

# 用于多小区 OFDM 系统的分布式上行功率控制算法

张天魁, 曾志民, 邱禹

(北京邮电大学 通信网络综合技术研究所, 北京 100876)

**摘要:** 为了协调小区间干扰, 提高边缘用户性能, 研究了 OFDM 系统多小区间的功率分配问题. 基于非合作博弈理论, 给出既可以保证每个用户信干比最小又考虑其他小区同信道干扰的效用函数. 通过求解最大效用数值, 得到一种多小区分布式上行功率控制算法. 该算法中每个小区只需本地信息就可以协调小区间干扰, 实现了用户间公平性与频谱利用率的最佳折中. 通过仿真分析, 讨论了算法的参数选取, 验证了算法的收敛性. 仿真结果表明, 与等功率分配相比, 虽然吞吐量下降了 17%, 但是公平性提高了 1.7 倍.

**关键词:** 正交频分复用; 多小区; 上行功率控制; 同信道干扰; 非合作博弈

**中图分类号:** TN 929.53

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2008)06-0561-06

在以正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, 简称 OFDM)为基础的蜂窝移动通信系统中, 由于子载波之间的正交性以及循环前缀的引入, 使得小区内邻信道干扰可以忽略, 小区间干扰(inter-cell interference, 简称 ICI)成为主要的干扰. ICI 主要由同信道干扰(co-channel interference, 简称 CCI)产生. 如果能协调多个小区间的资源分配, 则可以减小小区间干扰, 提高边缘用户性能, 进一步提高无线资源利用率.

当前研究的 OFDM 系统资源分配算法大都针对单小区情况<sup>[1-3]</sup>, 在本小区用户的信干比(signal to interference ratio, 简称 SIR)计算中<sup>[3]</sup>不考虑 ICI 或只将同频信道上的干扰信号当作噪声. 已有的多小区资源分配算法中, 文献[4]以集中方式分配子载波和功率使系统总吞吐量最大; 文献[5]给出了一种半分布式算法, 由无线网络控制器(radio network controller, 简称 RNC)为每个基站(base station, 简称 BS)分配在一个超帧时长内可用的信道, 然后 BS 在每个帧内为自己的用户分配信道; 文献[6]提出了一个最优的子载波分配机制, 通过小区间协调确定每个子载波的复用因子和编码调制方式, 在系统吞吐量最大化的同时满足用户的最小速率要求. Goodman 等人提出了一种用于 CDMA 系统的非合作功率控制博弈模型<sup>[7-9]</sup>. 文献[10-11]将功率控制博弈引入到多小区 OFDM 系统中, 但没有考虑小区间的信息交互问题.

作者采用非合作博弈理论, 提出一种用于多小区 OFDM 系统的分布式上行功率控制算法. 每个小区仅需本地 SIR 信息和本小区用户发送功率, 就可以协调多个小区间的同信道干扰, 在满足用户的最小信干比要求的情况下最大化每个用户的效用, 在公平性与频谱利用率间进行折中.

## 1 小区间干扰模型

在以 OFDM 技术为基础的蜂窝系统中, 共有  $I$  个相邻小区, 每个小区内用户数为  $K$ , 频率复用因子为 1, 系统带宽为  $B$ , 子载波数为  $C$ , 多址方式为 OFDMA. 设  $S$  个相邻子载波组成一个子信道, 则子信道数量  $M = C/S$ , 每个子信道的带宽  $B_m = B/M$ , 子信道标号为  $1 \sim M$ ,  $M$  个子信道并行传输且没有干扰. 由于频率复用因子为 1, 则系统内任意 2 个小区中使用相同频率的用户将互相干扰, 也就是说, 每个标号相

收稿日期: 2007-10-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60772110); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20040013010).

作者简介: 张天魁(1980-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士生; 曾志民(1956-), 男, 北京人, 教授, 博士生导师.

同的子信道上具有同信道干扰.

在上行链路中,假设用户移动台到本小区基站信道质量可以由基站测量得到,令  $g_{i,k,m}$  表示基站  $i$  中第  $k$  个用户在第  $m$  个子信道上的增益,其接收 SIR 表达式为

$$\gamma_{i,k,m} = \frac{g_{i,k,m} p_{i,k,m}}{\sum_{j \neq i} \sum_{k=1}^K g_{j,k,m}^i p_{j,k,m} + N_0} \quad (1)$$

其中,  $g_{j,k,m}^i$  为在同频小区  $j$  的第  $m$  个子信道上的用户到基站  $i$  的增益;  $p_{i,k,m}$  为第  $i$  个基站中用户  $k$  在第  $m$  个子信道上的发送功率;  $N_0$  为基站测得的背景噪声.

为了保证系统内用户的公平性,假设每个用户的最小 SIR 要求为  $\gamma_k^{\text{th}}$ , 资源分配的目标是保证每个用户的最小 SIR 得到满足,考虑到未来网络中业务的多样性,应用不同业务的用户可以具有不同的  $\gamma_k^{\text{th}}$ .

在 1 个调度周期内,1 个小区内 1 个子信道只能分配给 1 个用户,因此,在 1 个同频信道上的用户数就等于具有同频干扰的小区数.不失一般性,用小区标号  $i$  表示本小区内获得某个子信道  $m$  的用户  $i$ ,则用户集合可以表示为  $N = \{1, 2, \dots, I\}$ . 令  $g_i$  表示小区  $i$  中在第  $m$  个子信道上发送上行数据的用户  $i$  到本小区基站的链路增益;  $g_j^i$  表示小区  $j (j \neq i)$  中在第  $m$  个子信道上发送上行数据的用户到小区  $i$  基站的链路增益;  $g_j^i p_j$  为小区  $j (j \neq i)$  中用户对小区  $i$  中用户  $i$  的干扰.为叙述方便,令  $I_i$  表示小区  $i$  中用户  $i$  受到的总干扰,则

$$I_i = \sum_{j=1, j \neq i}^I g_j^i p_j + N_0$$

所以在该子信道上用户  $i (i \in N)$  的 SIR 可以重新定义为

$$\gamma_i = g_i p_i / I_i \quad (2)$$

## 2 多小区非合作功率控制博弈

### 2.1 模型描述

令  $G = [N, \{A_i\}, \{u_i(\cdot)\}]$  表示多小区非合作功率控制博弈 (multi-cell non-cooperative power control game, 简称 MNPG). 其中,  $N = \{1, 2, \dots, I\}$  表示各个小区在相同子信道上具有同频干扰的用户集合 (即参与者集合);  $A_i$  是用户  $i$  的策略集合 (也就是用户可以使用的发送功率, 设实际系统中用户终端的最大发送功率为  $p^{\text{max}}$ ),  $A_i = [p_i | 0 \leq p_i \leq p^{\text{max}}]$ ;  $u_i(\cdot)$  是用户  $i$  的效用函数. 定义向量  $\mathbf{P} = (p_1, \dots, p_I)$  表示博弈后所有用户获得的发送功率值. 最终用户  $i$  获得效用为  $u_i(\mathbf{P})$ , 也可以表示为  $u_i(p_i, \mathbf{P}_{-i})$ ,  $p_i$  为用户  $i$  博弈后选取的功率,  $\mathbf{P}_{-i}$  表示除用户  $i$  的发送功率  $p_i$  之外的功率向量.

每个用户通过调整功率最大化自己的效用值, 即  $\max_{p_i \in A_i} u_i(p_i, \mathbf{P}_{-i})$ ,  $\forall i \in N$ . 由于用户之间没有协商机制, 因此, 需要保证系统能获得稳态解, 这个稳态解在博弈论中定义为纳什均衡解 (Nash equilibrium)<sup>[7-8]</sup>.

### 2.2 效用函数表达式

根据纳什定理, MNPG 存在纳什均衡需要满足 2 个条件: ①  $A_i$  是欧式空间  $R^N$  的非空、闭的、有界的凸集; ②  $u_i(\mathbf{P})$  在  $\mathbf{P}$  上连续, 在  $p_i$  上拟凹<sup>[7]</sup>.

由于每个用户的策略空间  $A_i$  定义在  $[0, p^{\text{max}}]$ , 显然满足条件①. 接下来需要考虑效用函数  $u_i(\mathbf{P})$  的表达式形式.  $u_i(\mathbf{P})$  除了条件②的约束外, 还需要考虑其在上行功率控制中的实际物理意义. 效用函数的物理意义要求当  $p_i = 0$  时  $u_i = 0$ , 也就是说, 当用户不发送功率时, 其效用值应该为 0. 此外, 效用函数表达式还要考虑满足每个用户的最小 SIR 要求以及对其他同信道用户的干扰. 基于以上约束和考虑, 本文给出的效用函数表达式为

$$u_i(\mathbf{P}) = a_i \sqrt{\gamma_i - \gamma_i^{\text{th}}} - c_i p_i \quad (3)$$

式中,第1项考虑了用户的最小 SIR 要求;第2项表示用户对其他用户产生的干扰; $a_i$  和  $c_i$  为系统参数. 每个用户通过自己的发送功率策略提升自己的 SIR,也就希望第1项数值尽量大,第2项数值尽量小,最大的效用值则是二者的最佳折中点. 效用函数的第2项可以理解为用户为了提高 SIR 付出的“代价”<sup>[7,11]</sup>,一个用户在通过增加发送功率提高 SIR 的同时,也考虑了对其他同信道用户的干扰,即非合作博弈中隐含了“合作”.

### 2.3 MNPG 求解

MNPG 的最优解为  $\arg \max_{p_i \in A_i} u_i(p_i, P_{-i})$ . 为了得到最优解,根据式(2)、式(3)求得  $u_i(P)$  的梯度为

$$\frac{\partial u_i}{\partial p_i} = \frac{1}{2} a_i (\gamma_i - \gamma_i^{\text{th}})^{-\frac{1}{2}} \frac{g_i}{I_i} - c_i$$

令  $\frac{\partial u_i}{\partial p_i} = 0$ , 则有

$$\gamma_i = \gamma_i^{\text{th}} + \left( \frac{a_i g_i}{2c_i I_i} \right)^2$$

代入式(2),并设  $\left( \frac{a_i}{2c_i} \right)^2 = \beta_i$ , 可以得到 MNPG 的解为

$$p_i = \gamma_i^{\text{th}} \frac{I_i}{g_i} + \beta_i \frac{g_i}{I_i} \quad (4)$$

根据牛顿迭代法,可以得到求解  $p_i$  的迭代表达式为

$$p_i^{(n)} = \gamma_i^{\text{th}} \frac{I_i^{(n-1)}}{g_i} + \beta_i \frac{g_i}{I_i^{(n-1)}} = \gamma_i^{\text{th}} \frac{p_i^{(n-1)}}{\gamma_i^{(n-1)}} + \beta_i \frac{\gamma_i^{(n-1)}}{p_i^{(n-1)}} \quad (5)$$

将式(5)简化为  $p_i^{(n)} = \mathcal{R}(P^{(n-1)})$ , 对于所有  $p_i > 0$ , 如果满足2个条件:①单调性,  $P \geq P'$ ,  $\mathcal{R}(P) \geq \mathcal{R}(P')$ ; ②可量测性,  $\forall \alpha > 1$ ,  $\alpha \mathcal{R}(P) \geq \mathcal{R}(\alpha P)$ , 则式(5)收敛到唯一点.

式(5)满足的单调性条件为

$$\mathcal{R}(P) - \mathcal{R}(P') = \frac{\gamma_i^{\text{th}}}{g_i} (I_i - I_i') + \beta_i g_i \left( \frac{1}{I_i} - \frac{1}{I_i'} \right) = (I_i - I_i') \left( \frac{\gamma_i^{\text{th}}}{g_i} - \frac{\beta_i g_i}{I_i I_i'} \right) \quad (6)$$

因为  $P \geq P'$ , 所以  $I_i - I_i' \geq 0$ .  $\mathcal{R}(P) - \mathcal{R}(P') \geq 0$  的条件为  $I_i' \geq g_i \sqrt{\frac{\beta_i}{\gamma_i^{\text{th}}}}$ .

验证式(5)是否满足可量测性要求,即验证  $\alpha \mathcal{R}(P)$  是否大于  $\mathcal{R}(\alpha P)$ , 有

$$\alpha \mathcal{R}(P) - \mathcal{R}(\alpha P) = \frac{\gamma_i^{\text{th}}}{g_i} (\alpha I_i(p_{-i}) - I_i(\alpha p_{-i})) + \beta_i g_i \left( \frac{\alpha I_i(\alpha p_{-i}) - I_i(p_{-i})}{I_i(p_{-i}) I_i(\alpha p_{-i})} \right) \quad (7)$$

因为  $\alpha > 1$ , 所以  $\alpha \mathcal{R}(P) - \mathcal{R}(\alpha P) > 0$ , 条件②满足.

可见,当  $I_i' \geq g_i \sqrt{\frac{\beta_i}{\gamma_i^{\text{th}}}}$  时,迭代表达式(5)收敛到唯一点.

由式(3)可以看出,本文定义的效用函数满足拟凹条件,因此, MNPG 存在纳什均衡解. 式(5)给出的 MNPG 求解表达式收敛到唯一解,这个唯一解必为纳什均衡解. 由此可以得出, MNPG 的纳什均衡解唯一.

### 2.4 分布式上行功率控制算法

本文在多小区非合作功率控制博弈模型及其求解过程的基础上,提出了多小区分布式上行功率控制算法(multi-cell distributed uplink power control algorithm, 简称 MDUPC).

首先定义子信道调度周期(subchannel scheduling interval, 简称 SSI),即基站执行子信道分配的时间间隔. 因为在每个 SSI 内小区中的子信道分配不变,所以各个小区间具有同信道干扰的用户集合不变. 然后定义发送时间间隔(transmission timing interval, 简称 TTI),即基站执行功率分配与信号收发的时间间隔. 在 OFDM 系统中,1个 TTI 是1个子帧的时间长度,是资源分配中最小的时间单位. 1个 SSI 可以等

于 1 个 TTI,也可以等于多个 TTI.

MDUPC 算法的具体步骤如下.

1) 在每个 SSI 开始时刻,基站执行子信道调度算法,确定子信道分配情况,初始化每个子信道上用户的上行发送功率  $p^{\max}$ .

2) 基站获得每个子信道前一个 TTI 的  $\gamma_i$ ,如果是 FDD 系统, $\gamma_i$ 可由导频测得;如果是 TDD 系统, $\gamma_i$ 可由上行时隙获得.

3) 确定本 TTI 每个子信道上用户的发送功率,  $p_i^{(n)} = \max\left(\gamma_i^{\text{th}} \frac{p_i^{(n-1)}}{\gamma_i^{(n-1)}} + \beta_i \frac{\gamma_i^{(n-1)}}{p_i^{(n-1)}}, p^{\max}\right)$ ,并将每个子信道上用户的发送功率通过下行控制信道发送给用户.

4) 接收每个子信道的用户上行数据信息.

5) 重复步骤 2)~4),直至本次 SSI 结束.

以上步骤中每个小区的基站根据本地信息(用户发送功率和接收 SIR)单独执行,不需信息交互,因此 MDUPC 属于分布式算法.而且,基站发送给用户的控制信息也很简单.在 MDUPC 算法中,要求 SSI 大于 TTI,因为 MDUPC 要求算法迭代过程中保证参与博弈的用户集合不变才能收敛到最佳解.如果 SSI 与 TTI 相等,则要求 MDUPC 在一个 TTI 内完成收敛,这需要较多的信息交互与计算量,复杂度较高.

MDUPC 算法中包括 3 个参数:用户的最小 SIR 要求  $\gamma_i^{\text{th}}$ 、效用函数中的系统参数  $a_i$  和  $c_i$  (在功率迭代过程中为  $\beta_i$ ,见式(4)).从式(4)可以看出, $\gamma_i^{\text{th}}$  越大,系统为 SIR 小的用户补偿的功率越多,公平性越好,但是频谱利用率会下降;如果  $\gamma_i^{\text{th}} = 0$ ,则系统将只考虑用户 SIR, SIR 越大,获得的发送功率越大. $a_i$  和  $c_i$  的比值决定了系统总吞吐量与用户公平性之间的折中点, $c_i$  越大,对其他用户的干扰越多,系统越公平.

### 3 仿真分析

OFDM 多小区场景仿真采用 wrap around 技术,六边形小区,共 19 个小区,小区半径为 500 m.假设系统带宽为 10 MHz,600 个可用子载波,子载波带宽为 15 kHz.每 75 个连续的子载波组成一个子信道,系统共有 8 个子信道.每个 TTI 执行一次 MDUPC 算法.用户移动速度为 3 km/h,采用 Full buffer 业务,用户终端的最大发送功率为 24 dB·m.小区内子信道分配过程采用比例公平调度算法,子信道调度周期为  $n$  个 TTI ( $n \geq 1$ ).仿真系统考虑慢衰落(包括路径损耗、阴影衰落和穿透损耗)和快衰落,路径损耗指数为 4,阴影衰落指数为 8 dB. MDUPC 算法中  $\gamma_i$  可以跟踪慢衰落,也可以跟踪快衰落.本文采用用户平均吞吐量的累积分布曲线的 5% 的点对应的吞吐量的值作为公平性衡量标准,对应的值越大,用户公平性越好.

#### 3.1 算法收敛性分析

为了分析本文提出的 MDUPC 算法的收敛情况,图 1 和图 2 分别给出了在子信道上用户集合固定、SIR 跟踪慢衰时,用户(选取任意 4 个用户为例)在每个 TTI 的慢衰 SIR 和发送功率.

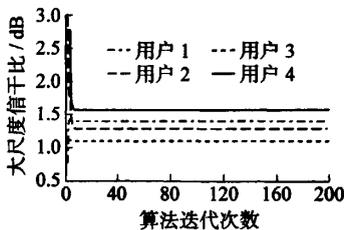


图 1 选定用户的慢衰 SIR

Fig. 1 The SIR tracing slow fading of a given user

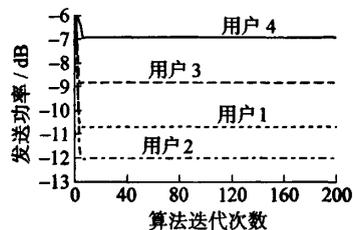


图 2 选定用户的发送功率

Fig. 2 The transmit power of a given user

可以看出,在算法迭代5次左右后慢衰 SIR 和发送功率都可以收敛到固定值.而且从图2还可以看出,算法收敛后,用户终端的发送功率小于最大可用发送功率  $24 \text{ dB}\cdot\text{m}$ ,因此,MDUPC 算法在保证算法性能的情况下还可以降低发送功率,这样可以节约用户终端的电池能量,对于移动终端是非常重要的.

### 3.2 算法性能分析

以上仿真分析中都假设在每个子信道上的用户集合固定,但是实际系统中需要进行子载波调度,因此,以等功率下的 PF 调度算法(每个 TTI 执行一次)为对比算法,分析 MDUPC 算法的性能.仿真中给出了不同 SSI 下的系统性能,图3对比了 SSI 分别为 TTI 的1倍、5倍和10倍情况下的系统平均吞吐量,对比算法的平均吞吐量为  $714 \text{ Mb/s}$ .表1为相应的用户公平性对比,对比算法的公平指数为  $59 \text{ kb/s}$ .从仿真结果可以看出,在 SSI 为5个 TTI 时,MDUPC 算法的吞吐量与公平性都比其他情况好,因为此时 SSI 与 MDUPC 的收敛周期接近,既保证了功率分配算法的收敛,又充分利用了 PF 调度算法的优势.此时,MDUPC 算法获得的平均吞吐量对比算法下降了  $12\%$ ,但是公平指数最高可以提升  $1.7$  倍.

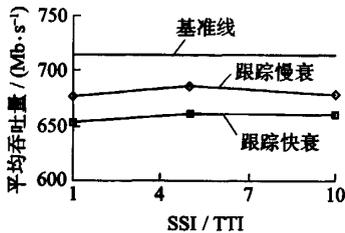


图3 不同 SSI 下平均吞吐量对比

Fig.3 The average throughput in different SSI

表1 不同 SSI 下用户公平性对比

SSI	跟踪慢衰	跟踪快衰	等功率
1	97 882	86 452	59 264
5	103 250	104 190	59 264
10	96 185	97 355	59 264

## 4 结束语

小区间同频干扰的存在使 OFDM 蜂窝移动通信系统中小区边缘用户性能较差.为了提高小区边缘用户的吞吐量,保证用户间的公平性,本文通过非合作博弈理论,给出了一种多小区分布式上行功率控制算法,可以协调小区间干扰,在系统吞吐量与用户公平性之间做出最佳折中,节省用户终端能量.

### 参考文献:

- [1] WONG C Y, CHENG R S, LETAIEF K B, et al. Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1999, 17(10): 1 747-1 758.
- [2] WANG Q, XU D, XU J, et al. A grouped and proportional-fair subcarrier allocation scheme for multiuser OFDM systems [C]//25th IEEE International IPCCC. Phoenix, USA: IEEE Press, 2006: 97-101.
- [3] KULKARNI G, ADLAKHA S, SRIVASTAVA M. Subcarrier allocation and bit loading algorithms for OFDMA-based wireless networks[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2005, 4(6): 652-662.
- [4] LI Y, ZHOU W, SONG J. An adaptive subcarrier, bit and power allocation algorithm for multicell OFDM systems[J]. Electrical and Computer Engineering, IEEE, 2003(3): 1 698-1 702.
- [5] LI G, LIN H. Downlink dynamic resource allocation for multi-cell OFDMA system [C]// IEEE 58th VTC 2003-Fall. Orlando: IEEE, 2003(3): 1 698-1 702.
- [6] KIM Hoon, HAN Youngnam, KOO Jaong. Optimal subchannel allocation scheme in multicell OFDMA systems[C]//2004 IEEE 59th VTC 2004-Spring. Milan: IEEE, 2004, 3: 1 821-1 825.
- [7] SARAYDAR C U, MANDAYAM N B, GOODMAN D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(2): 291-303.
- [8] MESHKATI F, MUNG Chiang, POOR H V. A game-theoretic approach to energy-efficient power control in multicarrier CDMA systems[J]. IEEE Journal Selected Areas in Communications, 2006, 24(6): 1 115-1 129.

- [9] 程世伦, 杨震, 张晖. 新的认知无线电功率控制博弈算法[J]. 通信学报, 2007, 28(3): 100-107.  
CHENG Shi-lun, YANG Zhen, ZHANG Hui. Novel power control game algorithm for cognitive radios[J]. Journal on Communications, 2007, 28(3): 100-107. (in Chinese)
- [10] WANG Lan, NIU Zhi-sheng. Adaptive power control in multi-cell OFDM systems: a noncooperative game with power unit based utility[J]. IEICE Transactions on Communications, 2006, E89-B(6): 1 951-1 954.
- [11] 张天魁, 曾志民, 唐南, 等. 一种用于 OFDMA 系统的多小区自适应资源分配算法[J]. 北京邮电大学学报, 2007, 5(30): 70-75.  
ZHANG Tian-kui, ZENG Zhi-min, TANG Nan, et al. A multicell adaptive resource allocation scheme for OFDMA cellular system[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2007, 5(30): 70-75. (in Chinese)

## Distributed Uplink Power Control Algorithm for Multi-cell OFDM Systems

ZHANG Tian-kui, ZENG Zhi-min, QIU Yu

(Institute of Communication Networks Integrated Technology, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** The power allocation problem in multi-cell OFDM systems is studied in order to coordinate the co-channel interference (CCI) and improve the users performance in cell edge. Based on the non-cooperative game, a payoff function is defined, which would provide a minimum signal interference ratio (SIR) for each user and consider the CCI from other cells. A multi-cell distributed uplink power control algorithm (MDUPC) is derived by maximizing the payoff value. The MDUPC only needs the local information to coordinate inter-cell interference and achieves the best tradeoff between the fairness of users and the spectral efficiency. In the simulation, the parameter selection of the MDUPC is discussed, and the convergence of this algorithm is verified. Compared with the equal power allocation scheme, the simulation results show that the proposed algorithm improves the fairness by 1.7 times with a decreasing 17% throughput.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing; multi-cell; uplink power control; co-channel interference; non-cooperative game

(责任编辑 梁洁)