

半刚性节点钢框架系统的强度可靠性分析

侯 颖, 霍 达, 滕海文, 张 杨

(北京工业大学 建筑工程学院, 北京 100124)

摘 要: 为了更为准确地评估钢框架系统可靠性, 将实际的半刚性连接节点视为转动弹簧单元, 推导了半刚性梁元节点失效的减缩刚度矩阵和等效节点力公式. 采用分枝限界法研究了半刚接框架的系统强度可靠性, 并与刚接和铰接结构进行了对比. 算例表明, 含有半刚性节点的主要失效路径和失效概率发生了较大变化, 其系统可靠性介于刚接与铰接结构之间, 节点刚度对钢框架系统可靠性的影响较大.

关键词: 半刚性节点; 钢框架; 强度可靠性; 分枝限界

中图分类号: TU 391; TU 311.2

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2010)11-1477-05

传统的钢框架结构设计中, 通常假定梁柱的连接是完全刚接, 或者是理想铰接. 然而, 刚性连接总有一定的柔性, 而铰接连接也具有一定的刚性^[1], 几乎所有的连接性能都介于两者之间, 属于半刚性范畴.

Sekulovic 等^[2]分析了半刚接框架在荷载作用下的非线性应力应变关系, 郭兵等^[3]用增量迭代法对侧向和竖向荷载作用的半刚接钢框架进行了分析, 这些研究着重于半刚接钢框架的确定性力学分析, 没有考虑结构系统可靠性分析. 美国 AISC-LRFD 规范^[4]要求钢框架结构设计中考虑半刚性连接的影响, 我国钢结构规范 GB50017-2003 也做了类似的规定^[5], 但未指明在设计中如何实施. 为了将基于结构系统可靠度的设计理论运用到半刚接钢框架结构的设计中, 必须对半刚性节点连接的钢框架结构的系统可靠性进行实际分析. 本文通过修正梁单元的弹性刚度矩阵, 推导了半刚性梁元节点失效的减缩刚度矩阵和等效节点力公式, 采用分枝限界法研究了半刚接钢框架系统的强度可靠性, 并与刚接和铰接结构进行了对比.

1 半刚性连接的单元刚度矩阵

1.1 半刚性连接的转角-位移关系

半刚性连接梁柱节点的形式很多, 各类型节点由于其组成部分参数不同导致节点力学性能差异很大, 国内外的研究者们通过半刚性连接节点 $M-\theta$ 关系曲线试验数据的拟合, 提出线性模型、多项式模型、B 样条模型、幂函数模型和指数函数模型等多个计算模型^[6]. 本文用线性模型来代替非线性 $M-\theta$ 曲线, 即 $M = R_{ki}\theta$

1.2 梁单元刚度矩阵

框架中的柱是连续的, 没有任何连接, 而框架梁端有半刚性连接. 通常用两端带有转动弹簧的梁来考虑梁柱节点的半刚性^[7]. 设梁单元两端弹簧的转动刚度分别为 R_{kA} 和 R_{kB} , 则弹簧的相对转角 θ_A 、 θ_B 可分别表示为

$$\theta_A = \frac{M_A}{R_{kA}}, \quad \theta_B = \frac{M_B}{R_{kB}}$$

收稿日期: 2009-06-26.

基金项目: 国家自然科学基金 (50378007).

作者简介: 侯 颖 (1974-), 女, 宁夏银川人, 博士生.

由结构力学方法得到半刚性梁单元的刚度矩阵^[8]

$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_{ii} + 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^3} & (\alpha_{ii} + \alpha_{ij})\frac{EI}{L^2} & 0 & -(\alpha_{ii} + 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^3} & (\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^2} \\ 0 & (\alpha_{ii} + \alpha_{ij})\frac{EI}{L^2} & \alpha_{ii}\frac{EI}{L} & 0 & -(\alpha_{ii} + \alpha_{ij})\frac{EI}{L^2} & \alpha_{ij}\frac{EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -(\alpha_{ii} + 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^3} & -(\alpha_{ii} + \alpha_{ij})\frac{EI}{L^2} & 0 & (\alpha_{ii} + 2\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^3} & -(\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^2} \\ 0 & (\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^2} & \alpha_{ij}\frac{EI}{L} & 0 & -(\alpha_{ij} + \alpha_{jj})\frac{EI}{L^2} & \alpha_{jj}\frac{EI}{L} \end{bmatrix}$$

式中, $\alpha_{ii} = \frac{1}{R} \left(4 + \frac{12EI}{LR_{kB}} \right)$; $\alpha_{jj} = \frac{1}{R} \left(4 + \frac{12EI}{LR_{kA}} \right)$; $\alpha_{ij} = \frac{2}{R}$.

其中, $R = \left(1 + \frac{4EI}{LR_{kA}} \right) \left(1 + \frac{4EI}{LR_{kB}} \right) - \left(\frac{EI}{L} \right)^2 \left(\frac{4}{R_{kA}R_{kB}} \right)$

式中, E为弹性模量; A为截面面积; I为截面惯性矩; L为单元长度.

2 梁柱单元的塑性条件和极限状态方程

在超静定框架体系中,某一截面的失效并不意味着整个结构体系的失效. 只有当某些截面形成一定数量的塑性铰集合,使结构成为机构,系统才会失效. 最大弯矩出现在梁柱单元的一端或两端. 任一截面的极限状态方程可表示为^[9]

$$M_i = M_{pi} - S_i$$

式中, M_{pi} 为 i截面的塑性抵抗矩; S_i 为 i截面的内弯矩.

3 梁元减缩刚度矩阵和等效节点力的推导

当截面形成塑性铰时,梁元的位移 $\overline{\delta}$ 由弹性位移 $\overline{\delta}^e$ 和塑性位移 $\overline{\delta}^p$ 组成,建立节点力和节点位移的关系

$$\overline{\mathbf{F}} = \overline{\mathbf{K}}(\overline{\boldsymbol{\delta}} - \overline{\boldsymbol{\delta}}^p) \tag{1}$$

根据塑性变形理论有^[10]

$$\left. \begin{aligned} \overline{\boldsymbol{\delta}}_i^p &= -\lambda_i \mathbf{C}_i \\ \overline{\boldsymbol{\delta}}_j^p &= -\lambda_j \mathbf{C}_j \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中, λ_i 、 λ_j 分别表示梁元两截面塑性变形大小的因子,弹性变形时二者为零; $\mathbf{C}_i$ 、 $\mathbf{C}_j$ 分别表示梁元两截面的由杆元尺寸所决定的常量.

联立式 (1)、(2)得

$$\overline{\mathbf{F}} = \overline{\mathbf{K}}\overline{\boldsymbol{\delta}} + \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{K}}\mathbf{C}_i \\ \overline{\mathbf{K}}\mathbf{C}_j \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda_i \\ \lambda_j \end{bmatrix}$$

由此推导出半刚性梁元的两端截面 i、j分别失效和 i、j两端截面均已失效时的减缩刚度矩阵 $\overline{\mathbf{K}}$ 和等效节点力向量 $\overline{\mathbf{F}}$ 的具体表达式.

1) 梁单元 i截面失效时

$$\bar{K}^i = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^3} & 0 & 0 & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^3} & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^3} & 0 & 0 & \frac{EI}{\alpha_{jj}L^3} & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^2} \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^2} & 0 & 0 & -\frac{EI}{\alpha_{jj}L^2} & \frac{EI}{\alpha_{jj}L} \end{bmatrix}$$

式中, $\bar{\alpha}_{jj} = \frac{3}{1 + \frac{3EI}{IR_{kB}}}$.

$$\bar{F}^{pi} = sg(M_i) \frac{M_{pi}}{L} \begin{bmatrix} 0 & 1 + \frac{2}{4 + \frac{12EI}{IR_{kB}}} & L & 0 & -\left(1 + \frac{2}{4 + \frac{12EI}{IR_{kB}}}\right) & \frac{2L}{4 + \frac{12EI}{IR_{kB}}} \end{bmatrix}^T$$

其中 $sg(\cdot)$ 为 $\cdot$ 的符号

2) 梁单元 j 截面失效时

$$\bar{K}^j = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^3} & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^2} & 0 & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^3} & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^2} & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L} & 0 & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^2} & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^3} & -\frac{EI}{\alpha_{ii}L^2} & 0 & \frac{EI}{\alpha_{ii}L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中, $\bar{\alpha}_{ii} = \frac{3}{1 + \frac{3EI}{IR_{kA}}}$.

$$\bar{F}^{pj} = sg(M_j) \frac{M_{pj}}{L} \begin{bmatrix} 0 & 1 + \frac{2}{4 + \frac{12EI}{IR_{kA}}} & \frac{2L}{4 + \frac{12EI}{IR_{kA}}} & 0 & -\left(1 + \frac{2}{4 + \frac{12EI}{IR_{kA}}}\right) & L \end{bmatrix}^T$$

3) 梁单元 i j 截面均失效时

$$\bar{K}^{ij} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}^{pij} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{sg(M_i)M_{pi} + sg(M_j)M_{pj}}{L} & sg(M_i)M_{pi} & 0 & -\frac{sg(M_i)M_{pi} + sg(M_j)M_{pj}}{L} & sg(M_j)M_{pj} \end{bmatrix}^T$$

4 结构系统的可靠性分析

4.1 计算方法

本文采用分枝限界法寻找主要失效模式,即在对原结构进行静力分析的基础上,计算出若干个截面的可靠指标 β_i ($i=1, 2, \dots, n$),按照从小到大排列. 以 $\beta_{\min}$ 所对应的截面作为第 1个塑性铰产生的位置,首先进行“纵向搜索”,直到找到第 1个机构,然后,在该阶段进行“横向分枝”,通过界限准则略去次要失效模式. 依次类推,直到找到所有的主要失效模式. 进行失效模式相关性分析,采用 PNET法,计算结构系统失效概率.

4.2 算例分析

半刚接钢框架结构形式和荷载状况如图 1所示. 梁截面面积为 $0.4 \times 10^{-2} \text{ m}^2$,惯性矩为 $0.477 \times 10^{-4} \text{ m}^4$;柱截面面积为 $0.4 \times 10^{-2} \text{ m}^2$,惯性矩为 $0.358 \times 10^{-4} \text{ m}^4$;梁截面抗力矩为 $101 \text{ kN} \cdot \text{m}$;柱截面抗力矩为 $75 \text{ kN} \cdot \text{m}$;荷载、梁柱截面抗力矩均为随机变量且服从正态分布,荷载的变异系数为 0.2,梁柱截面抗力矩的变异系数为 0.1^[11]. 荷载 $P_1 = 20 \text{ kN}$, $P_2 = 40 \text{ kN}$,梁柱连接采用腹板带双角钢的上下翼缘角钢连接,初始转动刚度 $5.08 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{rad}$ 连接的极限弯矩 $81.82 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

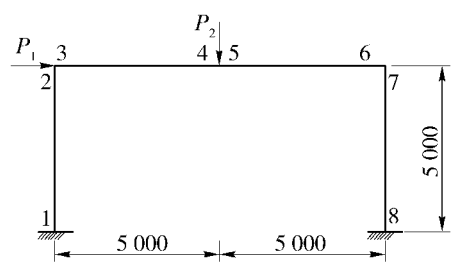


图 1 结构荷载分布图
Fig 1 Loads on the frame

在程序计算中,以结构整体刚度矩阵是否奇异作为结构系统的失效判据原则. 从表 1中可以看出,刚性连接和半刚性连接框架的两条主要失效路径和失效概率完全相同,即 7—4—2和 7—4—8—1,这是由于该路径中不含有梁端节点,而半刚性连接极限弯矩的差异,导致其他 4条主要失效路径的失效概率变化较大. 同时,梁柱刚接、半刚接和铰接的情况下,结构系统的失效概率分别为 6.488×10^{-4} 、 1.342×10^{-3} 、 1.848×10^{-1} ,有显著差异. 因此,理想的刚接或铰接会对结构系统的可靠性评价过高或者过低.

表 1 主要失效路径及失效概率
Table 1 The main failure path and failure probability

刚性节点连接		半刚性节点连接		铰接节点连接	
主要失效路径	失效概率	主要失效路径	失效概率	主要失效路径	失效概率
7—4—2	6.486×10^{-4}	7—4—2	6.486×10^{-4}	4—7—2	6.486×10^{-4}
7—4—3	2.255×10^{-4}	7—4—3	6.848×10^{-4}	4—3—7	1.82×10^{-2}
4—6—2	2.248×10^{-4}	6—4—2	6.848×10^{-4}	—	—
7—4—8—1	2.222×10^{-4}	7—4—8—1	2.222×10^{-4}	4—8—7—1	2.162×10^{-4}
4—6—3	1.664×10^{-4}	6—4—3	1.119×10^{-3}	6—4—3	1.844×10^{-1}
4—6—8—1	2.158×10^{-5}	6—4—8—1	1.512×10^{-4}	—	—

5 结论

1) 本文推出了半刚性节点梁元失效后,等效节点力的公式及减缩刚度矩阵,并将等效节点力和减缩刚度矩阵的影响体现到结构失效的分析过程中.

2) 对比分析了结构系统梁柱单元连接分别为刚接、半刚接、铰接情况下的失效路径, 从中可以看出, 节点刚度对失效顺序及失效概率影响较大。

3) 进行框架结构系统强度可靠性分析时, 应该考虑实际的半刚性连接才能更为准确地评估系统可靠性。

参考文献:

- [1] CHEN W F. Steel beam-to-column building connections[M]. New York: Elsevier Science Publish Co Inc. 1988. 1-3.
- [2] SEKULOVIC M, SALATIC R. Nonlinear analysis of frames with flexible connections[J]. Computers and Structures. 2001, 79(11): 1097-1107.
- [3] 郭兵, 陈爱国. 半刚接钢框架的有限元分析及性能探讨[J]. 建筑结构学报, 2001, 22(5): 48-52.
GUO Bing, CHEN Aiguo. Finite element analysis and behavior of semi-rigid steel frames[J]. Journal of Building Structures. 2001, 22(5): 48-52. (in Chinese)
- [4] American Institute of Steel Construction. Load and resistance factor design specification for structural steel buildings(LRFD) [S]. Illinois: AISC. 1999.
- [5] 中华人民共和国建设部. GB50017—2003钢结构设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2003.
- [6] LEE S, MOON T. Moment-rotation model of semi-rigid connections with angles[J]. Engineering Structures. 2002, 24(2): 227-237.
- [7] LI T Q, CHOO B S, Nethercot D A. Connection element method for the analysis of semi-rigid frames[J]. Journal of Constructional Steel Research. 1995, 32(2): 143-171.
- [8] 龙驭球, 包世华. 结构力学(下册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1996. 74-117.
- [9] PARK S, CHOIS. Efficient method for calculation of system reliability of a complex structure[J]. International Journal of Solids and Structures. 2004, 41: 5035-5050.
- [10] 毕继红, 王晖. 工程弹塑性力学[M]. 天津: 天津大学出版社, 2003. 37-58.
- [11] 李继华. 建筑结构概率极限状态设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990. 151-166.

Analysis of Strength Reliability of Semi-rigid Steel Frame

HOU Ying HUO Da TENG Hai-weng ZHANG Yang

(College of Architecture and Civil Engineering Beijing University of Technology Beijing 100124, China)

Abstract: To evaluate more exact system reliability of steel frame taking the actual semi-rigid joint as a rotational spring element, formulae of the reduced stiffness matrix and the equivalent nodal force of beam element with semi-rigid joints are deduced. The method of branch boundary is adopted. The strength reliability of the semi-rigid steel frame system is studied and compared with that of fully-rigid and pinned connections. The example indicates that there are real differences in the main failure path, its failure probability and system reliability between the semi-rigid connections and the fully-rigid or pinned connections and that the effects of joint stiffness on the strength reliability of steel frame are important.

Key words: semi-rigid joints; steel frames; strength reliability; branch boundary

(责任编辑 张士瑛)