

# 层流管流耦合换热对流体热边界条件的影响

刘中良, 马重芳

(北京工业大学 环境与能源工程学院, 北京 100022)

**摘 要:** 通过对管外壁非均匀加热/冷却条件下层流管内受迫流动热入口段内流体与管壁间耦合传热的分析计算,研究了试件几何尺寸、试件与流体物性参数及流体流动状态对管内流体管内壁处热边界条件均匀性的影响,并就如何选择试验管段材料和尺寸以提高实验精度给出了原则性建议。结果表明,管壁导热与管内流体间的耦合作用对管内壁处流体的热边界条件有着重要的影响。影响流体热边界条件均匀性的主要量纲一的量是 Peclet 数、管壁材料的相对导热系数、实验段相对加热长度和管壁相对厚度。

**关键词:** 流固耦合; 导热; 对流; 边界条件; 均匀性

**中图分类号:** TK 124

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2002)01-0032-06

为了保证实验结果的可靠性和可比性,在对流换热的实验研究中,应确保流体-固体壁交界处流体的热边界条件是均匀的<sup>[1]</sup>。例如,对于管内对流换热通常要求恒热流或恒壁温边界。但是,用普通方法实现的所谓的恒热流边界或恒壁温边界实际上指的是管外壁。显然,即使假定外管壁上的边界条件是均匀的,由于固体壁与流体之间的耦合换热作用使得壁面处流体的热边界条件也不可能是均匀的。人们对热-对流换热耦合问题的大量理论分析与研究<sup>[2-10]</sup>大都集中在管外壁面均匀加热/冷却条件下固体壁导热与流体对流换热的相互作用上,没有对由此带来的对管内流体实际热边界条件的影响进行全面分析。作者将对非均匀加热/冷却条件下二维管壁导热与管内层流对流换热的耦合传热现象及其对管内流体实际热边界条件的影响进行系统全面的分析研究。

## 1 物理与数学模型

主要研究导热与对流的耦合作用对流体在内管壁上热边界条件的影响,作如下假设:

- 1) 管内流体的流动是层流且是充分发展的,流体进入实验段时的温度均匀。
- 2) 为了模拟实际实验中有限长的测试段,管壁对流体的加热是在长度  $L$  的管长上完成的。
- 3) 加热段外管壁上的边界条件沿流体流动方向是变化的,以模拟实际实验中非均匀的加热/冷却情况。这可以分为两种情况,即温度边界(模拟实验中的相变流体加热)和热流边界(模拟实验中的外绕电阻丝加热)。为简化分析,假定管外壁上的加热/冷却作用沿轴向按正弦的平方规律变化,即:

对于温度边界,管外壁面上的温度

$$T_w = T_0 + \Delta T_s \sin^2(\omega \pi x / L) \quad (1)$$

对于热流边界,管外壁面单位管长上的加热量

$$q_{1,w} = q_1 \sin^2(\omega \pi x / L) \quad (2)$$

式中  $T_0$ ,  $\Delta T_s$ ,  $\omega$  和  $q_1$  等均为已知常数。

- 4) 整个系统已经进入稳定状态,认定流体和管壁内的温度场是二维的。
- 5) 忽略流体中的轴向导热,认定实验测试段两端是绝热的。

收稿日期: 2001-06-01。

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展规划资助项目(G2000026306)。

作者简介: 刘中良(1958-),男,教授,博士,博士生导师。

6) 流体和管壁材料的物性是常数。

7) 忽略流体中的粘性耗散作用。参照图1该问题的数学模型可以写成下述量纲一的形式：

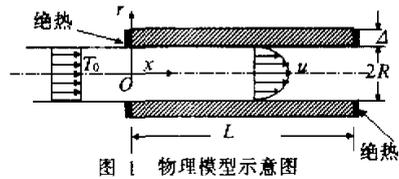


图1 物理模型示意图

$$Pe(1-r^2)(\partial\theta_f/\partial x) = (1/r)(\partial/\partial r)[r(\partial\theta_f/\partial r)] \quad (3)$$

$$\theta_f|_{x=0} = 0; \partial\theta_f/\partial r|_{r=0} = 0 \quad (4)$$

$$\theta_f|_{r-1} = \theta_s|_{r-1}; \partial\theta_f/\partial r|_{r-1} = k_{sf}\partial\theta_s/\partial r|_{r-1} \quad (5)$$

$$(1/r)(\partial/\partial r)(r(\partial\theta_s/\partial r) + \partial^2\theta_s/\partial x^2) = 0 \quad (6)$$

$$\partial\theta_s/\partial x|_{x=0} = \partial\theta_s/\partial x|_{x=L} = 0 \quad (7)$$

$$\theta_{s,r-1+\delta} = (T-T_0)/\Delta T_r|_{r-1+\delta} = \Delta T_0' \sin^2[(\omega\pi/L_r)x] \quad \text{温度边界} \quad (8)$$

$$\partial\theta_s/\partial r|_{r-1+\delta} = S_1 \sin^2(\omega\pi/L_r)x \quad \text{热流边界} \quad (9)$$

其中：

$$\left. \begin{aligned} r' &= r/R; x' = x/R; \theta = (T-T_0)/\Delta T_r \\ L_r &= L/R; \delta = \Delta/R \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$Pe = 2RV/a_f; k_{sf} = k_s/k_f; S_1 = q_1/2\pi k_s(1+\delta)\Delta T_r \quad (11)$$

式中： $T_f$ 和 $T_s$ 分别是流体温度和管壁温度(分布)； $r$ 是径向坐标； $x$ 是轴向坐标； $R$ 是管之内半径； $\Delta$ 是管壁厚度； $L$ 是加热段的长度； $a_f$ 是流体之热扩散系数； $k_f$ 是流体的导热系数； $k_s$ 是管壁材料的导热系数； $T_0$ 是流体在入口处的温度。为了考察管外壁非均匀加热情况下各种参数对管内壁处流体热边界条件均匀性的影响，如前所述，对于温度边界，假定管外壁面温度沿流动方向按正弦函数的平方变化，振幅为 $\Delta T_r$ ，周期是 $L/\omega$ ；对于热流边界，假定管外壁面处单位管长上的加热量沿流动方向也按正弦函数的平方变化，振幅为 $q_1$ ，周期是 $L/\omega$ 。显然，参数 $\omega$ 愈大，管外壁处边界条件变化的周期就愈短，也就是外壁面处边界条件相对愈均匀。管内流体层流流动时充分发展的速度分布<sup>[11]</sup>如下：

$$u = 2V[1-(r/R)^2] \quad (12)$$

式中： $V$ 是管内流体平均流速。另外，式(5)实际上是流体-管壁交界面处应该满足的耦合条件。显然，式(8)对应于相变流体不均匀加热，而式(9)则对应于管外壁外绕加热丝加热。

在式(3)~(9)中所有参数均是量纲一的量，其中 $x'$ 和 $r'$ 省去了量纲一的量记号“'”，而 $\Delta T_r$ 是参考温差。尽管理论上它可以任意选取，但为了简单起见，温度边界时取

$$\Delta T_r = \Delta T_a \Rightarrow \Delta T_0' = 1 \quad (13)$$

热流边界时取  $\Delta T_r = q_1/[2\pi k_s(1+\delta)] \Rightarrow S_1 = 1 \quad (14)$

从上面的数学模型可以看出，在给定的加热条件下，主要影响参数有：Peclet数 $Pe$ ；相对导热系数(即壁面材料导热系数与流体导热系数的比值) $k_{sf}$ ；相对管壁厚度(即管壁厚度与管内半径的比值) $\delta$ ；外管壁边界条件的变化频率 $\omega$ 以及相对加热长度(即试件加热长度与管内半径的比值) $L_r$ 。所以，在后面的分析计算中，将主要研究这5个参数对内管壁处流体热边界条件的影响规律。此外，文献[12]表明，管外壁绝热，管壁有内热源时各种参数对管内流体热边界条件均匀性的影响规律与管外壁恒定热流加热的情况完全类似，所以不再对管壁通电加热的工况进行分析研究。

## 2 数值分析及结果讨论

为了研究 $Pe, k_{sf}, \delta, L_r$ 以及参数 $\omega$ 对管内流体热边界条件均匀性的影响情况，用有限差分法对问题(3)~(9)进行了分析计算。数值计算时， $r$ 方向和 $x$ 方向上的离散化步长均取为0.01，二阶导数项采用二阶精度的三点中心差格式，一阶导数项采用向后差分格式。流体区与固体区分别离散化，用耦合条件(5)将两组离散化方程耦合在一起再整体求解。差分方程用线间迭代法求解<sup>[11]</sup>，控制精度为 $0.5 \times 10^{-7} \sim 0.5 \times 10^{-6}$ (最大绝对误差)，所有结果都进行了步长和精度控制检验。各主要参数的计算范围分别是： $Pe$

数为  $10 \sim 2000$ ,  $k_{r1}$  为  $1 \sim 100$ ,  $\delta$  为  $0.01 \sim 1.0$ ,  $L_r$  为  $1 \sim 500$ . 现将计算结果综合介绍如下.

## 2.1 管外壁为热流边界的情况

这对应于实验中外绕加热丝加热的情况, 相应的数学模型为式 (3) ~ (7) 和式 (9). 图 2 ~ 4 给出了内管壁热流密度  $q_1$  随轴向坐标的变化情况. 仅在图 2 中给出了管外壁上单位管长上的加热量 (量纲一) 在整个管长上的分布情况. 在图 2 ~ 4 中, 纵坐标  $q_1$  是管内壁处相对热流密度; 它定义为内管壁处的实际热流密度与不考虑管壁导热作用时内管壁处的理想热流密度的比值, 显然它代表了管内壁处流体热边界条件的均匀情况. 从图 2 ~ 4 中可以看出: 不存在管壁导热作用时, 按式 (9)

$$q_1 \equiv \sin^2(\omega\pi/L_r)x \quad (15)$$

亦即  $q_w \sim x'$  图上应该完全与管外壁单位管长上的量纲一加热量的图线完全重合. 所以, 管壁导热与管内对流换热的耦合作用使得内管壁处流体的热边界条件明显地不同于不存在管壁导热作用的情况. 根据对流换热理论, 在热入口段流体与管壁间的换热系数沿管长方向是变化的, 而且愈靠近入口处变化愈剧烈. 所以, 由管壁导热作用造成的流体热边界条件的轴向非均匀性在入口处最为明显. 此外, 从图中还可以看出, 由于近管壁处热流的相对集中导致了试件大多数区域上相对热流密度明显地偏离不考虑管壁导热作用的理论平均值, 不难证明, 当  $\omega$  取整数时, 该值等于  $1/2$ . 它实际上代表了忽略管壁导热-流体对流耦合作用而给实验数据处理所造成的误差. 由图 2 可清楚地看出, 管壁厚度对内管壁处固体侧的相对热流密度有着明显的影响. 即从轴向均匀性的角度看, 管壁愈薄, 内管壁处流体的热边界条件就愈“均匀”. 这与我们的直觉是一致的: 管壁愈厚, 来自管外壁加热的热流到达内管壁的“行程”就愈长, 向入口处“偏转”的可能性就愈大, 或者说热入口段的影响就愈明显. 但是, 从对作用于管外壁非均匀热流的抑制角度或管壁的“均热作用”看, 管壁愈厚, 其均热作用就愈强. 因此, 为了提高管内流体热边界条件的均匀性, 如果管外加热热流非常均匀 (例如采用直接通电加热时), 那么, 设计实验段时要尽可能采用薄壁管; 如果管外壁加热热流存在明显的不均匀 (例如采用外绕电加热丝加热), 则要采用厚壁管, 以提高实验结果的可靠性. 从图 3 可看出, 管壁材料导热系数的大小对管内流体在管壁处的热边界条件的均匀性有着重要的影响. 首先, 管壁相对导热系数愈大, 管壁对作用在管外壁上的非均匀加热热流的均热作用愈明显: 导热系数愈大, 管内壁处相对热流密度随轴向距离的振荡幅度就愈小. 所以如果管外壁的加热热流不均匀, 应该选用导热系数大的材料做实验管段. 但是, 相对导热系数愈大, 内管壁处的相对热流密度沿管长的分布偏离理论上的水平直线分布就愈远. 所以, 如果管外壁加热热流相对比较均匀, 那么为了提高管内流体热边界条件的均匀性, 设计实验段时要尽可能采用导热系数比较小的材料做实验管段. 因为导热系数愈大, 管壁的轴向导热作用愈强, 所以管内壁处流体热边界条件受流体热入口段的影响就愈大, 当然管内壁处的相对热流密度就会整体偏离理论上的水平直线分布. 但是, 导热系数愈大, 管壁轴向导热作用从而管壁均热作用愈强, 所以它对管外壁不均匀的加热热流的“均分”作用也就愈强, 使得管内流体热边界条件相对比较均匀. 图 4 给出了不同相对加热长度下内管壁处相对热流密度沿轴向距离的分布情况. 为了保证结果的可比性, 图中的计算结果是在管外作用热流相同变化周期的前提下, 也就是在保持  $L_r/\omega = 1.25$  不变的条件下给出的. 从图中可以看出实验测试段愈长, 内管壁处的热边界条件就越均匀. 这说明, 采用足够长的实验测试段对于保证实现均匀的热边界条件, 提高实验结果的精度是至关重要的. 参数  $\omega$  实际上表明了管外壁处加热热流的均匀程度;  $\omega$  值愈大, 管外壁加热热流沿轴向距离变化的周期就愈小, 也就是相对愈均匀.

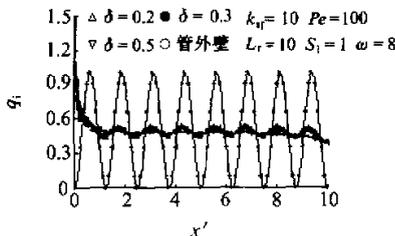


图2 管壁厚度对管内壁热流密度均匀性的影响

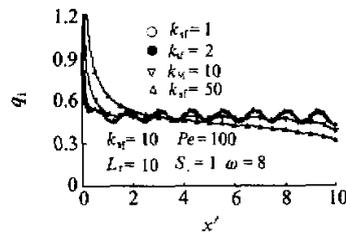


图3  $k_{r1}$ 对管内壁热流密度均匀性的影响

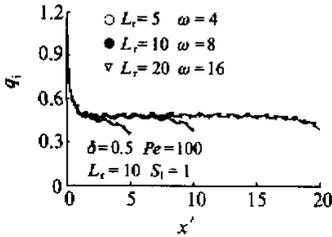


图4 管长 $L_r$ 对管内壁热流密度均匀性的影响

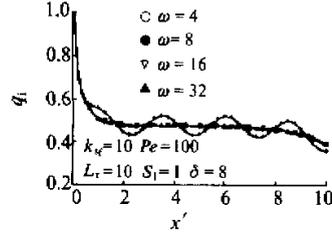


图5 参数 $\omega$ 对管内壁热流密度均匀性的影响

所以，随着 $\omega$ 的增大，管内壁处的相对热流密度就愈均匀(见图5)。

### 2.2 管外壁为温度边界的情况

这对应于实验中的实验段是管外相变(沸腾或冷凝)不均匀加热(冷却)的情况,相应的数学模型为式(3)~(8)。图6~9给出了壁面温度随轴向坐标的变化情况。为清楚起见,除了图6和图8以外,在其他各图上均没有给出管外壁面温度沿管长的分布情况(图8仅画出了 $x'$ 在0~5的外壁温度分布情况)。从图中可以清楚地观察到管壁导热与管内流体对流换热的耦合作用对管内壁面温度沿轴向坐标的分布的影响情况。由图6可以看出,管壁厚度对管内壁温度沿管长的分布有着明显的影响。管壁愈厚,轴向导热作用愈强,均热效果就愈好。所以,厚壁管对管外壁上的非均匀的温度波动有较好抑制作用,这与前面关于恒热流的情况是类似的。由图7可见,在其他条件相同的条件下管壁材料的导热系数愈大,内管壁温度沿管长方向的分布就愈接近理想的水平线分布。这正好与恒热流的情况相反。这是因为,根据对流换热理论,“恒壁温”边界条件实际上是对流换热边界条件在对流换热系数趋于无限大时的一种极限情况。所以,可以将恒壁温边界条件理解为具有“无限供热能力的”恒热流边界条件。这样,管壁材料导热系数愈大,由流体热入口段造成管壁导热的非均匀性就愈小。但是,管壁材料导热系数愈小,管壁对管外壁非均匀温度波动的抑制作用就愈明显。因此,为了提高管内壁处流体热边界条件的均匀性,如果管外壁面温度比较均匀,应该选用导热系数比较大的材料做实验管段;如果管外壁面温度存在明显的不均匀,应该选用导热系数较小的材料做实验管段。从图8可以清楚地看出,在其他条件相同且管外温度随管长变化的周期均为 $L_r/\omega = 1.25$ 的前提下,不同管长的管壁温度在管长方向上的变化规律是一样的,“短管”就好像是从“长管”的入口端截取下来的一样。管壁导热作用造成的流体热边界条件的非均匀性主要集中在管子的入口处,所以,从改善管内流体热边界条件的均匀性,提高实验结果的精度的角度看,用于研究对流换热的实验测试段越长越好。由图9可见,参数 $\omega$ 对管内壁温度均匀性的影响规律与热流边界完全一样。

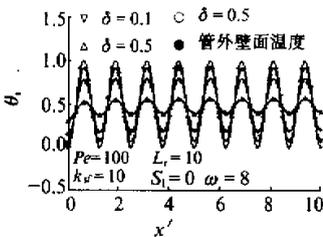


图6 管壁厚度对管内温度均匀性的影响

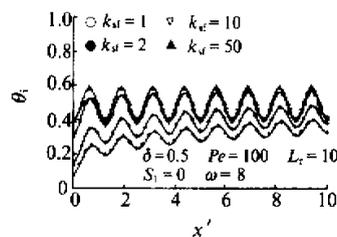
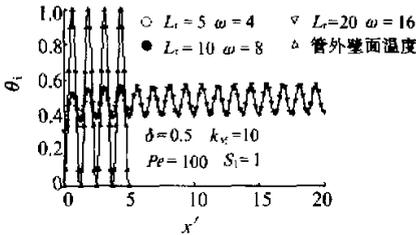
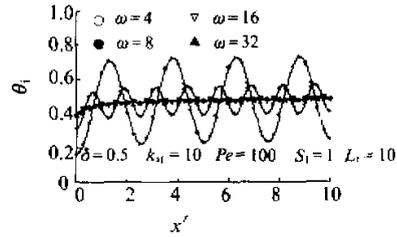


图7 相对导热系数 $k_w$ 对管内壁面温度均匀性的影响

## 3 结论

1) 在管外非均匀热条件下,管壁径向导热与轴向导热一样,对管内流体的对流换热有着明显的影响。管壁导热与对流换热之间存在有明显的耦合关系。这种耦合作用的直接表现之一是它对管内壁处管内流体热边界条件的影响。这一影响在某些情况下是重要的,至少如果在处理对流换热实验数据时不考虑这

图8 管长 $L_t$ 对管内壁温度均匀性的影响图9 参数 $\omega$ 对管内壁温度均匀性的下降

种影响,实验结果可能会有比较大的误差。研究还发现,愈靠近热入口处,由管壁导热作用引发的管内壁流体热边界条件的不均匀性就愈明显,而影响流体热边界条件的主要参数是 $k_{s1}$ ,  $\delta$ ,  $L_t$ ,  $Pe$  数及 $\omega$ 。

2)在不同的管外壁加热/冷却条件下,管壁相对厚度 $\delta$ 和相对导热系数 $k_{s1}$ 对管内壁处流体热边界条件均匀性的影响规律不尽相同:当管外壁是热流边界时,为了提高管内壁处流体热边界条件的均匀性,如果管外壁上的热流相对比较均匀,应采用材料导热系数较小的薄壁管做实验管段;如果外壁面上的热流不均匀,宜采用材料导热系数较大的厚壁管做实验管段。当管外壁是温度边界时,为了提高管内壁处流体热边界条件的均匀性,如果管外壁面温度相对比较均匀,应采用材料导热系数较大的薄壁管做实验管段,否则,应选用导热系数较小的厚壁管做实验管段。

3)不论采用何种加热/冷却方式,增大相对加热长度 $L_t$ 可以提高管内壁处流体热边界条件均匀性。

4)对于管外热流加热,管壁导热作用使得内管壁处的相对热流密度明显地偏离不考虑管壁导热作用的理论值。这一点对实验数据的处理来说是重要的:它代表了按均匀加热条件处理实验数据所造成的误差,或者说直接按管外壁上的加热量来计算内管壁处的热流密度必然会造成较大的误差。误差的大小与试件的几何尺寸、材料和流体的性质及流动状态有关。这一误差对局部对流换热系数的测量几乎总是重要的,所以,为了提高实验测试精度和实验结果的可靠性,一定要采用专门方法来测定局部热流密度。

#### 参考文献:

- [1] 奥西波娃 B A. 传热学实验研究[M]. 蒋章焰, 王传院, 译. 北京: 高等教育出版社, 1984.
- [2] PERELMAN T L. On conjugated problems of heat transfer[J]. Inter J Heat Mass Transfer, 1961, 3: 298-303.
- [3] CHU S C, BANKOFF S G. Heat transfer to slug flows with finite wall thickness[J]. Applied Scientific Research, Section A, 1965, 14: 379-395.
- [4] FAGHRI M, SPARROW E M. Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer[J]. ASME J of Heat Transfer, 1980, 102: 58-63.
- [5] ZARIFFEH E K, SOLIMAN H M, Trupp A C. The combined effects of wall and fluid axial conduction on laminar heat transfer in circular tubes[A]. Proc of 7th Inter Heat Transfer Conf [C]. 1982. 131-136.
- [6] HEGGS P J, INGHAM D B, KEEN D J. The effects of heat conduction in the wall on the development of recirculating combined convection flows in vertical tubes[J]. Inter J Heat Mass Transfer, 1990, 33 (3):517-528
- [7] VYNNYCKY M, KIMURA S, KANEV K, et al. Forced convection heat transfer from a flat plate: the conjugate problem[J]. Inter J Heat Mass Transfer, 1998, 41 (1): 45-59.
- [8] BAROZZI G S, PAGLIARINI G. A method to solve conjugate heat transfer problem: the case of fully developed laminar flow in a pipe[J]. ASME J of Heat Transfer, 1985, 107: 77-83.
- [9] BAROZZI G S, PAGLIARINI G. Experimental investigation of coupled conduction and laminar convection in a circular tube[J]. Inter J Heat Mass Transfer, 1984, 27 (12): 2321-2329.
- [10] BAROZZI G S, PAGLIARINI G. Conjugated heat transfer in a circular tube with uniform and non-uniform wall thickness[J]. Heat Technology, 1984, 2: 72-89.
- [11] BURMEISTER L C. Convective heat transfer[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1983. 225.

- [11] 刘中良, 韩同方, 刘安源. 壁面导热对管内流体热边界条件的影响 [J]. 石油大学学报, 1996, 24(3): 85-89.  
[12] 陶文铨. 数值传热学 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1988.

## Influences of Conjugate Heat Transfer on Fluid Thermal Boundary Conditions in Laminar Pipe-Flows Under Non-uniform Heating

LIU Zhong-liang, MA Chong-fang

( College of Environment and Energy Engineering, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China )

**Abstract:** It is important in the experimental investigations of convection heat transfer to carry out the experiments under known fluid thermal boundary conditions. In this paper, in order to identify the influences of wall heat conduction on the fluid thermal boundary conditions, the conjugate heat transfer problem of wall-heat-conduction and forced convection in the thermal entrance region of fully-developed laminar pipe flows with non-uniform heating is studied numerically to find out the influences of pipe sizes, fluid and pipe material properties and flow states on the homogeneity of the fluid thermal boundaries at the fluid-wall interface. The results show that the conjugate heat transfer between the tube wall and fluid has a strong influence on the boundary condition of the in-tube fluid at the wall. Suggestions are given on the size and the wall material of the test section to improve the reliability and accuracy of experimental results.

**Key words:** fluid-solid coupling; heat conduction; convection; boundary conditions; homogeneity

### 教育部、交通部关于有关学科类教学指导委员会信息

教育部、交通部最近分别下达了成立 2001~2005 年高等学校有关学科类教学指导委员会的通知, 我校刘小明副校长当选交通运输学科教学指导委员会委员兼非力学类专业力学课程教学指导分委员会的副主任委员, 余跃庆教授、余毓全教授、任仁教授和李兴虎教授分别担任机械基础、环能工程、专业化工、公路运输四个委员会委员, 关宏志副教授任交通工程教学指导委员会秘书长。

(教务处提供)