

管道系统动力特性的近似计算

赵 均 田守瑞

(北京工业大学建筑工程学院, 北京 100022)

A. K. 古普塔

(美国北卡罗来纳州立大学)

摘 要 运用能量法的原理,提出了近似计算连续梁基本频率和三维任意走向复杂管道系统3个低阶重要振型及频率的方法,并用算例比较了本文方法与精确方法的计算结果。

关键词 管道, 动力特性, 近似计算

分类号 TU352.11

管道在现代社会的生产和人民生活中起着相当重要的作用。其中,地上及建筑物中的管道系统广泛应用于工业部门、民用建筑及各类设施。管道结构的抗震问题,特别是对核电、石油化工、通信、电力等重要部门,如何确保管道的抗震性能,使其安全可靠地运行使用,日益为人们所重视,成为当今国际地震工程界的热点研究课题之一。目前,管道结构的抗震设计与分析大量依赖于费工费时的动力分析方法。这主要是由于,在一般情况下,管道系统走向不规则,不同部分的质量和刚度时常差异很大,支座条件也有各种变化。而对这类复杂结构体系目前还没有较为理想的简化计算方法。

本文提出了一种对管道结构低阶频率和振型进行近似计算的简化方法。以能量法为基础,采用静力分析,首先实现了对作为一维走向管道特例的连续梁结构自振频率的近似计算;然后推广到三维任意走向的一般管道结构,提出其低阶频率和振型近似计算的方法步骤;并以实际工程中的管道系统为算例,将本文方法的近似计算结果与动力分析方法所得的精确计算结果进行了比较。

1 能量法及连续梁基本频率的近似计算

能量法是以能量守恒原理为基础,近似计算结构自振频率的一种常用方法。根据这种方法,如果忽略阻尼影响,则在结构振动过程中,体系没有能量损耗和振型间的能量转移,其第 j 振型的圆频率 ω_j 与振型向量 ϕ_j 的关系可表示为:

$$\omega_j^2 = \frac{\phi_j^T K \phi_j}{\phi_j^T M \phi_j} \quad (1)$$

式中 K 和 M 分别为体系的刚度矩阵和质量矩阵。如果 ϕ_j 是形状近似于振型曲线的体系某种位移向量,则由式(1)可得到相应圆频率的某种近似值。因此,运用能量法计算结构自振频率的关键,取决于如何假定结构体系的振型曲线。

连续梁结构是一维走向管道体系的一种特例。在采用能量法近似计算连续梁基本频率时,本文建议采用如下方法步骤。

首先,构造一假想荷载向量 G 作用于连续梁,使该荷载各跨分量取值与结构自重相等,垂直于梁轴作用,且相邻跨的荷载分量方向相反。于是当将结构离散为集中质量体系并忽略集中质量的转动惯量及轴

向变形后,有

$$G = gMU_0 \quad (2)$$

式中: g 为重力加速度; U_0 为由 1 和 -1 成组相间所形成的形状向量(振型曲线的某种近似),其形式为:

$$U_0 = [1, \dots, 1, -1, \dots, -1, 1, \dots, 1, -1, \dots]^\top \quad (3)$$

其中 n_k 为第 k 跨的平动自由度数. 将 G 作用于结构可得到相应的静力变形曲线 U_1 .

然后,以 U_1 为新的形状向量构造新的假想荷载向量 G_1 ,使得

$$G_1 = gMU_1 \quad (4)$$

并求得 G_1 作用下的结构静力变形曲线 U_2 .

最后,将 U_2 取为结构基本振型的近似振型曲线,运用能量法,即可实现基本频率的近似计算. 即:其圆频率的近似值按下式计算:

$$\bar{\omega}_1^2 = \frac{U_2^\top G_1}{U_2^\top M U_2} \quad (5)$$

作为算例,笔者对 18 根 2~4 跨具有不同跨度比的连续梁的基本频率分别采用本文的近似方法和动力分析的精确方法进行了计算比较. 其结果是^[2]:大多数算例的误差小于 0.5%,而误差最大的一个算例的误差值也仅为 1.2%.

2 三维管道系统低阶振型和频率的近似计算

实际工程中的管道结构一般均为三维走向的复杂体系. 用简化方法计算地震反应,至少要包括以 x 、 y 、 z 3 个方向为主要振动方向的 3 个低阶重要振型的反应,而高阶振型的反应则可以在这 3 个振型的基础上用残余振型反应的概念^[1]给予考虑. 因此,要求出这样 3 个低阶重要振型及其相应的频率. 本文建议采用的方法仍以能量法为基础,将上节对连续梁近似计算的思路推广到三维管系.

首先,构造出类似于式(2)的假想荷载向量,这里与连续梁的情况有所不同的是,由于所考虑的结构是三维随意走向的管道系统,要分别构造 3 组其取值与结构自重相等的荷载,每组平行于直角坐标系一个坐标轴的方向作用,即: F_x 、 F_y 、 F_z ; 每组荷载作用的方式均以支座为界、相邻跨荷载分量的作用方向相反. 于是有:

$$F_I = gMU_{0I} \quad (I = x, y, z) \quad (6)$$

其中 U_{0I} 为形状向量,由式(3)扩充得到. 扩充方法:对于每个集中质量的 3 个平动自由度,在与第 I 方向有关的自由度处取值保持为 1 或 -1,其余 2 个自由度处充零. 将 F_x 、 F_y 、 F_z 分别作用于管道系统进行静力分析,可得到 3 组独立的位移向量 V_x 、 V_y 、 V_z .

现假设管道的某种变形曲线 A 为上述位移向量的线性组合,与之相应的荷载向量 P 则应为上述假想荷载向量的同种线性组合,即:

$$A = Va \quad (7)$$

$$P = Fa \quad (8)$$

其中: $V = [V_x, V_y, V_z]$; $F = [F_x, F_y, F_z]$; 而 a 为待定系数向量: $a = [a_x, a_y, a_z]^\top$. 若将 A 视为管道某种振型曲线的形状,根据能量法,其相应的圆频率 ω 可表示为类似式(5)的形式. 显然,此时 ω 是向量 a 的函数. 为确定 a 中的待定系数,考虑 ω 的极小值条件,经推导,有:

$$V^\top M V a = \omega^2 V^\top F a \quad (9)$$

注意到, $V^\top M V$ 和 $V^\top F$ 均为 3×3 阶矩阵,因而式(9)相当于一个 3 自由度体系的特征方程(避免了求解 N 阶特征方程),可解出 3 组特征向量 a_i 和特征值 ω_i^2 (其中, $i = 1, 2, 3$). 将特征值从小到大排列, $\omega_1^2 < \omega_2^2 < \omega_3^2$, 即有相应的 a_1 、 a_2 、 a_3 , 分别代入式(7),可得到 3 个相互独立的位移向量:

$$A_i = V a_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

建议以这 3 个位移向量为基础,近似计算管道系统以坐标轴方向为主要振动方向的 3 个低阶重要振型及

频率。

对于基本振型和频率,构造假想荷载向量 F_1 时的形状向量 V_1 直接取为 A_1 , 于是有

$$F_1 = gMV_1 \quad (11)$$

其中 $V_1 = A_1$, F_1 作用于管道系统得到的静力变形曲线经质量归一化处理后为 ψ_1 , 即可作为该振型的近似解。与式 (5) 类似, 运用能量法可求出相应圆频率的近似值 $\bar{\omega}_1$ 。

为近似计算第 2 低阶重要振型及频率, 构造假想荷载向量 F_2 的形状向量, 要先在 A_2 中清除基本振型。作法是将 A_2 表示为

$$A_2 = c_1\psi_1 + V_2$$

其中: c_1 为待定系数; V_2 为假定的第 2 低阶重要振型向量。令 ψ_1 和 V_2 满足正交条件: $\psi_1^T MV_2 = 0$, 可由式 (12) 解出

$$c_1 = \psi_1^T MA_2 \quad (13)$$

由此可将 ψ_1 从 A_2 中清除, 从而得到 V_2 ; 再将 V_2 取为形状向量, 构造假想荷载 F_2 , 求得静力变形曲线, 归一化后作为第二低阶重要振型的近似解 ψ_2 , 并进而求得频率的近似解 $\bar{\omega}_2$ 。

采用相同的思路亦可以 A_3 为基础, 清除 ψ_1 和 ψ_2 , 近似求得第 3 低阶重要振型 ψ_3 和频率。 $\bar{\omega}_3$ 步骤从略。

3 实际工程应用及结语

笔者应用以上方法对 10 个简单管道系统和 4 个实际工程中的管道结构进行了计算^[2], 其结果大体相同。现给出其中之一作为算例。

图 1 所示为某电厂管道系统。其主要部分外径为 88.9 mm, 壁厚 11.1 mm, 充水后自重 0.207 N/mm, 弹性模量 1.95×10^5 N/mm²。管道两端按嵌固考虑, 中间设 11 个支座 (均按刚性链杆考虑)、6 个弯头和 2 个阀门。阀门 1 为 30 点和 31 点间的单元, 自重 1.314 N/mm, 弹性模量取 3.90×10^5 N/mm²; 阀门 2 为 32 点和 33 点间的单元, 自重 1.241 N/mm, 弹性模量取 3.90×10^5 N/mm²。该管道采用本文建议的方法和 ANSYS 程序模态分析分别进行了计算, 其频率的计算结果见表 1, 基本振型的计算结果见图 2, 第 2、3

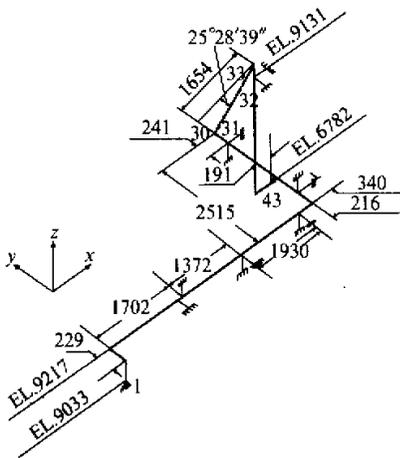


图1 管道示意图(图中单位为mm)

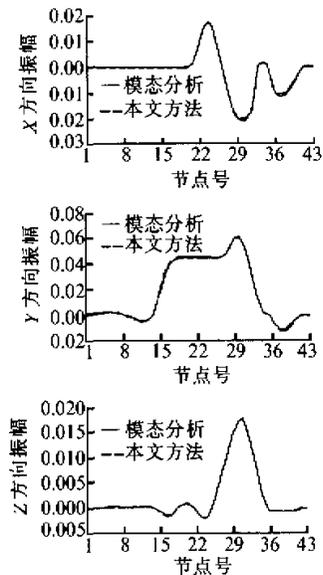


图2 基本振型比较

振型的见文献 [2].

本算例及其它算例表明: 采用本文方法计算的 ψ_1 和 $\bar{\omega}_1$ 是体系基本振型和频率的很好近似. ψ_2 和 $\bar{\omega}_2$ 一般误差大一些, 而 ψ_3 和 $\bar{\omega}_3$ 若与第 3 振型和频率相比, 则有更大误差, 实际上, 此时求出的 ψ_3 往往是包含了第 3 振型和其它某些振型的组合. 尽管如此, 进一步的计算结果表明^[2]: 将这些近似解用于计算体系的地震反应, 并用残余刚度反应考虑高阶振型的贡献, 其结果的近似程度在工程上仍是合理的, 且多偏于安全, 其误差远小于国外管道抗震计算采用的等效静力分析法.

综上所述, 本文建议的方法可在地上及建筑物管道系统地震反应计算中用于近似计算, 对类似结构体系亦有参考价值.

表1 管道自振频率计算结果

频率	模态分析	本文方法	误差/ %
f_1	24.9	24.9	0.13
f_2	38.9	38.5	1.09
f_3	59.3	52.5	11.48

参 考 文 献

- 1 Gupta A K. Response spectrum method insSeismic analysis and design of structures. CRC Press, Inc. Boca Raton, FL, 1992
- 2 Zhao Jun, Gupta A K. Quasi-static modal seismic analysis of piping systems. Center Report C-NPP-SEP 10/96, North Carolina State University, Raleigh, NC, USA, 1996

Approximate Calculation of Dynamic Characteristics of Piping Systems

Zhao Jun Tian Shourui

(College of Architecture and Civil Engineering, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022)

Ajaya Kumar Gupta

(North Carolina State University, USA)

Abstract On the principle of energy method, new procedures are proposed for approximate calculation of the fundamental frequency of continuous beams and three important lower mode shapes and frequencies of 3-D complicated piping systems. A real-life piping system and other examples are calculated using the proposed method, and the results are compared with the exact solutions from the dynamic analyses.

Keywords piping system, dynamic characteristics, approximate calculation