

动脉壁应变分析方法的研究

李晓阳¹, 曾衍钧²

(1. 北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022;

2. 北京工业大学 生物医学工程中心, 北京 100022)

摘要: 研究了一个新的动脉壁零应力状态测量方法和动脉壁应变分析方法。该方法是测量动脉壁零应力状态的真实内外侧弧长, 以此为基础对动脉壁进行应变分析。对白兔主动脉、颈动脉和股动脉比较了3种测量分析方法。结果表明, 弧长分析方法是较好的分析方法。在动脉壁假设为均质材料的情况下, 最好采用弧长分析方法。在测量动脉壁零应力状态的几何尺寸时, 小圆环试件的纵向长度在 $D/2 \sim 2D$ 内对测量结果没有影响。

关键词: 动脉壁; 零应力状态; 应变分析

中图分类号: Q66

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2001)04-0466-06

0 引言

动脉壁的复杂力学行为, 不但表现在动脉壁具有非常明显的静态、动态力学行为的区别, 而且也表现在动脉壁由于生理环境的特殊条件而具有一定的初始应力和初始应变。生物力学将这些初始应力和初始应变定义为动脉壁的残余应力和残余应变^[1-10]。验证动脉壁存在残余应力的实验为: 将一段动脉管从生命体内(通过解剖手术)取出; 将这段动脉管剪成纵向长度为1 mm的小圆环; 再将这些小圆环沿径向剪开。这些被剪开的小圆环, 自动张开为圆弧状(见图1)。从动脉壁在生理血压状态, 到动脉壁从体内取出的不承受载荷状态, 再到沿径向剪开的张开状态, 这是动脉壁载荷变形的全过程。在动脉壁的承载变形过程中, 存在有3种状态(见图1)。

载荷状态 (loaded state): 动脉管在体受内压状态, 即内部有压力 p , 而外部压力可以忽略为0。此时动脉管纵向剖面可视为圆环状。径向坐标为 r , 变化范围 $r_i \leq r \leq r_o$ 。

无载荷状态 (non-loaded state): 动脉管离体不受载荷的状态。此时动脉管纵向剖面仍可视为圆环状。径向坐标为 R , 变化范围 $R_i \leq R \leq R_o$ 。

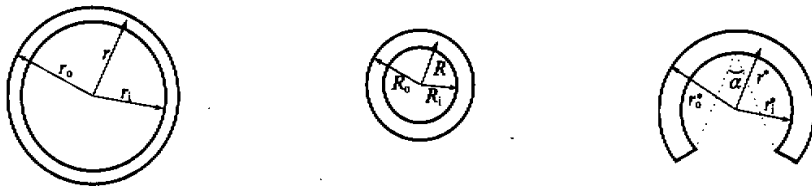


图1 动脉壁3种载荷状态

零应力状态 (zero stress state): 将处于无载荷状态的圆环状动脉壁试件, 沿径向剪开, 动脉壁将处于一种张开的状态。定义这种状态为动脉壁为零应力状态。假设动脉壁为零应力状态纵向剖面图形为圆弧

收稿日期: 2000-12-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972006).

作者简介: 李晓阳(1955-), 男, 教授, 博士.

状. 径向坐标为 r^* ; 变化范围 $r_i^* \leq r^* \leq r_o^*$.

动脉壁的应变分析应从零应力状态开始. 但从零应力状态出发的应变分析的实际困难是零应力状态的几何尺寸测量问题. 零应力状态不但几何形状复杂, 而且, 由于动脉壁的非均质性质, 使得零应力状态的几何形状变化较大. 同时, 动脉壁是软组织、非线性、大变形的材料, 其几何尺寸的测量也是生物力学实验的一个难题. 本文从动脉壁零应力状态的几何尺寸测量开始, 发展了一种弧长分析方法. 将几种应变分析方法进行了比较研究, 得到的结论是: 从零应力状态出发, 将动脉壁假设为均匀连续介质, 采用 Cauchy-Green 应变张量定义进行应变分析的方法是可行的; 同时在可能的条件下弧长分析方法为目前最优的分析方法.

1 弧长分析方法

动脉壁零应力状态并非标准圆弧状^[11-13]. 原因是动脉壁材料的非均匀性. 弧长分析方法是建立在计算机图像测量基础上, 直接测量动脉壁零应力状态非圆弧状的内外侧弧长(见图2). 在此基础上,

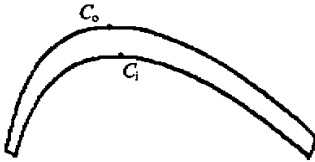


图2 动脉壁零应力状态弧长分析方法的弧长测量示意图

将非圆弧状由数学变换方法变换为标准圆弧状, 由此进行动脉壁均匀介质假设的应变分析.

将动脉壁零应力状态的内外侧弧长由数学变换方法变换为标准圆弧状的公式:

$$\varphi_0 = (C_0 - C_1) / h \tag{1}$$

$$r_i^* = C_1 / \varphi_0 \tag{2}$$

$$r_o^* = r_i^* + h \tag{3}$$

其中: C_0 是动脉壁零应力状态外弧长; C_1 是动脉壁零应力状态内弧长; h 是动脉壁零应力状态平均厚度. 这3个量在动脉壁零应力状态中可直接测得. r_i^* 是标准圆弧的内半径; r_o^* 是标准圆弧的外半径. $\varphi_0 = 2\theta_0$; φ_0 是标准圆弧的圆心角; θ_0 是标准圆弧的半圆心角.

将动脉壁假设为均质、正交各向异性、不可压缩材料. Cauchy-Green 应变可定义为

$$E_i = (\lambda_i^2 - 1) / 2 \tag{4}$$

其中下标 i 可为纵向 z 、环向 θ 、径向 r . λ 定义为伸长比, 数学表达为

$$\lambda = l / l_0 \tag{5}$$

其中: l 是动脉壁载荷状态和无载荷状态任何坐标方向的长度; l_0 是同坐标方向零应力状态的长度. 本文实际研究的是零应力状态环向长度的分析定义方法和测量方法, 则环向伸长比为

$$\lambda_\theta = \pi r / (\theta_0 r^*) \tag{6}$$

其中 θ_0 是标准圆弧的半圆心角, r^* 是动脉壁零应力状态标准圆弧的半径, r 是动脉壁无载荷状态或载荷状态的半径. r 是 r^* 的函数, 由不可压缩条件确定:

$$r^2 = r_o^2 - [\theta_0 / (\pi \lambda_z)] (r_o^{*2} - r^{*2}) \tag{7}$$

其中: r_o 是动脉壁无载荷状态或载荷状态的外半径; r_o^* 是动脉壁零应力状态的外半径; λ_z 是动脉壁无载荷状态或载荷状态的纵向伸长比.

由上述分析, 只要测量了动脉壁零应力状态的 C_0 (动脉壁零应力状态外弧长)、 C_1 (动脉壁零应力状态内弧长)、 h (动脉壁零应力状态平均厚度) 以及无载荷状态的外半径 r_o , 则可对动脉壁零应力状态进行应变分析. 本文假设动脉壁无载荷状态的纵向伸长比 z 等于 1, 对动脉壁无载荷状态的内外侧应变进行了分析, 比较了几种应变分析方法.

2 实验

将白兔麻醉, 通过解剖手术取出降主动脉、颈动脉和股动脉. 将这些动脉管浸泡在生理盐水中. 将每条动脉按纵向长度为 $D/2$ 、 D 和 $2D$ 分组分割为一个一个小圆环 (D 是动脉管直径). 这些小圆环是一个接

一个连续分割的，小圆环即为动脉壁的无载荷状态，测量3种动脉无载荷状态的几何尺寸。在测量记录之后，将这些小圆环按统一的标志位置沿径向剪开，张开状态为动脉壁的零应力状态，按3种方法分别测量动脉壁零应力状态的几何尺寸。

第1种方法称为张开角方法^[12-14]，张开角方法直接测量动脉壁零应力状态两个内侧端点分别到内侧弧中点连线的夹角，并定义该夹角为张开角(见图1的零应力状态)。C J Chuong 和 Y C Fung^[8]尝试用该应变分析方法对动脉壁的应力应变本构关系进行分析。

第2种方法称为均匀介质假设方法^[15]，该方法的基本假设：动脉壁是均质、不可压缩、正交异性的材料，零应力状态是标准圆弧状并存在有端面角(见图3)。端面角的定义为：动脉壁零应力状态圆弧端面与端点半径之间的夹角。文献[15]在大量测量的基础上，证明了端面角的存在，并应用此方法对动脉壁无载荷状态的残余应变进行了定量分析。

第3种方法是本文提出的弧长分析方法。

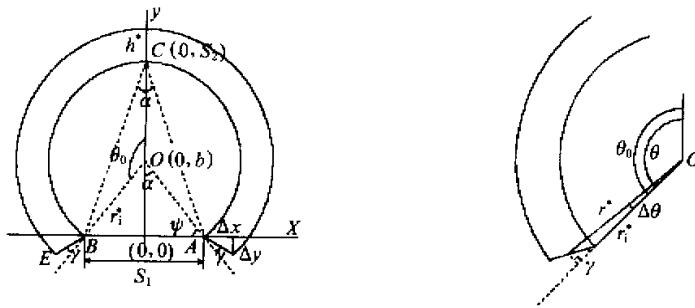


图3 动脉壁零应力状态均匀介质假设的几何尺寸示意图

3 结果

3.1 动脉壁无载荷状态的外半径和内半径

无载荷状态的小圆环，降主动脉共15个，颈动脉13个，股动脉7个。在纵向长度方面降主动脉分3组，颈动脉分2组，股动脉只有1组。动脉壁无载荷状态的外半径 R_0 和内半径 R_i 测量结果见表1。测量结果表明：在同一条动脉上，不同纵向长度的无载荷状态小圆环的几何尺寸无明显差异。

表1 动脉壁无载荷状态的外半径 R_0 和内径 R_i

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		$n=5$	$n=5$	$n=5$	$n=5$	$n=8$	$n=7$
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
R_0	平均值	2.160	2.207	2.126	0.906	0.975	0.623
	S.D.	0.048	0.057	0.044	0.021	0.029	0.040
R_i	平均值	1.609	1.686	1.616	0.590	0.599	0.250
	S.D.	0.038	0.038	0.060	0.033	0.019	0.035

3.2 动脉壁零应力状态的张开角 α 和端面角 γ

表2是动脉壁零应力状态张开角 α 和端面角 γ 的测量结果。其中端面角的测量方法见文献[19]。测量图2定义的 Δx 和 Δy ，由如下公式可计算出端面角

$$\gamma = \psi - \psi^*, \psi = \pi / 2 - \alpha, \psi^* = \arctan(\Delta y / \Delta x) \quad (8)$$

其中 α 是张开角。测量结果表明：在同一条动脉上，不同纵向长度的零应力状态的张开角 α 和端面角 γ 无明显差异；但是，标准方差较大。

3.3 动脉壁零应力状态的内弧长和外弧长

表3是动脉壁零应力状态的内弧长和外弧长的测量结果。结果表明：内外弧长不随零应力状态的纵向长度变化而变化。

表2 动脉壁应力状态的张开角 α 和端面角 γ

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
α	平均值	49.71	56.59	64.87	86.36	94.81	90.69
	S.D.	6.806	12.70	7.251	11.05	9.575	27.97
γ	平均值	2.844	5.138	4.374	4.624	6.570	19.26
	S.D.	1.227	7.138	2.256	2.219	5.379	3.620

表3 动脉壁零应力状态的内弧长和外弧长

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
C_i	平均值	10.89	11.33	11.55	4.597	4.479	2.249
	S.D.	0.791	0.561	0.270	0.212	0.211	0.210
C_o	平均值	13.12	13.40	13.40	5.471	5.639	3.181
	S.D.	0.657	0.480	0.259	0.255	0.168	0.369

4 讨论

测量结果表明：动脉壁无载荷状态和零应力状态的全部几何尺寸($R_o, R_i, \alpha, \gamma, C_o, C_i$)均与小圆环纵向长度无关。对这一结果有两点需要说明。第一，制备动脉壁一定长度的小圆环是为测量这些几何尺寸而制备的试件，如果有几何尺寸与小圆环纵向长度有关，这样的测量方法就存在问题。现在的测量结果表明采取的测量方法是可行的。在文献[15]中只研究了张开角与小圆环纵向长度的关系，本文详细研究了动脉壁各种几何尺寸与小圆环纵向长度的关系。第二，有研究表明动脉壁的张开角沿动脉树有较大的规律性变化^[11-14]。因此，作为测量几何尺寸的小圆环，其纵向长度，既应该具有足够的长度，又应该对动脉树而言是足够的小，以保证测量的几何尺寸具有相对的稳定性又具有局部的尺寸作用。

本研究表明：在小圆环纵向长度为 $D/2$ 到 $2D$ 之间，测量的几何尺寸是相对稳定的。其次需要讨论关于动脉壁均质假设的问题。这个问题较为复杂，在此仅就有关方面的问题进行讨论，为更好地表述清楚我们的观点，定义了一个参考量：

$$\frac{S.D.}{\text{mean}} \times 100 \tag{8}$$

这个参考量的分子是标准方差，分母是平均值，再乘以 100，表明这个参考量是标准方差占平均值的百分数。表4、表5、表6分别是动脉壁无载荷状态的内外半径、零应力状态的张开角和端面角，以及零应力状态的内外侧弧长等几何尺寸的参考量值。

从3个表的结果比较分析，表4和表6的参考量值较小，而表5的结果较大。表4是动脉壁无载荷状态的几何尺寸，参考量值较小的结果表明动脉壁材料在无载荷状态可假设为均质性质。表5是动脉壁零应力状态的张开角和端面角的参考量值，这些值较大表征张开角和端面角离散较大。离散大的原因有两方面，一是测量误差较大，二是该几何尺寸较敏感地反映了材料的不均匀性(见图4)。表6是动脉壁零应

表4 动脉壁无载荷状态内外半径的参考量值

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
R_o		2.2	2.6	2.1	2.2	3.0	6.4
R_i		2.3	2.3	3.7	5.6	3.2	14.0

表5 动脉壁零应力状态张开角和端面角的参考量值

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
α		13.7	22.4	11.2	12.8	10.1	30.8
γ		43.8	138.9	51.6	48.0	81.9	18.8

表6 动脉壁零应力状态内外侧弧长的参考量值

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
C_i		7.3	4.9	2.3	4.6	4.7	9.3
C_o		5.0	3.6	2.0	4.4	3.0	11.6

力状态内外侧弧长的参考量值。这个参考量值较小表明内外侧弧长测量误差小,同时,不具有不均匀材料的敏感性。由此,建议在假设动脉壁为均质材料时,零应力状态的几何尺寸应采用内外侧弧长。

动脉壁材料从组织学角度分析确实是非均匀的材料,但作为研究对象研究其整体的力学行为时,可以将其假设为均质材料,以表征其整体的力学行为。问题是分析时的各种参数是否具有整体的均匀性质。在此,动脉壁零应力状态的张开角和端面角几何尺寸就不具有这种均匀的性质,在分析时不宜采用。

最后讨论3种应变分析方法在分析无载荷状态残余应变时的误差区别。按照Cauchy-Green应变定义,采用环向伸长比分析3种方法的误差。环向伸长比为

$$\lambda_{\theta} = \pi R / \theta_0 r^* \quad (9)$$

其中: R 是无载荷状态的半径; r^* 是零应力状态的半径; θ_0 是圆弧的半圆心角。为分析方便定义误差参数为

$$[(\lambda_{\theta(1,2,3)(i,o)} - \lambda_{\theta 4(i,o)} / \lambda_{\theta 4(i,o)})] \times 100 \quad (10)$$

其中:下标*i,o*表示内侧和外侧;下标1,2,3表示采用的方法;下标4表示采用的是直接测量分析的方法,定义为

$$\lambda_{\theta 4 i} = \frac{2\pi R_i}{C_i}, \lambda_{\theta 4 o} = \frac{2\pi R_o}{C_o} \quad (11)$$

方法4和弧长分析方法的区别在于弧长分析方法要将内外侧弧长变换为标准圆弧。这一变换是为了分析任意半径处的应变。而方法四的直接测量方法只能分析内外侧的环向伸长比。表7为上述误差参数的分析结果。由分析结果看,弧长分析方法是首选的动脉壁应变分析方法。

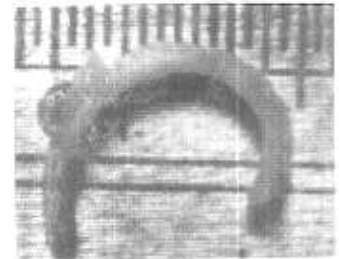


图4 兔主动脉张开状态

表7 3种应变分析方法的比较

		降主动脉			颈动脉		股动脉
		n=5	n=5	n=5	n=5	n=8	n=7
长度	平均值	4.034	2.620	1.795	2.065	1.235	1.635
	S.D.	0.343	0.181	0.241	0.234	0.214	0.521
λ_0	# 1	7.080	11.54	4.620	4.780	6.925	28.79
	# 2	6.780	11.02	4.520	4.980	7.025	22.50
	# 3	2.780	1.620	2.060	3.860	3.763	9.129
λ_{0c}	# 1	4.440	8.100	5.640	3.400	3.350	8.100
	# 2	4.080	7.420	5.100	3.5400	4.038	7.029
	# 3	0.000	0.000	0.200	0.060	0.038	0.271

参考文献:

- [1] VAISHNAV R N, YOUNG J T, PATEL D J. Distribution of stresses and strain-energy density through the wall thickness in a canine aortic segment[J]. *Circ Res* 1973, 32: 577-583.
- [2] DOYLE J H, DOBRIN P B. Stress gradient in the walls of large arteries[J]. *J Biomech*, 1973, 6: 631-639.
- [3] HAYASHI K, SATO M, NIMI H, et al. Analysis of constitutive laws of vascular walls by finite deformation theory[J]. *Jap J Med Electron Biol Eng*, 1975, 13: 293-298.
- [4] HAYASHI K. Fundamental and applied studies of mechanical properties of cardiovascular tissues[J]. *Biorheology*, 1982, 19: 425-436.
- [5] CHUONG C J, FUNG Y C. Three-dimensional stress distribution in arteries[J]. *J Biomech Eng*, 1983, 105: 268-274.
- [6] TAKAMIZAWA K, HAYASHI K. Strain energy density function and uniform strain hypothesis for arterial mechanics[J]. *J Biomechanics*, 1987, 20: 7-17.
- [7] HAYASHI K, TAKAMIZAWA K. Stress and strain distribution and residual stress in arterial walls[M]. *Progress and New Directions of Biomechanics*, Tokyo: MITA Press, 1989. 185-192.
- [8] MASTUMOTO T, HAYASHI K. Mechanical response of rat aorta to hypertension[M]. 1991 *Adv in Bioeng.* New York: ASME, 1991. 631-634.
- [9] VAISHNAV R N, VOSSOUGH J. Estimation of residual strains in aortic segments[M]. *Biomedical Engineering II, Recent Developments*, New York: Pergamon Press, 1983. 330-333.
- [10] FUNG Y C. *Biodynamics: circulation*[M]. New York: Springer Verlag, 1984. 404.
- [11] FUNG Y C, LIU S Q. Change of residual strains in arteries due to hypertrophy caused by aortic constriction[J]. *Circ Res*, 1989, 65: 1340-1349.
- [12] CHUONG C J, FUNG Y C. On Residual stress in arteries[J]. *J Biomech Eng*, 1986, 108: 189-192.
- [13] HAN H C, FUNG Y C. Species dependence of the zero-stress state of aorta: pig versus rat[J]. *J Biomech Eng*, 1991, 113: 446-451.
- [14] FUNG Y C, LIU S Q. Change of zero-stress state of rat pulmonary arteries in hypoxic hypertension[J]. *J Appl Physiol*, 1991, 70: 2455-2470.
- [15] LI Xiaoyang, HAYASHI K. Alternate method for the analysis of residual strain in the arterial wall[J]. *Biorheology*, 1996, 33: 439-449.

下转第488页

[3] 关佳亮. ELID 镜面磨削砂轮氧化膜生成机理[J]. 中国机械工程, 1999, 10(6): 92-95.

Application of ELID Grinding Technology to Precision and Super-precision Grinding of Hard and Brittle Materials

GUAN Jia-liang, FAN Jin-wei, MA Chun-min

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

Abstract: This paper introduces the basic principle of ELID grinding and analyzes the processing mechanism. The technology of ELID grinding was successfully applied to super-precision mirror surface grinding of such hard and brittle materials as hard metals, engineering ceramics and optical glass. The workpieces after grinding can attain the mirror of $R_a = 0.003 \sim 0.018$.

Key words: ELID grinding; hard and brittle materials; processing mechanism; super-precision mirror surface grinding

上接第471页

Study on Strain Analysis Method of Arterial Walls

LI Xiao-yang¹, ZENG Yan-jun²

(1.College of Mechanical Engineering and Applied Electronics, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China;
2.Centre of Bioengineering and Medicine Engineering, Beijing Polytechnical University, Beijing 100022, China)

Abstract: The zero stress state of an artery is brought by cutting a ring of the artery radically and, then, the ring segment springs open into a sector. The zero stress state is a foundation of strain analysis of an artery. There are two methods to measure the dimensions of a blood vessel in the zero stress state. First, it is a way to measure immediately an opening angle. Second, it is a method of assuming that a cut-open, stress-free specimen forms a circular sector and there are two edge angles. A new method to measure the dimensions of an arterial wall in the zero stress state is proposed. The new method is to measure immediately the curve length of an arterial wall in zero stress state by computer image process (CIP). The curve lengths are used to define a standard circle for the strain analysis. These three methods on descending thoracic aortas, common carotid arteries, and femoral arteries of white rabbits are compared with each other. Conclusions are: (1) the new method, i.e. the strain analysis method from the curve length, is the best one among the three methods of strain analysis. (2) The lengths of a ring segment (the length between $D/2$ and $2D$) do not affect the dimensions of the zero stress state.

Key words: arterial wall; zero stress state; strain analysis