$$\begin{bmatrix} T_{33}^{N+1} & T_{34}^{N+1} \\ T_{43}^{N+1} & T_{44}^{N+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ Q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

根据 M_0 和 Q_0 具有非零解的条件得到频率方程

$$T_{33}^{N+1} T_{44}^{N+1} - T_{34}^{N+1} T_{43}^{N+1} = 0 \quad (22)$$

由此频率方程便可求得 N 级阶梯变厚度压电悬臂梁的固有频率。

3 有限元仿真分析

本节采用 ANSYS 有限元分析软件对二级阶梯变厚度压电悬臂梁结构进行仿真,这种压电效应的分析属于结构-电场耦合分析,软件提供了专门用于压电耦合场分析的压电耦合单元,如 Solid5、Solid98 和 Solid226 等^[18]。本文采用直接耦合方法对压电悬臂梁进行耦合分析,金属基础层采用 Solid45 单元,压电层采用 Solid5 单元,忽略粘结层的影响,并假设压电层和金属基础层之间的力与位移是连续的^[10]。

本文所考虑的二级阶梯变厚度压电悬臂梁,假设整个结构的宽度相同,几何参数如表 1 所示。通过 ANSYS 进行建模和网格划分后,进行模态分析和谐响应分析,最后进入后处理器分析求解结果。

表 1 二级阶梯变厚度压电悬臂梁的几何参数

Table 1 Geometric parameters of the piezoelectric cantilever

| beam with two-stepped variable thickness | | | | | | | | mm |
|--|-------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|----|
| L_1 | L_2 | H_1 | H_2 | H_p | B | L_3 | H_3 | |
| 60 | 60 | 5 | 3 | 0.5 | 20 | 50 | 5 | |

金属弹性梁的材料选用铍青铜,其弹性模量大,能承受更大的变形,其材料参数为:密度 $\rho_s = 8.92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E_s = 10.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$,泊松比 $\mu = 0.35$,阻尼比 $\delta_s = 0.0023$ 。

压电层的材料选用压电陶瓷 PZT-5H,其材料参数为:密度 $\rho_p = 7.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,弹性模量 $E_p = 60.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$,阻尼比 $\delta_p = 0.02$,相对介电常数矩阵 ϵ_r 、压电常数矩阵 e (C/m^2) 和压电弹性系数矩阵 C (10^{10} N/m^2) 分别为

$$\epsilon_r = \begin{bmatrix} 804.6 & 0 & 0 \\ 0 & 804.6 & 0 \\ 0 & 0 & 659.7 \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & 14.1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10.5 & 0 \\ 10.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 13.2 & 7.1 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 7.1 & 13.2 & 7.3 & 0 & 0 & 0 \\ 7.3 & 7.3 & 11.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.6 \end{bmatrix}$$

3.1 振型分析

首先要找到适合俘获环境振动能量的振型,通过有限元软件对二级阶梯变厚度压电悬臂梁进行模态分析,采用分块 Lanczos 方法提取模态,求解后进入后处理器,得到前六阶振型如图 2 所示,所对应的固有频率分别为 98.055、395.38、521.75、1285.5、1471.5 和 2212.8 Hz。

由各阶振型的仿真结果可以看出,第一、三、五阶为上下弯曲振动,第二、六阶为前后弯曲振动,第四阶为扭转振动。考虑到环境中的振动频率较低,因此主要考虑第一阶模态振动频率下结构的响应,且第一阶振型最符合二级阶梯变厚度压电悬臂梁俘获环境振动能的要求。

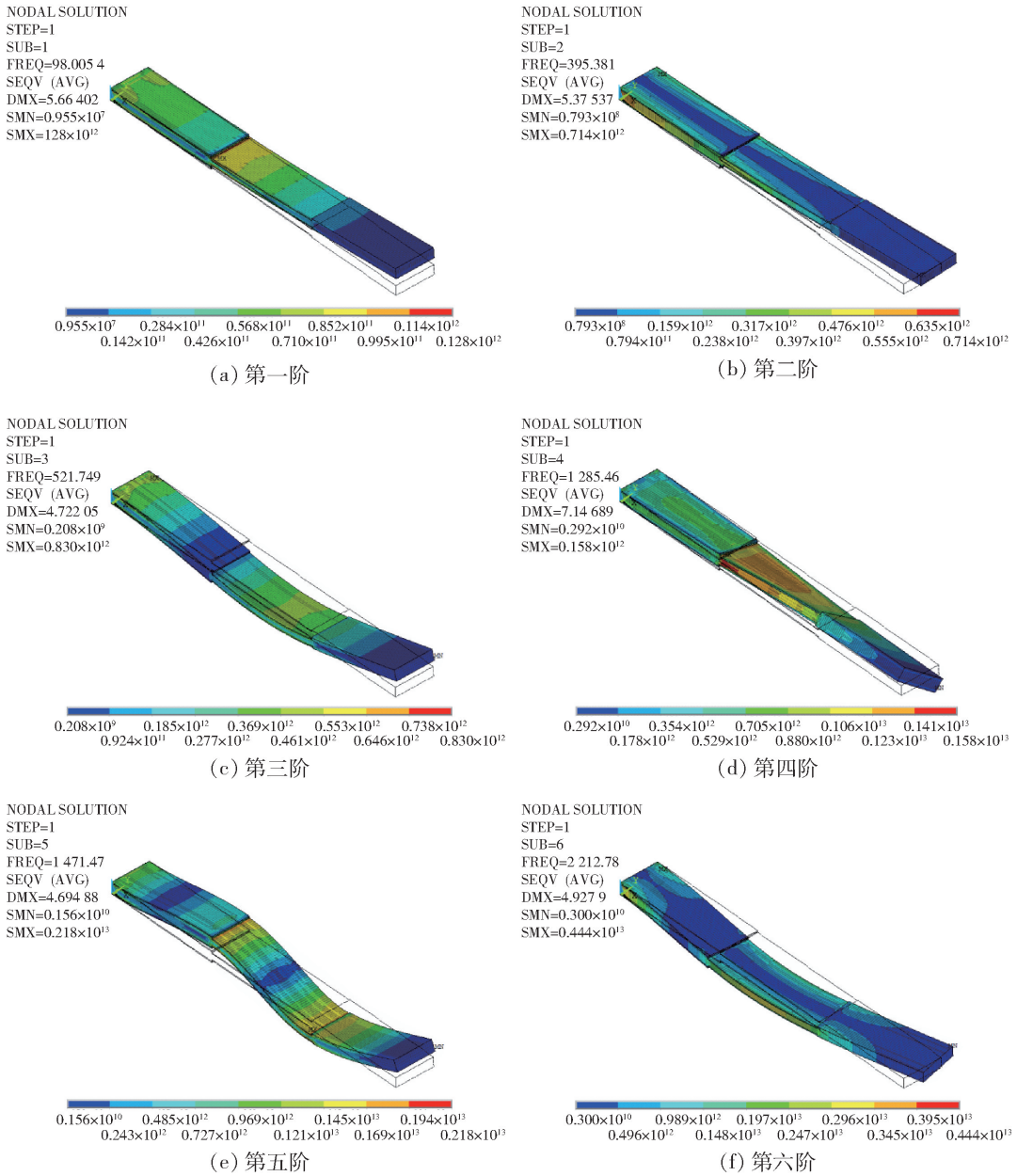


图 2 二级阶梯变厚度压电悬臂梁的前六阶振型

Fig. 2 Firstsix order mode shapes of the piezoelectric cantilever beam two-stepped variable thickness

3.2 几何参数对固有频率的影响

通过改变压电悬臂梁的几何参数,分析几何参数对二级阶梯变厚度压电悬臂梁基频(第一阶固有频率)的影响,将理论和仿真结果进行对比,如图 3~9 所示,结果吻合得非常好。

图 3 显示了压电梁长度比 L_2/L_1 为 1 时,长度 L_1 对基频的影响,从图中可以看出长度 L_1 越长,基频越低,但降低的趋势趋缓。压电梁 L_1 和 L_2 之和为 120 mm 时,长度比 L_2/L_1 对基频的影响如图 4 所示,从图中可以看出,长度比越大,基频越低,且下降的趋势接近线性。图 5 显示了压电梁厚度比 H_2/H_1

为 0.6 时,厚度 H_1 对基频的影响,从图中可以看出厚度 H_1 越大,基频越高,且上升的趋势接近线性。厚度 H_1 为 5 mm 时,厚度比 H_2/H_1 对基频的影响如图 6 所示,从图中可以看出,厚度比越大,基频越高,但上升的趋势趋缓。图 7 和图 8 分别显示了末端长度 L_3 和厚度 H_3 对基频的影响,可以看出随着 L_3 和 H_3 的增大,基频分别逐渐降低,但降低的趋势趋缓。从图 9 可以看出,压电层厚度 H_p 越大,基频越高,且上升的趋势呈现线性关系。

因此,要降低二级阶梯变厚度压电悬臂梁的基频,与环境中的低频振动发生共振,来收集周围环境

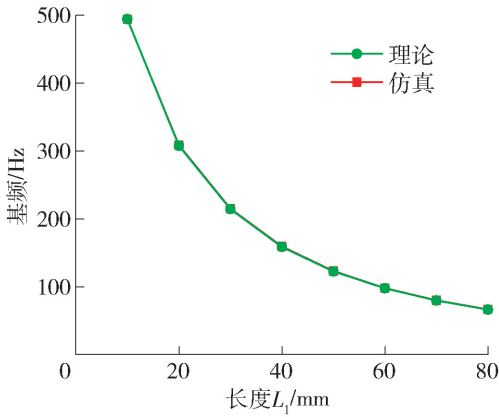


图3 长度对基频的影响

Fig. 3 Effect of length on the fundamental natural frequency

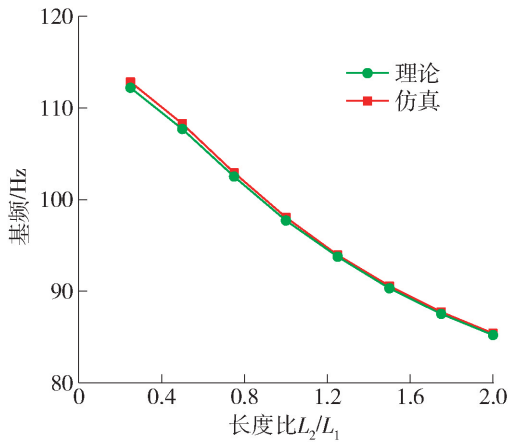


图4 长度比对基频的影响

Fig. 4 Effect of lengths-ratio on the fundamental natural frequency

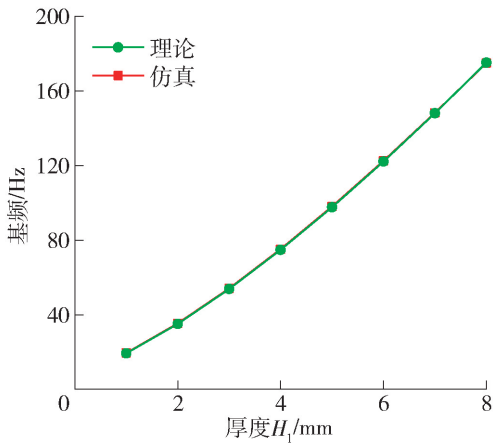


图5 厚度对基频的影响

Fig. 5 Effect of thickness on the fundamental natural frequency

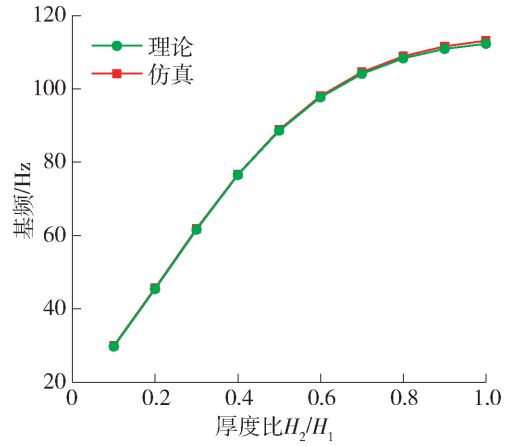


图6 厚度比对基频的影响

Fig. 6 Effect of thicknesses-ratio on the fundamental natural frequency

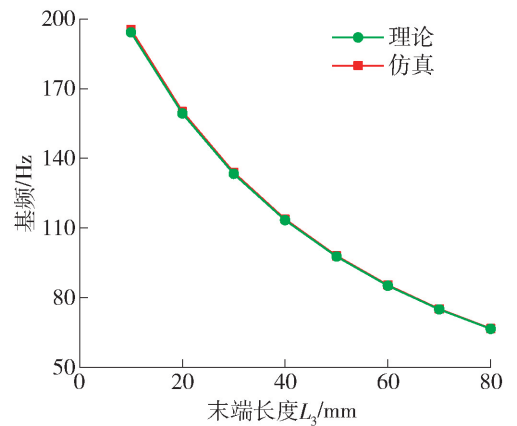


图7 末端长度对基频的影响

Fig. 7 Effect of end length on the fundamental natural frequency

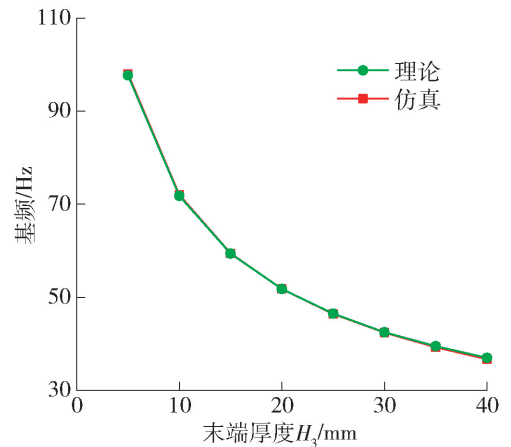


图8 末端厚度对基频的影响

Fig. 8 Effect of end thickness on the fundamental natural frequency

的低频振动能量,可以通过增加压电梁的长度、长度比、末端梁段的长度和宽度,减小压电梁厚度、厚度

比和压电层的厚度等措施来实现。一般要求结构比

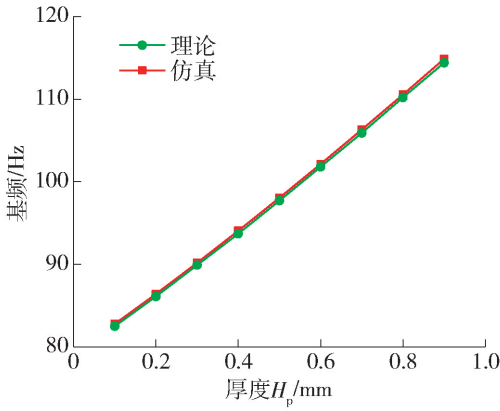


图9 压电层厚度对基频的影响

Fig. 9 Effect of piezoelectric layer thickness on the fundamental natural frequency

较小,设计时,应根据具体应用场合来确定结构的大小.本文设计一种可以俘获振动频率在100 Hz以下的二级阶梯变厚度压电悬臂梁,所得到的结构尺寸为: $L_1 = 24$ mm, $L_2 = 36$ mm, $L_3 = 30$ mm, $H_1 = 3$ mm, $H_2 = 0.9$ mm, $H_3 = 8$ mm, $H_p = 0.2$ mm, $B = 12$ mm. 对其进行模态分析,得到第一阶固有频率为63.113 Hz.

3.3 谐响应分析

谐响应分析是用于确定结构在承受按简谐规律变化的载荷时稳态响应的一种技术.对最终设计的二级阶梯变厚度压电悬臂梁的 z 轴方向施加幅值为 5 m/s^2 的加速度激励,频率变化范围为 $0 \sim 100$ Hz,子步数为100,结构阻尼比为0.02,谐响应分析后,得到压电悬臂梁第1段和第2段处压电层的开路电压频响曲线,如图10所示.从图中可以看出,当外激励振动频率与压电悬臂梁的固有频率接近时,开路电压幅值达到最大,且悬臂梁第2段处压电片的开路电压大于第1段处.

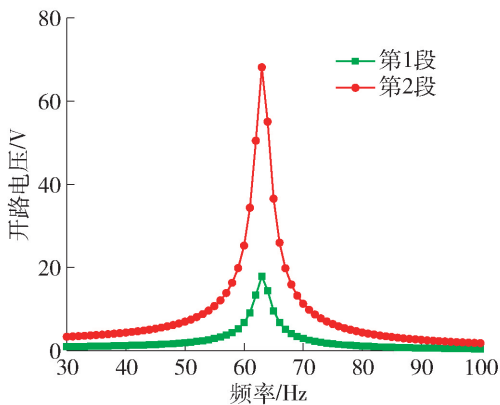


图10 开路电压的频响曲线

Fig. 10 Frequency-response curves of the open circuit voltage

4 结论

1) 本文提出一种二级阶梯变厚度悬臂梁振动俘能结构,与传统等厚度悬臂梁压电俘能器相比,具有更优异的低频俘能特性,拥有更多实现低频俘能的可调结构参数.

2) 固有频率分析结果表明,增加压电梁的长度、长度比、末端梁段的长度和宽度,减小压电梁厚度、厚度比和压电层的厚度可降低阶梯变厚度压电悬臂梁的基频;并给出一组可俘获振动频率在100 Hz以下的结构尺寸.

3) 谐响应分析表明,改变几何参数可以有效调控共振频率,使其接近环境振动频率,此时开路电压幅值达到最高,且悬臂梁第2段处压电片的开路电压大于第1段.

本文的研究结果可为实现远程监测以及网络传感器等微电子器件的低功耗自供电装置提供设计的理论依据,二级阶梯变厚度压电悬臂梁的发电特性是后续研究工作的一个重点.

参考文献:

- [1] YU H, ZHOU J, DENG L, et al. A vibration-based MEMS piezoelectric energy harvester and power conditioning circuit[J]. *Sensors*, 2014, 14(2): 3323.
- [2] ALMAZYAD A S, SEDDIQ Y M, ALOTAIBI A M, et al. A proposed scalable design and simulation of wireless sensor network-based long-distance water pipeline leakage monitoring system[J]. *Sensors (Basel)*, 2014, 14(2): 3557-3577.
- [3] LIU D, XU Y, LI J L. Probabilistic response analysis of nonlinear vibration energy harvesting system driven by Gaussian colored noise[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2017, 104: 806-812.
- [4] ZHOU S, ZUO L. Nonlinear dynamic analysis of asymmetric tristable energy harvesters for enhanced energy harvesting[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, 61: 271-284.
- [5] CAO D X, LEADENHAM S, ERTURK A. Internal resonance for nonlinear vibration energy harvesting[J]. *European Physical Journal-Special Topics*, 2015, 224(14/15): 2867-2880.
- [6] LIU F, YAN H, ZHANG W. Nonlinear dynamic analysis of a photonic crystal nanocavity resonator[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2018, 40(1): 139-152.
- [7] LU Z, LI K, DING H, et al. Nonlinear energy harvesting based on a modified snap-through mechanism[J]. *Applied*

- Mathematics and Mechanics (English Edition), 2019, 40 (1): 167-180.
- [8] SHEU G J, YANG S M, LEE T. Development of a low frequency electrostatic comb-drive energy harvester compatible to SoC design by CMOS process[J]. Sensors & Actuators A Physical, 2011, 167(1): 70-76.
- [9] MORGADO M L, MORGADO L F, SILVA N, et al. Mathematical modelling of cylindrical electromagnetic vibration energy harvesters [J]. International Journal of Computer Mathematics, 2015, 92(1): 101-109.
- [10] 王军龙, 鲍丙豪, 闻凤连, 等. 双晶压电悬臂梁发电装置的建模与有限元仿真分析[J]. 机械设计与制造, 2010(9): 3-5.
WANG J L, BAO B H, WEN F L, et al. Modeling and analysis of bimorph cantilever generators [J]. Machinery Design & Manufacture, 2010(9): 3-5. (in Chinese)
- [11] 王姣姣, 曹东兴, 姚明辉. 变截面悬臂梁压电俘能器动力学特性分析[J]. 压电与声光, 2018, 40(5): 727-731.
WANG J J, CAO D X, YAO M H. Dynamic characteristic analysis of piezoelectric energy harvester with variable cross-section cantilever beam [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2018, 40(5): 727-731. (in Chinese)
- [12] 王志彬. 固支梁压电俘能器宽频规划及其仿真与实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
WANG Z B. The simulation and experimental study on broadband designing of the clamped beam transducer [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [13] PAQUIN S, STAMANT Y. Improving the performance of a piezoelectric energy harvester using a variable thickness beam[J]. Smart Materials & Structures, 2010, 19(10): 105020.
- [14] CHEN L Q, JIANG W A, PANYAM M, et al. A broadband internally-resonant vibratory energy harvester [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2016, 138(6): 061007.
- [15] HOSSEINI R, ZARGAR O, HAMEDI M. Improving power density of piezoelectric vibration-based energy scavengers [J]. Journal of Solid Mechanics, 2018, 10 (1): 98-109.
- [16] TANG L, YANG Y, SOH C K. Toward broadband vibration-based energy harvesting [J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, 21 (18): 1867-1897.
- [17] RAO S S. Vibration of continuous systems [M]. New Jersey: Wiley, 2007.
- [18] 胡仁喜, 闫波, 康士廷. ANSYS 15.0 多物理耦合场有限元分析从入门到精通 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2015.
(责任编辑 张 蕾)