

# 含流体夹杂弹性介质有效性能

马连华, 杨庆生

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

**摘要:** 为了研究流体内压对闭孔材料有效性能的影响,采用细观力学方法,建立了含有内压流体的细观力学模型,用以分析孔压与材料宏观变形的耦合效应. 流体和内压通过等效特征应变来表征,将 Eshelby-Mori-Tanaka 等效夹杂原理推广到含流体夹杂的材料有效性能问题中,得到了含流体夹杂弹性介质有效刚度的解析式. 比较解析解与有限元数值结果可知二者吻合较好. 研究表明,材料的有效体积模量与流体夹杂性能、体分比及内压有关,且流体内压能显著提高材料的有效体积模量,而有效剪切模量与流体性能及内压无关.

**关键词:** 弹性介质; 流体夹杂; 细观力学; 有效性能

**中图分类号:** TB 332

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2011)08-1136-07

自然界中的许多材料,如生物组织、生物细胞、饱和岩土、胶体材料、发泡塑料、烧结陶瓷等通常是流体与固体材料的复合体. 在这类含流体夹杂的弹性介质中,流体域内常伴随有内压,并与基体之间存在复杂的相互作用. 由于流体夹杂的形状、体分比和内压的大小等都会对材料的有效力学性能产生影响,因而含流体夹杂弹性介质具有不同于固体夹杂复合材料的力学行为.

在复合材料细观力学中,对复合材料的有效性能研究多集中在单纯固体夹杂问题,关于流体夹杂及孔洞内压对材料宏观有效性能影响规律的研究已经受到越来越多的关注. 1951年, Gassmann<sup>[1]</sup>首先提出了含完全松弛流体的多孔介质复合材料模型; Beskos<sup>[2]</sup>应用双孔隙模型对饱和岩石进行了研究,将岩石内的孔隙与岩块间的裂隙分别用不同的孔隙率去描述,从而把饱和岩体当作一种三相混合物来处理; O'Connell等<sup>[3]</sup>系统地分析了局部流体流动对多孔材料的影响; Endres等<sup>[4]</sup>将此模型扩展到更为普遍的情况,提出带有任意方位、任意纵横比夹杂的基体模型; Thomsen<sup>[5]</sup>更进一步将各向异性多孔弹性理论应用于包含2组孔隙的复合材料有效性能的研究; Xu等<sup>[6-7]</sup>利用夹杂模型计算了干岩石本构系数,并利用微分法计算饱和介质的体积弹性系数; Yang等<sup>[8]</sup>基于水泥水化过程的实验测量数据,建立了一个含气泡水泥浆的细观结构和有效性能演化的细观力学模型,计算了材料在各瞬时的有效性能; Xia等<sup>[9]</sup>采用有限元方法分析了单孔与双孔含流体的三维多孔介质的力学问题.

陈建康等<sup>[10]</sup>结合 Mori-Tanaka 方法和 Eshelby 等效夹杂原理,研究了微粒填充高聚物材料中成核孔洞的应变,并根据微孔洞的成核率研究了材料的孔隙度增长问题; Chen等<sup>[11]</sup>从细观力学的角度研究了泡沫塑料孔洞内压对材料泊松比的影响; Zhang等<sup>[12]</sup>根据实验和细观力学的理论研究了水泥砂浆孔隙中的硫酸钙结晶压对材料抗折强度的影响; Dormieux等<sup>[13]</sup>采用细观力学方法对含饱和流体的多孔材料的力学性质进行了大量的研究,不仅研究了材料的弹性性质,并进一步研究了非线性性质,利用 Hill 准则和 Kreher<sup>[14]</sup>提出的方法分析了多孔材料固体相的应力应变场,由于其假设孔洞是连通的,即流体可以在固体骨架中自由流动,因此采用有效应力的概念分析固体相的应力应变场,没有体现流体内压对宏观模量的影响,没有建立流体内压与复合材料有效模量的定量关系; Zhang等<sup>[15]</sup>采用二阶矩方法考虑闭孔气体内压的影响,建立了多孔材料非线性本构关系,证明了内压对多孔材料的力学特性具有重要影响.

从现有文献来看,含流体及内压的多孔介质材料可分为开孔型与闭孔型2种类型. 开孔型材料指多孔材料中的孔洞是互相连通的,流体充满整个复合材料,流体压力处处相等;闭孔性材料指复合材料中孔

收稿日期: 2009-09-27.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10872011);北京市自然科学基金资助项目(3092006).

作者简介: 马连华(1979—),男,河北景县人,博士研究生.

洞是封闭的, 其中充满流体, 孔洞之间并不连通. 对含流体及内压的开孔型多孔材料有效性能的研究多假设流体在固体骨架中自由流动, 并没有考虑流体内压对复合材料有效模量的影响, 只是采用有效应力的概念分析固体相的应力应变场. 在含流体及内压的闭孔型多孔材料有效性能研究方面, 虽然许多学者已经关注该类问题的弹塑性性质, 但目前对该类问题的弹性性质的研究并不深入, 特别是现有文献并没有给出含流体夹杂材料有效模量与内压的定量关系. 因此, 针对含流体及内压的闭孔型介质材料建立流体内压与材料有效模量的关系, 定量描述内压对有效模量的影响, 有助于直观地认识内压对材料有效性能的影响规律.

本文建立了含内压流体夹杂细观结构有效性能的力学模型, 采用经典的 Eshelby 等效夹杂原理对含流体夹杂和内压的闭孔材料的有效性能(体积模量和剪切模量)进行了定量研究, 并通过算例分析了流体特性及内压大小对弹性介质有效力学性能的影响.

### 1 细观力学模型与有效性能推导

在含流体夹杂的闭孔介质材料的细观力学模型中, 进行以下基本假设: 1) 材料中只存在一类流体夹杂, 其体分比为  $\nu_f$ ; 2) 孔洞中流体为饱和静流体, 不考虑流体与固体基体间的渗透, 且流体在孔洞之间不能相互流动. 本文仅考虑流体夹杂形状为球形的情况, 其细观力学模型如图 1 所示.

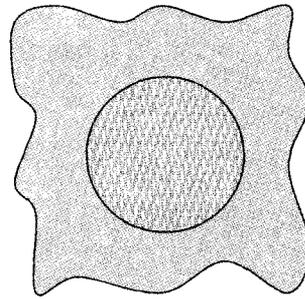


图 1 含流体夹杂弹性介质细观力学模型  
Fig. 1 Micromechanical model of elastic medium containing fluid inclusion

一般情况下, 弹性介质中的流体常伴随有内压, 因此, 在本文研究中, 将流体夹杂分为无内压和有内压 2 种情况进行讨论. 由于流体不能承受拉伸载荷, 故本文所说的有效体积模量仅指承受压缩载荷的压缩体积模量.

根据经典弹性力学理论, 描述各向同性弹性固体的本构关系需要 2 个独立的工程常数——弹性模量  $E$  与泊松比  $\mu$ , 或者体积模量  $K$  与剪切模量  $G$ , 而描述流体的本构关系仅需要一个力学常数——体积模量  $K$ , 静流体不能抵抗剪切变形, 其剪切模量为 0. 弹性固体和流体的弹性刚度系数均可用体积模量和剪切模量来表征, 因此, 含流体夹杂弹性介质的等效性能参数可用有效体积模量  $\bar{K}$  和有效剪切模量  $\bar{G}$  来表示.

#### 1.1 孔洞流体无内压时的情形

对于包含闭孔洞流体的多孔材料, 在边界施加均匀应变  $\epsilon^0$  且使孔洞流体受压缩载荷; 考虑基体和流体夹杂的相互作用, 基体的平均应变  $\bar{\epsilon}^m$  可写为  $\bar{\epsilon}^m = \epsilon^0 + \tilde{\epsilon}^m$ ; 流体夹杂的应变可表示为  $\bar{\epsilon}^f = \epsilon^0 + \tilde{\epsilon}^m + \tilde{\epsilon}^f$ ,  $\tilde{\epsilon}^m$ 、 $\tilde{\epsilon}^f$  分别表示基体和流体夹杂的扰动应变. 根据 Eshelby 等效夹杂理论, 通过施加等效特征应变  $\epsilon^*$ , 流体夹杂可用基体材料代替, 流体域  $\Omega$  内应力可表示为

$$C^f(\epsilon^0 + \tilde{\epsilon}^m + \tilde{\epsilon}^f) = C^m(\epsilon^0 + \tilde{\epsilon}^m + \tilde{\epsilon}^f - \epsilon^*) \tag{1}$$

式中,  $C^m$  为固体基体弹性张量;  $C^f$  为流体夹杂弹性张量(其中, 剪切模量为 0);  $\tilde{\epsilon}^f = S^e \epsilon^*$ ,  $S^e$  为 Eshelby 张量, 它依赖于孔洞形状和基体的弹性属性. 对于各向同性基体和球形夹杂, Eshelby 张量的非零分量为

$$\left. \begin{aligned} S_{1111}^e &= S_{2222}^e = S_{3333}^e = \frac{7-5\mu}{15(1-\mu)} \\ S_{1122}^e &= S_{2233}^e = S_{1133}^e = \frac{5\mu-1}{15(1-\mu)} \\ S_{1212}^e &= S_{2323}^e = S_{3131}^e = \frac{4-5\mu}{15(1-\mu)} \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

式中  $\mu$  为基体材料的泊松比. 根据 Mori-Tanaka 方法, 材料等效刚度矩阵可表示为<sup>[16]</sup>

$$\bar{\mathbf{C}} = (v_m \mathbf{C}^m + v_f \mathbf{C}^f \tilde{\mathbf{A}}) (v_m \mathbf{I} + v_f \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \quad (3)$$

式中  $v_m$  为基体的体积分数.

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{I} + \mathbf{S}^e (\mathbf{C}^m)^{-1} (\mathbf{C}^f - \mathbf{C}^m)]^{-1}$$

对于含无内压球形流体夹杂的弹性介质,根据式(3),其等效模量可用有效压缩体积模量  $\bar{K}$  和有效剪切模量  $\bar{G}$  来表示,即

$$\begin{pmatrix} \bar{K} & 0 \\ 0 & \bar{G} \end{pmatrix} = \left[ v_m \begin{pmatrix} K^m & 0 \\ 0 & G^m \end{pmatrix} + v_f \begin{pmatrix} K^f & 0 \\ 0 & G^f \end{pmatrix} \mathbf{A} \right] (v_m \mathbf{I} + v_f \mathbf{A})^{-1} \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{A} = \left[ \mathbf{I} + \begin{pmatrix} \frac{1+\mu}{3(1-\mu)} & 0 \\ 0 & \frac{4-5\mu}{15(1-\mu)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K^m & 0 \\ 0 & G^m \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} K^f - K^m & 0 \\ 0 & G^f - G^m \end{pmatrix} \right]^{-1}$$

式中,  $K^m$  为基体的体积模量;  $K^f$  为基体的剪切模量;  $G^m$  为流体夹杂的体积模量;  $G^f$  为流体夹杂的剪切模量,由于流体不能承受剪切变形,其剪切模量  $G^f$  为 0.

## 1.2 孔洞流体存在内压时的情形

考虑弹性基体中存在含内压球形流体夹杂问题,在这种情况下,由于内压作用,基体与夹杂部分存在初应力和初应变,因此流体内压作用相当于在基体和夹杂部分均作用初应力,这些初应力与初应变会对材料在外载荷作用下的应力-应变关系产生影响,下面分析流体内压在材料中所产生的初应力与初应变.

通过对流体夹杂施加等效特征应变来描述内压的生成. 在无内压情形下,对流体施加本征体积应变  $\theta^T$ ,使其产生内压  $P_0$ ,当材料中流体夹杂体分比较小时,根据 Mori-Tanaka 方法,基体内平均体积应力为

$$\Theta_0^m = K^m \tilde{\theta}_0 \quad (5)$$

式中  $\tilde{\theta}_0$  是由于基体与流体相互作用而产生的扰动体积应变. 根据等效夹杂原理,流体域的压力可表示为<sup>[17]</sup>

$$-P_0 = K^f (\tilde{\theta}_0 + \theta'_0 - \theta^T) = K^m (\tilde{\theta}_0 + \theta'_0 - \theta^T - \theta^*) \quad (6)$$

其中

$$\theta'_0 = S(\theta^T + \theta^*) \quad (7)$$

式中,  $\theta'_0$  为流体夹杂扰动体积应变;  $\theta^*$  为等效特征体积应变. 将式(7)代入式(6),可得

$$\theta^* = -[(S-1) + \Delta K^{-1} K^f]^{-1} [\tilde{\theta}_0 + (S-1)\theta^T] \quad (8)$$

式中,  $\Delta K = K^f - K^m$ ;  $S$  为 Eshelby 张量  $\mathbf{S}^e$  的分量  $S_{1111}^e$ 、 $S_{1122}^e$  及  $S_{1133}^e$  之和,  $\mathbf{S}^e$  的非零分量见式(2),即  $S = S_{1111}^e + S_{1122}^e + S_{1133}^e = (1+\mu)/(3-3\mu)$ .

在流体内压作用下,整个弹性介质保持静力平衡<sup>[18]</sup>,因此总体初始平均体积应力为 0,即

$$v_m \Theta_0^m - v_f P_0 = 0 \quad (9)$$

由式(5)、(6)和(9)得

$$\tilde{\theta}_0 + v_f (\theta'_0 - \theta^* - \theta^T) = 0 \quad (10)$$

将式(7)代入式(10),得

$$\tilde{\theta}_0 = -v_f (S-1) (\theta^* + \theta^T) \quad (11)$$

再将式(8)代入式(11),得

$$\tilde{\theta}_0 = A^T \theta^T \quad (12)$$

其中

$$A^T = v_f \{ 1 - v_f(S-1) [(S-1) + \Delta K^{-1} K^f]^{-1} \}^{-1} (S-1) \{ [(S-1) + \Delta K^{-1} K^f]^{-1} (S-1) - 1 \}$$

由式(5)和(9), 得

$$\tilde{\theta}_0 = \frac{v_f}{v_m} (K^m)^{-1} P_0 \tag{13}$$

联立式(12)和(13), 可得产生内压  $P_0$  所施加的特征应变

$$\theta^T = \frac{v_f}{v_m} (K^m A^T)^{-1} P_0 \tag{14}$$

通过式(14)可以看出, 流体内压  $P_0$  可通过对流体施加特征体积应变  $\theta^T$  来实现. 施加内压后, 流体夹杂产生的体积应变为

$$\theta^f = (\tilde{\theta}_0 + \theta'_0) \tag{15}$$

材料产生的总体积应变为

$$\bar{\theta}_0 = v_m \tilde{\theta}_0 + v_f (\tilde{\theta}_0 + \theta'_0) \tag{16}$$

联立式(7)、(8)、(13)、(14)和(16), 得

$$\bar{\theta}_0 = \frac{v_f P_0}{v_m K^m} \left[ 1 + \frac{v_f S (\Delta K^{-1} K^f - A^T)}{A^T (S + \Delta K^{-1} K^f - 1)} \right] \tag{17}$$

需要指出的是, 对无内压流体夹杂施加特征应变产生内压后, 夹杂及基体均发生体积应变, 因此产生内压前流体夹杂体分比  $v_f$  并不同于产生内压后流体夹杂体分比, 设产生内压后基体与夹杂体分比分别为  $v'_f$ 、 $v'_m$ , 且满足

$$v'_f = \frac{1 + \theta^f}{1 + \theta_0} v_f, \quad v'_f + v'_m = 1 \tag{18}$$

由于在施加特征应变产生初始内压的过程中, 基体和夹杂体分比会不断发生变化, 而材料有效性能又与基体、夹杂体分比密切相关, 因此在产生初始内压的过程中, 有效体积模量  $\bar{K}$  随体积应变  $\theta$  变化而变化, 在施加内压  $P_0$  且产生总体积应变  $\bar{\theta}_0$  后, 材料平均体积应力 - 体积应变关系可表示为

$$\bar{\Theta} = \bar{K}(\theta) (\theta - \bar{\theta}_0) \tag{19}$$

式中  $\bar{K}(\theta)$  为材料发生体积应变  $\theta$  这一状态的体积模量. 施加内压后, 材料产生的平均体积应力为 0, 平均体积应变是一相对量, 上文中由内压所引起的材料平均体积应变  $\bar{\theta}_0$  是相对于参考状态的, 而本文考察含内压流体夹杂介质有效性能, 应将产生内压  $P_0$  这一状态定义为初始状态, 此时材料的平均体积应力、体积应变均为 0. 相对这一状态(初始状态), 在材料边界施加均匀体积应力增量  $d\Theta$ , 使得材料产生体积应变增量  $d\theta_p$ , 则相对于无内压状态的应变增量为

$$d\theta = (1 + \bar{\theta}_0) d\theta_p \tag{20}$$

因此, 含内压流体弹性介质的有效体积模量为

$$\bar{K} = \frac{d\Theta}{d\theta_p} = \frac{d\Theta}{d\theta} (1 + \bar{\theta}_0) \tag{21}$$

当材料产生一小体积应变增量时, 夹杂体分比变化很小, 可认为  $\bar{K}(\theta) \approx \bar{K}(\bar{\theta}_0)$ , 可采用增量法将式(19)写成

$$d\Theta = \bar{K}(\bar{\theta}_0) d\theta \tag{22}$$

由式(21)和(22), 得到

$$\bar{K} = \bar{K}(\bar{\theta}_0) (1 + \bar{\theta}_0) \tag{23}$$

在内压状态下, 弹性介质相对于产生内压之前的状态的有效体积模量  $\bar{K}(\bar{\theta}_0)$  可由式(4)得出

$$\bar{K}(\bar{\theta}_0) = \frac{K^m (v'_m K^m + v'_f K^f + v'_m S \Delta K)}{K^m + v'_m S \Delta K} \tag{24}$$

将式(17)和(24)代入式(23)可求得含内压流体夹杂弹性介质的有效体积模量  $\bar{K}$ . 当流体内压为 0 时, 由

式(17)知,  $\bar{\theta}_0 = 0$ , 式(23)退化至式(24).

众所周知, 可压缩流体仅能承受体积压缩变形, 不能承受剪切和拉伸变形, 即流体夹杂剪切模量和拉伸模量均为 0. 因此, 含流体夹杂弹性介质的有效性能与加载方式有关, 当介质受压时, 其压缩体积模量与流体属性相关, 当介质承受拉伸或剪切载荷时, 其有效拉伸模量和剪切模量与流体属性无关.

## 2 算例与讨论

考虑含流体夹杂的饱和岩石<sup>[19]</sup>, 其基体杨氏模量为 6.0 GPa, 泊松比为 0.25, 设在常温下孔内流体的体积模量为 2.25 GPa (剪切模量为 0). 假设流体夹杂为球形, 为便于比较, 流体内压的大小通过内压与流体体积模量的比值  $P/K$  来表征.

当流体夹杂体分比保持一定值(35%)时, 不同内压情况下, 弹性介质有效体积模量与内压的变化规律如图 2 所示. 当流体夹杂体分比保持不变时, 流体内压会增强材料的有效体积模量, 内压越大, 材料有效体积模量越大, 且与流体内压近似呈线性关系.

分别改变流体夹杂体分比及流体内压, 材料有效体积模量与夹杂体分比随流体内压的变化关系如图 3 所示.

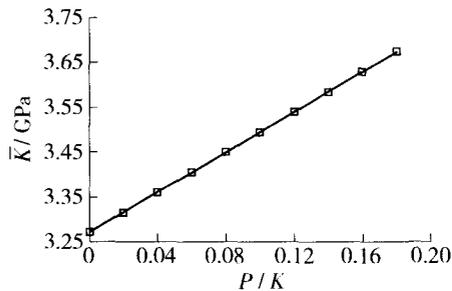


图 2 有效体积模量随流体内压的变化规律

Fig. 2 The variation of effective bulk modulus with internal pressure of fluid phase

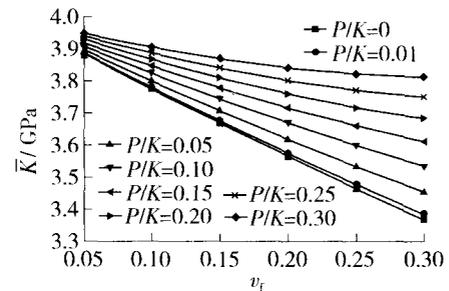


图 3 有效体积模量随夹杂体分比和内压的变化规律

Fig. 3 The variation of effective bulk modulus with inclusion volume fraction and internal pressure

由图 3 可以看出, 当流体无初始内压且弹性介质承受压缩载荷时, 其有效体积模量会随着流体夹杂体分比的增大而减小, 这是因为本文选取的流体体积模量小于基体部分的体积模量, 因此整体体积模量会随着流体体分比的增大而单调递减. 流体内压会增强材料有效体积模量, 由图 3 看出, 这一性质在流体夹杂体分比较大时更加明显. 例如在本文算例中, 当内压  $P = 0.15K$ , 在流体夹杂体分比为 0.05 时, 相对无内压情况, 内压会使有效体积模量增强 0.87%, 而在夹杂体分比为 0.3 时, 内压会使有效体积模量增强 7.26%. 另一方面, 在内压足够大时, 材料有效体积模量不再随夹杂体分比的增加而单调减小, 这是因为流体内压使得其体积模量得到增强, 甚至超过基体体积模量. 因此, 在一定内压下, 当流体夹杂受压缩载荷时, 材料体积模量会随流体夹杂体分比的增大而增大.

对于含球形流体夹杂的弹性介质的有效剪切模量, 流体属性及内压对有效剪切模量没有任何影响, 这是因为, 无论是流体还是孔洞夹杂, 其剪切模量均为 0, 夹杂在产生内压后, 材料初始平均剪切应变为 0, 流体夹杂属性及内压对总体剪切模量没有任何贡献. 材料有效剪切模量与孔洞是否存在流体以及内压大小均无关, 仅与基体材料属性和夹杂体分比有关.

改变基体材料属性和夹杂体分比, 通过计算,  $G^*/G_s$  仅与夹杂体分比和基体材料的泊松比有关, 与其他材料属性无关. 在夹杂形状为球体时, Eshelby 张量仅与基体泊松比有关, 在夹杂体分比一定时,  $G^*/G_s$  也仅与基体材料的泊松比有关, 且随基体泊松比的增大而增大. 材料有效剪切模量当量值  $G^*/G_s$  与夹杂体分比随基体材料泊松比的变化关系如图 4 所示.

本文主要研究了流体夹杂形状为球形时弹性介质的有效性能, 同样, 当流体夹杂为椭球体时, 弹性介质的有效性能表现为各向异性或横观各向同性, 可通过同样的方法来研究流体属性及内压对复合材料有效

性能的影响规律. 另一方面,本文模型也可扩展到含气体夹杂的情况,此时材料的宏观力学性能表现为非线性特征.

### 3 结论

1) 当流体受压时,其内压对材料的有效体积模量有增强作用,内压越大,材料有效体积模量越大,且与流体内压大小近似呈线性关系.

2) 在流体内压足够大时,流体内压增强其体积模量,甚至超过基体体积模量,内压较大时可显著改变材料有效体积模量.

3) 有效剪切模量与流体夹杂属性和内压大小无关,即在一定体分比下,含流体夹杂的弹性介质,无论内压大小,其有效剪切模量相同.

4) 在一定体分比下,含流体夹杂弹性介质的有效剪切模量与基体剪切模量的比值  $G^e/G_s$  仅与基体泊松比有关,且随基体泊松比的增大而增大.

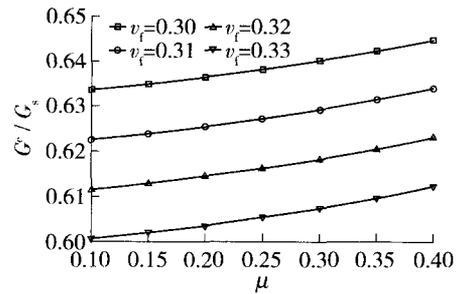


图4 有效剪切模量当量值随基体泊松比与夹杂体分比的变化规律

Fig. 4 The variation of equivalent shear modulus with Poisson's ratio of matrix and inclusion volume fraction

### 参考文献:

- [1] GASSMANN F. Elasticity of porous media: uber die elastizitat poroser medien[J]. Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gessellschaft, 1951, 96(1): 1-23.
- [2] BESKOS D E. Dynamics of saturated rock I: equations of motion[J]. Engrg Mech ASCE, 1989, 115: 982-995.
- [3] O'CONNELL R J, BUDIANSKY B. Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids[J]. Geophys Res, 1977, 82 (B36): 5719-5736.
- [4] ENDRES A L, KNIGHTT R J. Incorporating pore geometry and fluid pressure communication into modeling the elastic behavior of porous rocks [J]. Geophysics, 1997, 62(1): 106-117.
- [5] THOMSEN L. Elastic anisotropy due to aligned cracks in porous rocks[J]. Geopys Prosp, 1995, 43(6): 805-829.
- [6] XU S, WHITE R E. A new velocity model for clay-sand mixtures[J]. Geopys Prosp, 1995, 43(1): 91-118.
- [7] XU S, WHITE R E. A physical model for shear-wave velocity prediction[J]. Geophs Prosp, 1996, 44(4): 687-717.
- [8] YANG Qing-sheng, LI Chun-jiang. Evolution of properties in hydration of cements—a numerical study [J]. Mechanics Research Communications, 2006, 33(5): 717-727.
- [9] XIA Kai-ming, ZHANG Zhi-jun. Three-dimensional finite/infinite elements analysis of fluid flow in porous media [J]. Applied Mathematical Modeling, 2006, 30(9): 904-919.
- [10] 陈建康, 黄筑平, 刘熠. 刚性微粒填充高聚物的宏观本构关系[J]. 高分子学报, 1998(6): 60-63.  
CHEN Jian-kang, HUANG Zhu-ping, LIU Yi. The macroscopic constitutive relation of particulate reinforced polymer [J]. Acta Polymerica Sinica, 1998(6): 60-63. (in Chinese)
- [11] CHEN J K, ZHU J, WANG J, et al. The properties of the Poisson's ratio of microcellular foams with low porosity: non-stationary, negative value, and singularity [J]. Mechanics of Time-Dependent Materials, 2006, 10(4): 315-330.
- [12] ZHANG Ming-hua, JIANG Min-qiang, CHEN Jian-kang. Variation of flexural strength of cement mortar attacked by sulfate ions [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(17): 4948-4957.
- [13] DORMIEUX L, MOLINARI A, KONDO D. Micromechanical approach to the behavior of poroelastic materials [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2002, 50(10): 2203-2231.
- [14] KREHER W. Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals [J]. J Mech Phys Solids, 1990, 38 (1): 115-128.
- [15] ZHANG Wei-xu, XU Zhi-min, WANG Tie-jun, et al. Effect of inner gas pressure on the elastoplastic behavior of porous materials: a second-order moment micromechanics model[J]. International Journal of Plasticity, 2009, 25(7): 1231-1252.
- [16] 秦庆华, 杨庆生. 非均匀材料多场耦合行为的宏细观理论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 16-17.

- [17] 杨庆生, 马连华. 含流体夹杂复合材料的细观力学[C]//第十五届全国复合材料学术会议论文集. 北京: 国防工业出版社, 2008: 216-220.  
YANG Qing-sheng, MA Lian-hua. Micromechanics of composites with fluid inclusions[C]// Proceedings of 15th National Conference on Composite Materials. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 216-220. (in Chinese)
- [18] 刘协权, 倪新华, 路晓波. 颗粒增强镍基合金热膨胀系数预报[J]. 稀有金属材料与工程, 2005, 34(增刊1): 273-274.  
LIU Xie-quan, NI Xin-hua, LU Xiao-bo. Thermal expansion coefficient prediction for Ni base alloy ceramic composite coating[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2005, 34(Suppl): 273-274. (in Chinese)
- [19] XU S Y. Modelling the effect of fluid communication on velocities in anisotropic porous rocks[J]. International Journal of Solids and Structures, 1998, 35(34-35): 4685-4707.

## Study on Effective Properties of Elastic Media Containing Fluid Inclusions

MA Lian-hua, YANG Qing-sheng

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology,  
Beijing 100124, China)

**Abstract:** To examine the effects of fluid pressure on effective properties of solids with closed pores, a new micromechanical model has been developed to investigate the coupling effect between the macroscopic deformation and the pore pressure. In the proposed micromechanical model, the internal pressure is generated by applying eigenstrain in the domain occupied by the fluid phase. The effective properties have been obtained with the use of Eshelby-Mori-Tanaka equivalent inclusion method. Analytical results are verified against those from finite element solutions and a good agreement is achieved. The results show the overall effective bulk modulus depends on the property, the volume fraction and the internal pressure of fluid inclusions. The fluid pressure can strengthen the overall effective bulk modulus, but it has no contribution to the overall effective shear modulus.

**Key words:** elastic media; fluid inclusions; micromechanics; effective properties

(责任编辑 刘 潇)