研究简报

与半解函数定义等价的几个定理

王见定

（中国人民大学一分校）

定理1．若 $f(z)$ 是第二类半解析的，则一定存在实函数 $\phi(x, y)$，使得 $\overline{f(z)}=\nabla\phi(x,y)$，且这样的 $\phi(x, y)$ 有无穷多个，但彼此相差一个常数。反之，若 $\overline{f(z)}=\nabla\phi(x, y)$，则 $f(z)$ 是第二类半解析的。

其中　$\nabla\phi(x, y)\overset{\text{定义}}{=\!=}\left(\dfrac{\partial\phi}{\partial x}, \dfrac{\partial\phi}{\partial y}\right)$，$\phi(x, y)$ 及其一阶、二阶偏导数连续。

定理2．若 $f(z)$ 是第一类半解析的，则一定存在实函数 $\phi(x, y)$，使得 $\overline{if(z)}=\nabla\phi(x,y)$，且这样的 $\phi(x, y)$ 有无穷多个，但彼此相差一个常数。反之，若 $\overline{if(z)}=\nabla\phi(x,y)$，则 $f(z)$ 是第一类半解析的。

其中　$\nabla\phi(x, y)\overset{\text{定义}}{=\!=}\left(\dfrac{\partial\phi}{\partial x}, \dfrac{\partial\phi}{\partial y}\right)$，$\phi(x, y)$ 及其一阶、二阶偏导数连续。

定理3．若 $f(z)=(u(x,y), v(x,y))$ 是第一类半解析的，则一定存在 $\vec{b}=(b_x, b_y, b_z)$ 使得

$$\vec{a}=(u(x,y),\ -v(x,y),\ w(x,y))=\nabla\times\vec{b}$$

其中　$w(x,y)$ 及其一阶、二阶偏导数连续。相反的，若 $\vec{a}=(u(x, y), -v(x, y), w(x, y))=\nabla\times\vec{b}$，则 $f(z)=(u(x, y), v(x, y))$ 一定是第一类半解析的，且满足 $\vec{a}=\nabla\times\vec{b}$ 的 $\vec{b}$ 有无穷多个，但彼此相差一个 $\nabla\varphi$。

定理4．若 $f(z)=(u(x,y), v(x,y))$ 是第二类半解析的，则一定存在 $\vec{b}=(b_x, b_y, b_z)$ 使得

$$\vec{a}=(-v(x,y),\ -u(x,y),\ w(x,y))=\nabla\times\vec{b}$$

相反的，若 $\vec{a}=(-v(x,y), -u(x,y), w(x,y))=\nabla\times\vec{b}$，则 $f(z)=(u(x,y), v(x,y))$ 一定是第二类半解析的，且满足 $\vec{a}=\nabla\times\vec{b}$ 的 $\vec{b}$ 有无穷多个，但彼此相差一个 $\nabla\varphi$。

其中 φ 是任意的标量函数，$w(x,y)$ 及其一阶、二阶偏导数连续。

本文于1985年12月8日收到。