

弯曲动脉内脉动流的有限元分析

乔爱科, 伍时桂, 刘有军
(北京工业大学 生物医学工程中心, 北京 100022)

摘要: 给出了主动脉弓内的血液流动的理论模型、边界条件; 根据生理脉动流条件, 对主动脉弓内血液流动进行有限元数值模拟, 分析了计算结果及动脉粥样硬化的流体动力学机理。

关键词: 动脉; 生理脉动流; 有限元分析; 动脉粥样硬化

中图分类号: Q 66

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2001)02-0240-07

弯管动脉内的血液流动问题是生物流体力学的一个重要研究课题。对弯曲管内的流动问题的研究, 最早可追溯到 Thompson 和 Eustice 对二次流和涡旋的定性观察和实验。Smith, Talbot 和 Gong, Yearwood 等^[1]、Chang 等^[2]、Berger 等^[3,4]、Rindt, Yam 等^[5]、Yutaka Komai 和 Kazuo Tanishita^[6] 等人的研究工作, 都以弯曲 180° 刚性圆管内的振荡流或脉动流为基础, 来研究主动脉弓内的血液流动问题, 而没有考虑升主动脉对主动脉弓内血液流动的影响。

本文旨在对升主动脉和主动脉弓内发展中的生理性血液脉动流问题进行探讨。在主动脉弓的弯曲血管部分, 动脉粥样硬化、血管瘤等病变的发生和发展, 将严重影响外周血管的血液流动特性^[7]。因此, 有必要对主动脉弓内的血液脉动流进行深入的研究, 这对防治心血管疾病具有重要的现实意义。此外, 研究主动脉弓内的血液流动问题将为研究其他弯曲血管(如冠状动脉等)内血液流动问题打下良好的基础, 且对发展动脉中的脉搏波传播理论具有很重要的理论指导意义。

1 几何模型

主动脉以左心室的主动脉瓣作为起点, 开始是一段较为平直的升主动脉, 然后以一种复杂的三维空间方式作大约 180° 的弯曲(称为主动脉弓), 并向心脏、头部和上肢伸展出分支; 向下相当平直地穿过隔膜直达腹部^[8]。为了便于分析, 必须将升主动脉和主动脉弓的几何形状进行简化。

图 1 是狗的升主动脉及主动脉弓示意图。作为数值计算的几何模型, 本文将升主动脉简化为长的直管, 将主动脉弓简化为 R_c 弯曲 180° 的圆管, 血管各截面的内半径为 R 。

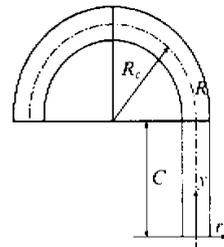


图1 升主动脉及主动脉弓示意图

2 数学模型

对于动脉血管内脉动流的动力学研究, 存在很多的困难。主要表现在以下几个方面^[9,10]: 血液流动的非线性、血管壁的非线性弹性(或非线性粘弹性)及有限变形、动脉血管的复杂几何形状, 以及血管和血液的脉动耦合等。由于问题的高度复杂性, 作为研究的第 1 步, 暂时仍将问题简化, 假设血管为等圆截面刚

性管, 血液为不可压缩牛顿流体.

在升主动脉即直管段, 采用圆柱坐标系下轴对称流动的守恒型血流控制方程^[11].

在主动脉弓即弯曲血管段, 采用如图 2 所示的圆环坐标系, 建立守恒型的血流控制方程为如下.

$$r \text{ 向动量: } \rho \left\{ \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{rH} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rHv_r^2) + \frac{\partial}{\partial \theta} (Hv_\theta v_r) + \frac{\partial}{\partial \phi} (rv_\phi v_r) - Hv_\theta^2 - rv_\phi^2 \frac{\partial H}{\partial r} \right] \right\} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left\{ \nabla^2 v_r - \frac{1}{r^2} \left(2 \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) + \frac{v_\theta \sin \theta}{rH} + \frac{\cos \theta}{H^2} (v_\theta \sin \theta - v_r \cos \theta - 2 \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}) \right\} \quad (1)$$

$$\theta \text{ 向动量: } \rho \left\{ \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{1}{rH} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rHv_r v_\theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (Hv_\theta^2) + \frac{\partial}{\partial \phi} (rv_\phi v_\theta) + Hv_r v_\theta - v_\phi^2 \frac{\partial H}{\partial \theta} \right] \right\} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left\{ \nabla^2 v_\theta + \frac{1}{r^2} \left(2 \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - v_\theta \right) - \frac{v_r \sin \theta}{rH} - \frac{\sin \theta}{H^2} (v_\theta \sin \theta - v_r \cos \theta - 2 \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}) \right\} \quad (2)$$

$$\phi \text{ 向动量: } \rho \left\{ \frac{\partial v_\phi}{\partial t} + \frac{1}{rH} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rHv_r v_\phi) + \frac{\partial}{\partial \theta} (Hv_\theta v_\phi) + \frac{\partial}{\partial \phi} (rv_\phi^2) + rv_\phi v_r \frac{\partial H}{\partial r} + v_\phi v_\theta \frac{\partial H}{\partial \theta} \right] \right\} = -\frac{1}{H} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left\{ \nabla^2 v_\phi + \frac{2}{H^2} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \phi} \cos \theta - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} \sin \theta - \frac{v_\phi}{2} \right) \right\} \quad (3)$$

$$\text{连续方程: } \frac{\partial}{\partial r} (rHv_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (Hv_\theta) + \frac{\partial}{\partial \phi} (rv_\phi) = 0 \quad (4)$$

其中, $H = R_c + r \cos \theta$; v_ϕ, v_θ, v_r 分别为血流轴向速度、周向速度和径向速度; p 为压力; ρ 为血液密度; μ 为粘度.

边界条件:

① 壁面无滑流条件 ($r = R$):

$$\text{直管段: } v_r = v_\theta = 0 \quad (5)$$

$$\text{弯管段: } v_\phi = v_\theta = v_r = 0 \quad (6)$$

其中: v_θ, v_r 分别为直管段血流轴向速度和径向速度.

② 对称面对称条件 ($\theta = 0, \pi$):

$$\text{直管段: } \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial v_r}{\partial \theta} = 0 \quad (7)$$

$$\text{弯管段: } \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} = \frac{\partial v_r}{\partial \theta} = \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad v_\theta = 0 \quad (8)$$

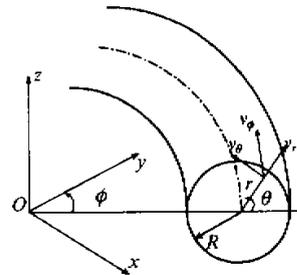


图2 主动脉弓圆环坐标系

3 计算条件

从前面的数学模型中可以看出, 血液流动问题的计算包含着求解压力、3 个速度分量等. 要计算这些量的流动特性, 需要给出它们的初始条件和边值条件. 在本文中, 对狗的主动脉弓内的生理脉动流问题进行计算研究, 采用有限元分析方法 (ANSYS5.5). 根据上述对称性边界条件, 可以只取一半血管进行研究 (如图 3(a)、(b) 所示). 在有限元计算中, 除给出上述边界条件外, 还需给定进口和出口条件. 基本输入数据是升主动脉进口截面的速度以及主动脉弓出口截面的压力, 它们的波形分别表示在图 4 中.

试验性数值计算的基本参数取为: 血管截面半径 $R = 0.5 \text{ cm}$; 主动脉弓曲率半径 $R_c = 3.5 \text{ cm}$; 半径曲率比 $\delta = R / R_c = 0.5 / 3.5 = 1 / 7$; 升主动脉直管段长 $C = 4 \text{ cm}$; 主动脉弓血管弧长 $FL = 3.5 \pi \text{ cm}$; 脉搏周期 $T = 0.4 \text{ s}$; 血液密度 $\rho = 1.056 \text{ g / cm}^3$; 血液粘度 $\mu = 0.4 \mu\text{N} \cdot \text{s / cm}^2$; 雷诺数 $Re = Rv\rho / \mu =$

$$225.17 \sim 353.32; \text{Womersley 数 } \alpha = \sqrt{\frac{2\pi\mu}{T\rho}} R = 14.26; \text{Dean 数 } D_n = Re\sqrt{\delta} = 89.1 \sim 511.5.$$

网格尺寸划分为: 由于靠近壁面处存在边界层流动, 所以近壁部分的网格划分得更加细密, 以提高计

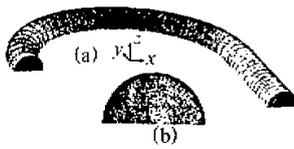
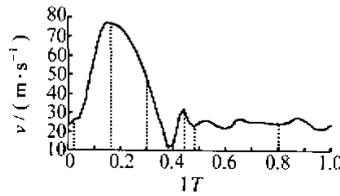
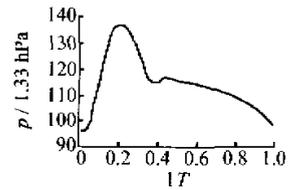


图3 血管的有限单元计算网格划分



(a) 进口速度波形



(b) 出口压力波形

图4 初边值条件

算的精度。半径方向采用渐近网格划分, $\Delta r_i = (2R) / [(n + 1)i]$, 在这里取 $n = 16, i = 1, 2, \dots, 16$; 圆周方向 $\Delta \theta = \pi / 2$; 直管段轴向 $\Delta y = C / 15$; 弯管段圆环方向 $\Delta \phi = \pi / 30$; 时间步长 $\Delta t = T / 50$ 。

因为主动脉弓内的血液流动属于周期性的非正常流动, 所以必须经过若干个周期的重复运算才能最终得到稳定的结果。计算中, 限制每个时间步长内的压力相对误差不超过 10^{-4} 。这样, 经过3个周期的迭代, 就可以得到稳定的结果。

4 结果分析

4.1 对称面内主流速度剖面

图5为不同时刻对称面内主流速度剖面; 图6为不同时刻 $\phi = \pi/5$ 截面处轴向速度曲面及等高线; 图7为不同时刻出口 ($\phi = \pi$) 截面处轴向速度曲面及等高线。由数值分析及图示可见:

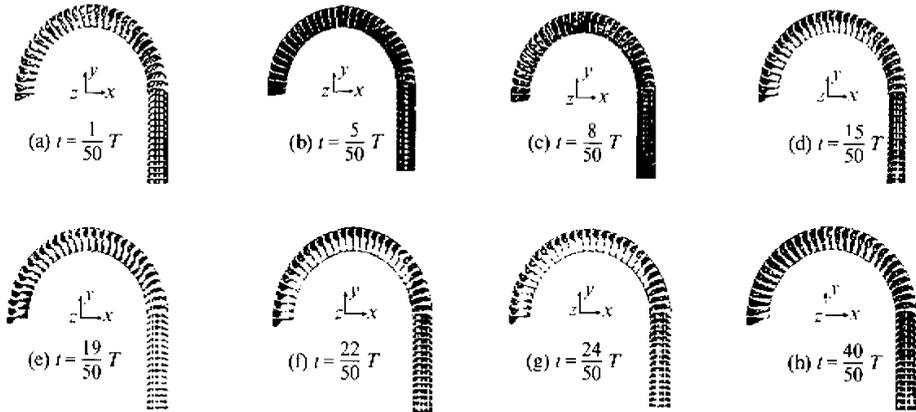


图5 不同时刻对称面内主流速度剖面

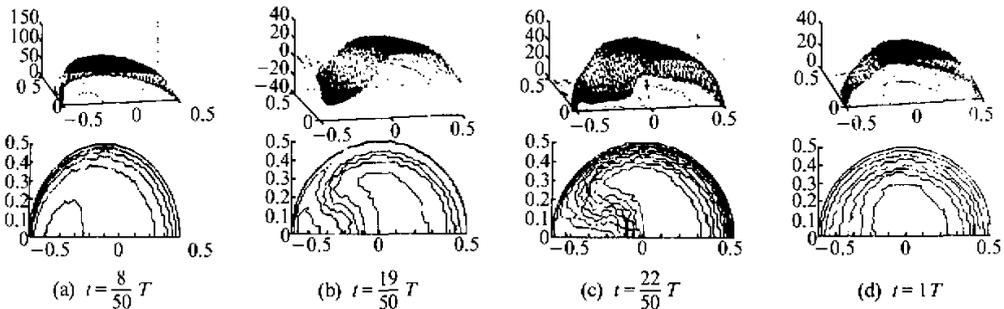


图6 不同时刻 $\phi = \pi/5$ 截面轴向速度曲面及等高线图(横坐标-0.5表示内侧壁, 0.5表示外侧壁)

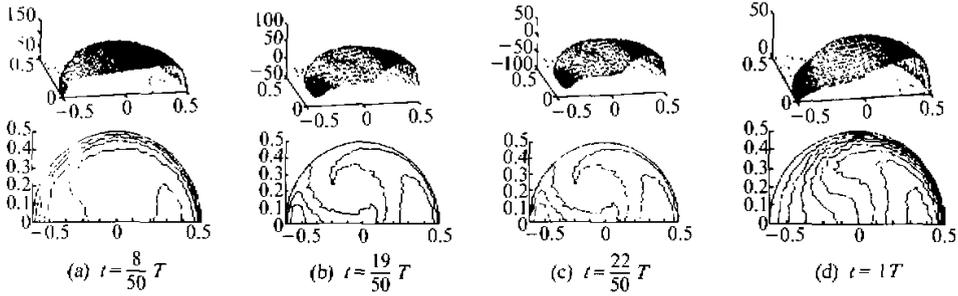


图7 不同时刻出口 ($\phi = \pi$) 截面轴向速度曲面及等高线图(横坐标-0.5表示内侧壁,0.5表示外侧壁)

1) 在直管段入口处,边界层就开始发展;随着流动的发展,边界层不断加厚.直管段的边界层发展较慢,并且没有形成充分发展的流动;弯管段的边界层发展较快.

2) 在收缩加速期 ($t = \frac{1}{50} \sim \frac{8}{50} T$),进口速度逐渐增大.血液进入主动脉弓(即弯管段)后,最大轴向速度 v_{max} 由血管内侧壁通过轴心逐渐向外侧壁偏移.而且,当进口速度较小时,这个转移过程很快;当进口速度较大时,这个转移过程较慢.在整个流动过程中,始终没有出现回流.

3) 在收缩减速期 ($t = \frac{8}{50} \sim \frac{19}{50} T$),进口速度逐渐减小.上述转移过程较快,并且由内侧壁开始,逐渐形成回流.随着进口速度越来越小,内侧壁的回流越来越加剧.当进口速度达到最小值时,在直管段也出现了回流;但是,当血液流动进入弯管段后,内侧壁的回流受到增强而不断加剧,而外侧壁的回流则受到抑制并逐渐消失.

4) 在重搏加速期 ($t = \frac{19}{50} \sim \frac{22}{50} T$),内侧壁的回流又逐渐减弱.在重搏减速期 ($t = \frac{22}{50} \sim \frac{24}{50} T$),内侧壁的回流又有所增强.

5) 在以后的舒张期 ($t = \frac{24}{50} \sim 1T$),虽然进口速度略有波动,但血管内的血液流动将逐渐趋于平稳,回流逐渐消失,速度剖面随时间变化不是很大.一直到整个周期结束,速度剖面又趋同于下一个周期的初始形态.

6) 在流动加速过程中,弯管段最大轴向速度向内侧壁转移;在流动减速过程中,弯管段最大轴向速度向外侧壁转移.从收缩减速期后期开始,弯管段最大轴向速度几乎都出现在靠近外壁的地方.

7) 在收缩减速期,回流首先出现在出口处内半截面处;伴随着二次流的不断加剧,回流区逐渐向外侧壁发展;此后,流动处于一种近似稳定状态,流场受进口条件的影响不大.由于受粘性的影响,回流和二次流都逐渐减弱,回流会最终消失.

8) 在主动脉弓中边界层的发展主要受到血液粘度和二次流的影响.由于二次流将血液由内壁向外壁输运,与直管段相比,弯管段内侧壁附近的边界层发展得较快,而外壁附近的边界层,却受到流来的二次流的阻碍,就像受到来流的挤压一样,发展得较慢.即使在下游远处,外壁附近的轴向速度轮廓仍然非常陡峭.

9) 在整个流动过程中,在对称面内的同一截面处没有出现两个速度峰值的现象.

4.2 二次流

图8是不同时刻 $\phi = \pi/5$ 截面内二次流矢量图,图9是不同时刻出口 ($\phi = \pi$) 截面内二次流矢量图.由于篇幅所限,不可能把二次流随时间和空间变化的所有图线都表示出来.根据本文的数值计算和后处理分析,可以看到:

1) 从时间上来说,二次流在收缩加速期发展得较慢,在收缩减速期发展得较快.在收缩减速期末期,

二次流达到最大;此后就逐渐减弱.

2) 从空间上来说,血液进入主动脉弓后,二次流就开始发展,在 $\phi = \pi/5 \sim (\pi/13)/30$ 的区域内,二次流的发展达到高峰.在同一截面内,二次流的主要涡旋中心出现在内半截面内.

3) 除了在内、外侧壁靠近对称面附近的区域由径向速度 v_r 所控制之外,其余壁面附近则由与管壁截面圆周方向并行的圆周速度 v_θ 所控制,且 v_θ 方向是由外侧壁流向内侧壁.而在对称面附近的流动则几乎平行于对称面,由内侧壁向外侧壁流动.

4) 在每个截面内,沿圆周方向的二次流同样存在边界层的形成和发展.在收缩加速期,没有出现二次流的回流现象;在收缩减速期,在内侧壁区域出现了二次流的回流现象,并且回流现象沿着流动方向逐渐形成、发展、减弱,到流动下游接近出口时消失.在舒张期,流动处于近似稳定状态,二次流的回流现象也会逐渐减弱,直至下一个循环周期.二次流的回流现象的变化规律与主流方向的回流现象的变化规律是相似的.

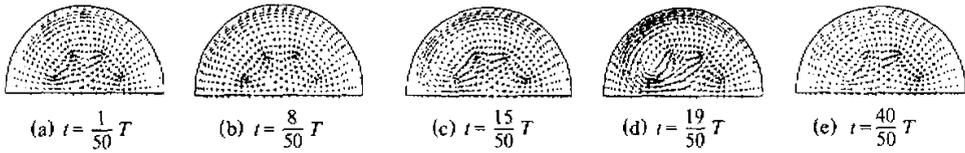


图8 不同时刻 $\phi = \pi/5$ 截面二次流矢量图(左边表示内侧壁,右边表示外侧壁)

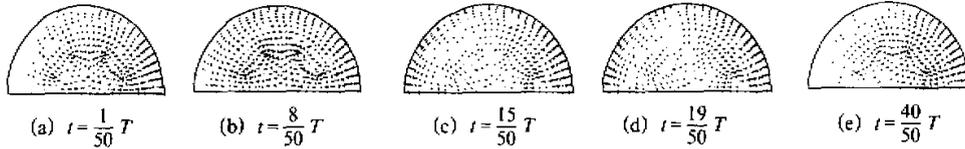


图9 不同时刻出口($\phi = \pi$)截面二次流矢量图(左边表示内侧壁,右边表示外侧壁)

4.3 壁面剪应力

主动脉弓内的壁面剪应力是动脉粥样硬化的一个重要影响因素.图10为不同时刻弯管段轴向壁面剪应力 τ_{w_a} 和周向壁面剪应力 τ_{w_θ} 分布曲面图.图11为一个循环过程中弯管段壁面剪应力分布图.由于人为地给定了进口和出口条件,使得壁面剪应力分布在进口和出口处发生突变,因而图中没有包括进出口截面处的值.在直管段,轴向壁面剪应力沿圆周方向是均匀分布的;沿流动方向是逐渐减小的,所以其分布图近似是一个斜面(图中未画出直管段部分).血液进入主动脉弓(即弯管段)后,最大轴向速度 $v_{\phi_{max}}$ 由血管内侧壁通过轴心逐渐向外侧壁偏移,所以,最大轴向壁面剪应力 $\tau_{w_{a_{max}}}$ 首先出现在内侧壁,然后沿圆周方向逐渐向外侧壁转移;其分布图是一个扭曲的空间曲面.但在整个循环过程中,弯管外侧壁的壁面剪应力在 $-24.004 \sim 60.767$ 变化,弯管内侧壁的壁面剪应力在 $-78.327 \sim 192.61$ 变化.弯管外侧壁的壁面剪应力比弯管内侧壁的壁面剪应力要小很多.弯管外侧壁的最大壁面剪应力是弯管内侧壁的最大壁面剪应力的35.2%.在收缩加速期,进口速度不断增大, τ_{w_a} 随之增大.当进口速度达到最大值时, τ_{w_a} 也达到最大值.在收缩减速期,进口速度减小, τ_{w_a} 也随之减小.当进口速度达到最小值时, τ_{w_a} 也达到最小值.可见, τ_{w_a} 随进口速度的增大而增大,随进口速度的减小而减小.流动处于近似稳定状态过程中, τ_{w_a} 也会逐渐减弱,直至下一个循环周期.当主流方向出现回流时, τ_{w_a} 出现了负值.所以, τ_{w_a} 的变化规律与进口速度以及主流方向的回流现象的变化规律是相同的.

周向壁面剪应力由弯管段的二次流引起;它也随进口速度的增大而增大,随进口速度的减小而减小.这与二次流的变化规律有所不同,时间上相差约 $t = (11/50)T$.在圆周方向,最大周向壁面剪应力 $\tau_{w_{\theta_{max}}}$ 发生在 $\theta = 90^\circ$ 附近的地方.在主流方向,最大周向壁面剪应力 $\tau_{w_{\theta_{max}}}$ 发生在 $\phi = \pi/5 \sim (13\pi)/30$ 的区域内,与二次流达到高峰的区域是一致的.在舒张期,在内侧壁区域出现了负的壁面剪应力,说明二次流出现回流现象.随着二次流回流现象的形成、发展、减弱和消失,内侧壁区域内负的壁面剪应力也将逐渐

减小,直至与下一个循环周期衔接.

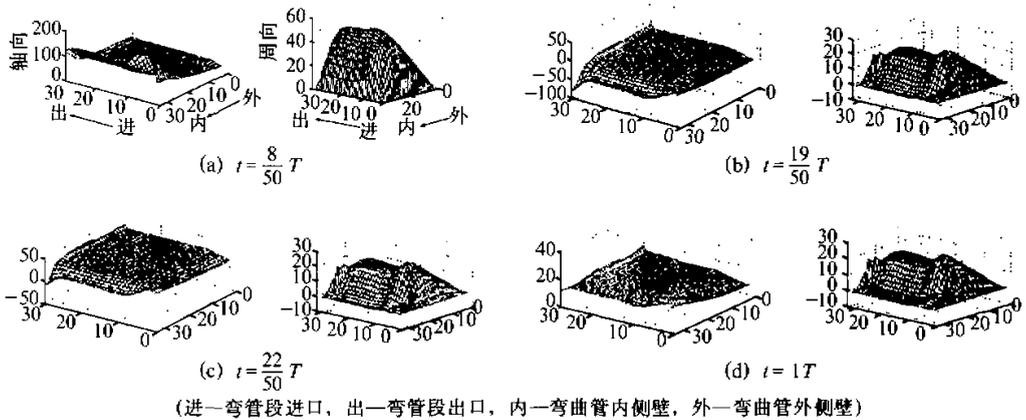


图10 不同时刻弯管段轴向和周向壁面剪应力分析

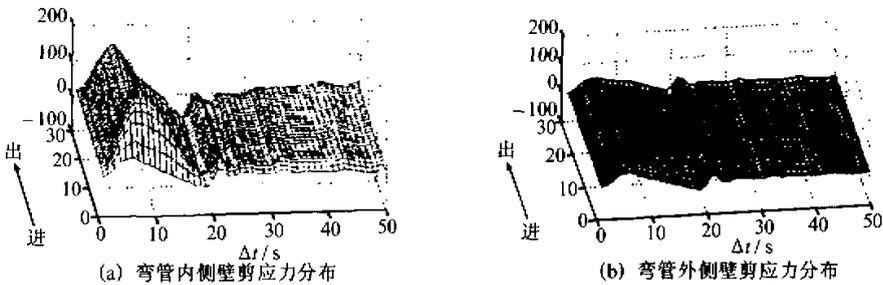


图11 一个循环中弯管段壁面剪应力分布(不包括出口截面)

大量研究表明,动脉粥样硬化具有很强的病灶性,它极易在弯曲动脉的内侧壁处形成.这说明它与弯曲动脉内的血流动力学因素有关.从上面的分析可见,在整个心动周期过程中,弯曲管内的壁面剪应力呈现很强的脉动性.在弯管内侧壁处,壁面剪应力的脉动性更强,正负值变化都较大,类似于对称循环变应力.内皮细胞对壁面剪应力是敏感的.由力学原理可知,当一个零件受到对称循环变应力时,它处于最危险状态,最容易受到疲劳损伤而破坏.同样,在弯管内侧壁处的内皮细胞,在类似对称循环的壁面剪应力作用下,也最容易受到疲劳损伤而破坏.另外,在弯管内侧壁处,同时存在主流方向和二次流方向的回流,此处容易形成涡流和死水区,引起供氧不足而使内皮细胞受到损伤.内皮细胞的受损与动脉血管内的脂类沉积以及动脉粥样硬化的形成和发展有重大的关系.

4.4 压力脉搏波

图12表示压力波沿中心线传播情况.在主动脉压力曲线下降支上有一个缺口(重搏切迹),它标志着主动脉瓣闭合.由图可见,随着压力脉搏波沿着主动脉弓往下游传播,重搏切迹逐渐减弱,压力波形逐渐变陡.

由于本研究中采用刚性管来模拟动脉血管壁,计算结果中,在同一时刻,各个截面上的流量值几乎一样.

由于作者研究的是非定常流动,某一时刻血液流动的发展既受到边界条件的影响,还受到与其相邻时刻血流的影响.这也正是非定常流动与定常流动的不同.

1978年Agrawal等人利用激光 Doppler 测速仪研究了

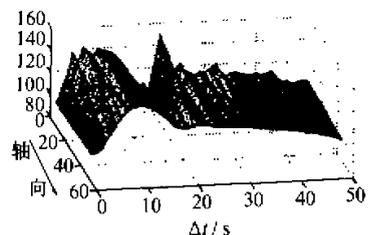


图12 中心线上的压力脉搏波传播情况

弯曲血管定常入口流的发展^[12],1984年 Soh 等人采用人工压缩技术数值地分析了弯曲血管中定常的入口层流^[4]。1997年 Yataka Komai 和 Kazuo Tanishita 利用 SIMPLER 方法研究了弯管中充分发展的间歇性流动^[6]。本文的计算结果与他们的研究结果是非常一致的。

参考文献:

- [1] YEARWOOD T L, CHANDRAN K B. Physiological pulsatile flow experiments in a model of the human aorta arch[J]. J Biomech, 1984, 5, 683.
- [2] CHANG L J, TARBELL J M. Numerical simulation of fully developed sinusoidal and pulsatile (physiological) flow in curved tubes[J]. J Fluid Mech, 1985, 161, 175-198.
- [3] HAMAKIOTES C C, BERGER S A. Fully developed pulsatile flow in a curved pipe[J]. J Fluid Mech, 1988, 195, 23.
- [4] SOH W Y, BERGER S A. Laminar entrance flow in a curved pipe[J]. J Fluid Mech, 1984, 148, 109-135.
- [5] YAM C G, DWYER H A. Unsteady flow in a curve pipe[M]. Contemporary Mathematics, 1993. 141-543.
- [6] YUTAKA Komei, KAZUO Tanishita. Fully developed intermittent flow in a curved tube[J]. J Fluid Mech, 1997. 347-263.
- [7] 卡罗 C G. 血液循环力学[M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [8] 冯元桢. 生物力学[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
- [9] 陶祖莱. 生物流体力学[M]. 北京: 科学出版社, 1984.
- [10] PEDLEY T J. The Fluid Mechanics of Large Blood Vessels. 1980.
- [11] 伍时桂, 李兆治, 马新胜. 非线性波在动脉内传播的数值研究[J]. 北京工业大学学报, 1988. 14(2): 44-52.
- [12] AGRAWAL Y, TALBET L, Gong K. Laser anemometer study of flow development in curved circular pipes[J]. J Fluid Mech, 1978, 85: 497-518.

A Finite Element Analysis of Pulsatile Flow in Curved Artery

QIAO Ai-ke, WU Shi-gui, LIU You-jun

(Research Center of Biomedical Engineering, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

Abstract: The theoretical model and boundary conditions of blood flow in the aortic arch are first given. Then according to the conditions of physiological pulsatile flow, the finite element numerical simulation of the blood flow in the aortic arch is made. Finally, the calculated results and the fluid dynamics mechanism of atherosclerosis are analyzed.

Key words: artery; physiological pulsatile flow; finite element analysis; atherosclerosis