

# 整数线性规划算法的计算机实现

黄振侃 唐 薇

(北京工业大学应用数学系, 100022)

【摘要】 本系统软件使用Foxbase语言进行数据采集, 采用Fortran 77、C语言编制枚举法、割平面法、分枝定界算法程序, 适用于求解应用整数线性规划算法的实际课题。

【关键词】 整数线性规划, 算法, 程序

【中图分类号】 O221.4

## 1 整数线性规划算法

整数线性规划和非整数线性规划求解不同, 没有一个标准的解法<sup>[1]</sup>。为了求出合理的最优解, 作者采用枚举法、割平面法、分枝定界法3种算法求解, 进行综合比较, 以便找出符合整数线性规划题目要求的最优解<sup>[2]</sup>。

### 1.1 枚举算法

从单纯形法解出的最优解出发, 依次指定一些变量为整数, 直到获得一个目前最好的可行解。但是得到的解不一定最优的, 还需检查所有排列和组合, 对最好的可行解不断加以改进, 直到求出最优解为止。

### 1.2 割平面算法

割平面法顺序地引入附加条件约束, 使相应的非整数线性规划所有可行解集缩小, 但不影响整数解, 直到获得最优解为止。割平面法适用于求解全整数线性规划, 其基本环节如下: ① 暂不考虑整数约束, 用单纯形法求解相应的线性规划问题; ② 如果第一步求出的解为一全整数解, 即解完全整数规划问题的最优解, 否则转③; ③ 把一个新的约束加到问题中, 并转向①。

### 1.3 分枝定界算法

分枝定界法对有约束条件的最优化问题的所有可行解空间, 恰当地进行系统的搜索, 是一种灵巧的枚举法, 用于求解混合型整数规划和全整数规划。

一般, 把全部可行解空间反复地分割为越来越小的子集(称为分枝), 并为每一个子集的解值计算出一个下界(求最小值问题)称为定界。在每次分枝后, 凡是界限超出已知可行解值的那些子集不再做进一步的分枝, 直到找出可行解为止。可行解的值不大于任何子集的值。

分枝决策一般有两种: 从最下界分枝和从最新活动界限分枝。从最下界分枝是从可能的解的子集进行一次分枝, 该子集在最优解上有最下界。一般说来, 这种决策的优点在于

较其它规划检查子问题较少，但需较多的存储空间，本程序设计中采用了这一规则。

## 2 程序设计

在程序设计过程中，为方便用户，提高运行准确性，采用全部结构化设计，每一种模块完成一种功能。由于本设计是将大型数值计算运用到实际问题中，既有采集数据、算法程序、又有判据、求出最优解。因此，在程序编译中使用了Foxbase、Fortran 77、C语言3种语言。其中，Foxbase语言用于采集数据；Fortran 77语言用于数值计算；C语言用于综合控制及界面友好的弹出式菜单联系。整个系统使用方便，便于控制。

### 2.1 软件系统

为了适用于解应用整数线性规划方法的实际课题<sup>[3]</sup>，在程序设计中注重了实际问题的转化、数据的采集、算法的选择、结果的分析与处理、程序的通用性及节省机时等。本程序适用整数线性规划范围，约束条件个数  $\leq 75$ ，变量个数  $\leq 26$ 。在此范围内按照数据文件格式输入与输出数据，即可求解，系统流程如图1所示。

为了加强程序的通用性，各算法自成一统，既能单独使用，又能联合应用。各算法分别编译，由C语言弹出式菜单支持。程序设计中使用了多个数据文件，指示数据文件与算法间关系，如图2所示。

数据文件 data.dat 与 dacut.dat 格式类似，只是在 dacut.dat 最后加一整数 maxct，maxct 为控制程序最大割数的变量人为指定，在程序设计中 maxct 最大值为 20，若所需值小于 20，则令 maxct 为所需值即可，若所需值大于 20，则修改原程序。

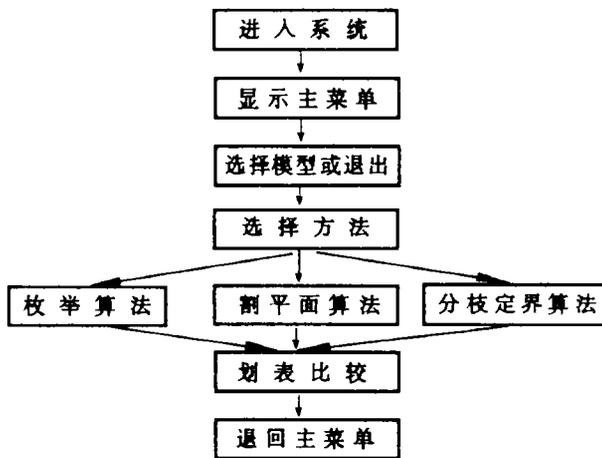


图1 系统流程图

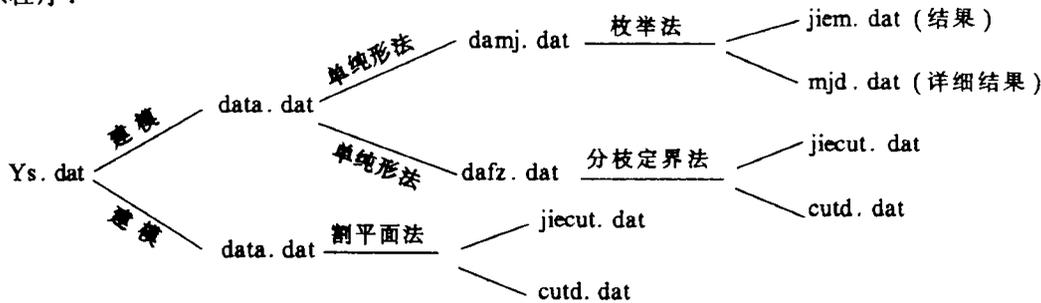


图2 数据文件与算法关系

### 2.2 算法程序

#### 2.2.1 枚举法程序

在枚举算法中, 使用了 Fortran 77 和 C 语言, Fortran 77 用于先期计算. 由于需要设计一个全排列的算法, Fortran 77 语言很难实现, 故采用 C 语言来实现整理计算. 在实现过程中运用了二进制的性质(即一个数字的 0, 1 排列均不相同, 几个数字有  $n!$  种排列), C 语言所特有的位操作, 使全排列算法简单易行, 且使运算速度加快. 枚举法流程如图 3 所示.

### 2.2.2 割平面算法程序

割平面法和单纯形法的设计中, 为避免传入传出所有参数时空间不足, 因此采用全局变量在运算中占主导地位, 只将两个不能做为全局变量的数组矩阵, 在子程序间传入与传出. 例如, 以师资人才预测与控制的随机线性规划问题为例, 有 16 个变量, 只将两个不能做为全局变量的  $[16 \times 1]$  数组矩阵, 作为工作单元. 这样虽然在程序编制中增加了许多麻烦, 但加强了程序的通用性, 提高了计算的速度. 单纯形算法与割平面算法均用 Fortran 77 语言编译. 割平面算法程序流程如图 4 所示.

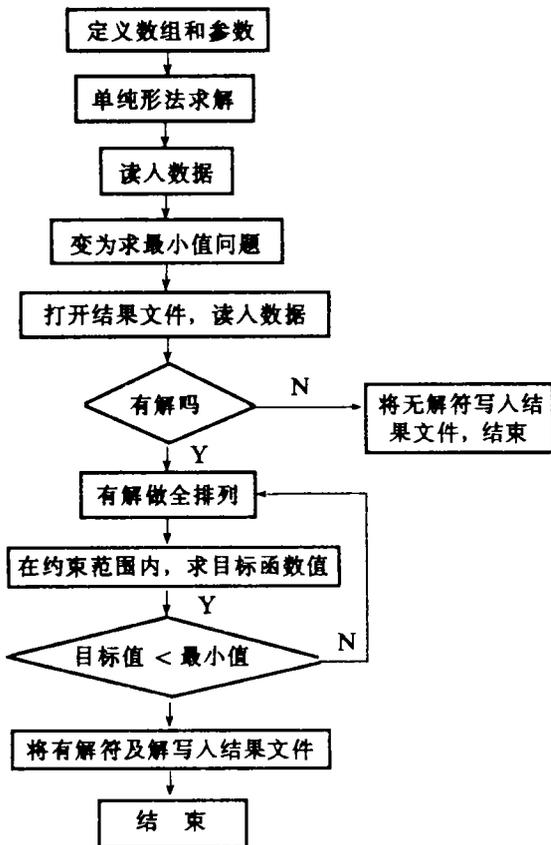


图3 枚举法流程图

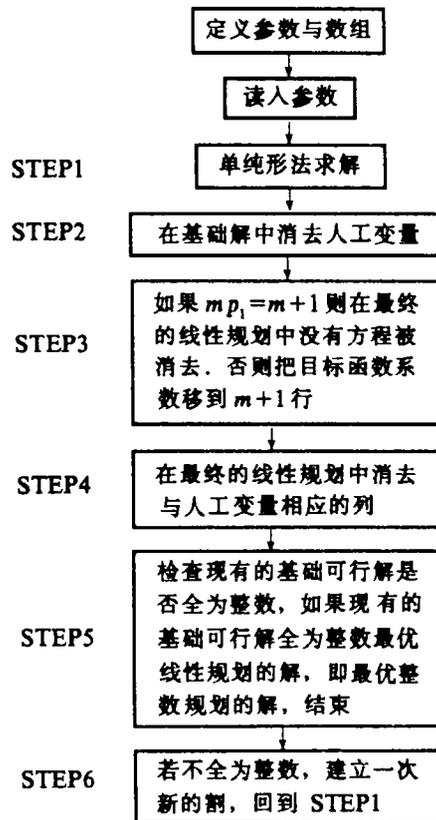


图4 割平面法流程图

### 2.2.3 分枝定界算法程序

在分枝定界算法的具体实现过程中运用了数据结构知识, 设计了一个非遍历性的二叉树, 切实模拟了分枝定界算法的求解过程, 并且大大节省了内存空间. 以 16 变量数为例:

运用通常算法，需要 1 个 3 数组  $[3 \times 48 \times 16]$ ，而采用二叉树算法，只需 1 个 2 组数  $[2 \times 32]$  即可。在这个算法中遇到了在计算约束条件  $(m)$  个数时分枝过多的困难，为了提高运算速度，避免直接计算，而从侧面计算“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”、“ $=$ ”约束的个数，两三者之和即为约束条件个数，简化了计算，流程如图 5 所示。

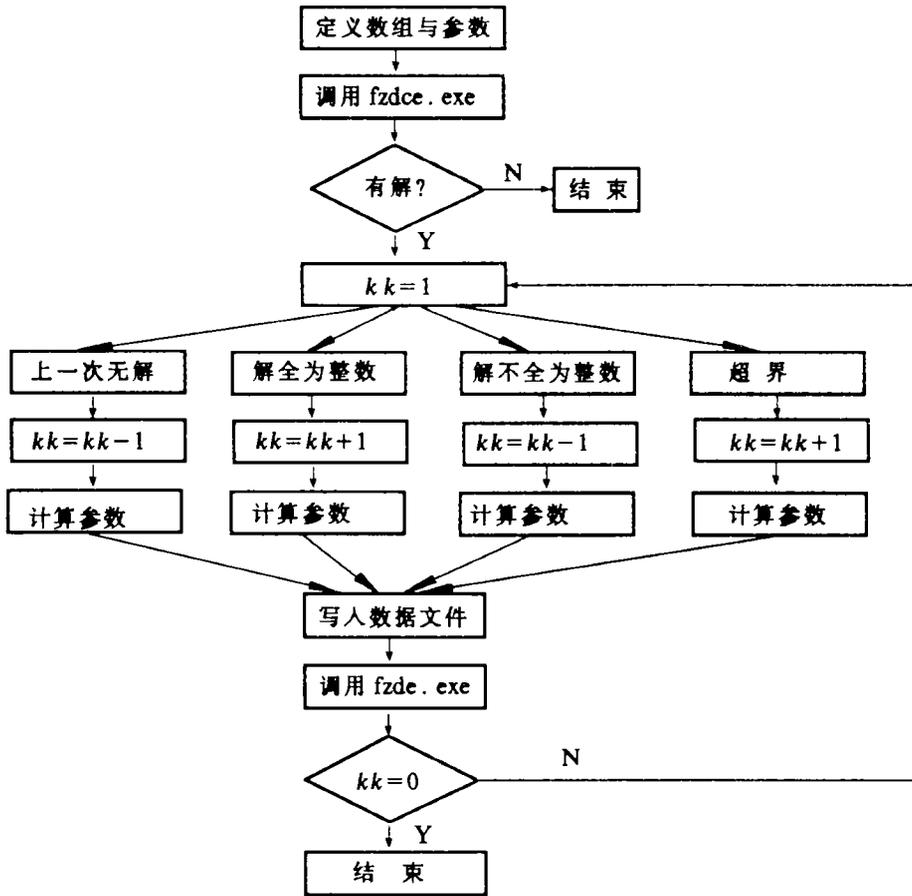


图 5 分枝定界算法流程图

### 3 分析与结论

作者用该系统软件对整数线性规划的题目进行了验算，现举一简单例题，用 3 种算法计算。

例 
$$z = \min(-6x_1 - 4x_2)$$

s. t 
$$3x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \geq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad \text{且整数}$$

计算结果见表 1.

本软件系统,还适用于解应用整数线性规划的实际课题.计算了“师资人才预测与控制”中随机整数线性规划数学模型<sup>[4]</sup>.根据模拟数据分下面3种情况计算.

表 1

| 算 法   | $x_1$ | $x_2$ | 目标函数    |
|-------|-------|-------|---------|
| 枚举法   | 2.4   | 8.4   | -48.000 |
| 割平面法  | 2     | 8     | -44.000 |
| 分枝定界法 | 4     | 6     | -48.000 |

1) 学校规模不变,下限为2000人,上限为2500人,现有2300人,5年后状况的计算结果见表2.

表 2

| 算 法   | 教 授 | 副教授 | 讲 师  | 助 教 | 工资总和 / 元  |
|-------|-----|-----|------|-----|-----------|
| 枚举法   | 109 | 601 | 1053 | 496 | 671860.00 |
| 割平面法  | 106 | 612 | 1033 | 473 | 664570.00 |
| 分枝定界法 | 110 | 611 | 1038 | 477 | 667990.00 |

2) 学校规模扩大,下限为2300人,上限为3000人,现有2300人,5年后的状况的计算结果见表3.

表 3

| 算 法   | 教 授 | 副教授 | 讲 师  | 助 教 | 工资总和 / 元  |
|-------|-----|-----|------|-----|-----------|
| 枚举法   | 131 | 709 | 1097 | 690 | 655720.00 |
| 割平面法  | 135 | 707 | 1095 | 693 | 657090.00 |
| 分枝定界法 | 132 | 717 | 1080 | 693 | 655990.00 |

3) 学校规模缩小,下限为1700人,上限为2300人,现有2300人,5年后状况的计算结果见表4.

表 4

| 算 法   | 教 授 | 副教授 | 讲 师 | 助 教 | 工资总和 / 元  |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| 枚举法   | 93  | 462 | 837 | 308 | 520460.00 |
| 割平面法  | 90  | 463 | 835 | 320 | 522000.00 |
| 分枝定界法 | 81  | 486 | 820 | 364 | 521720.00 |

从计算结果看,与管理者的经验是相吻合的,尤其是对3种算法分析比较,可找出符合实际需要的最优效果值.

总之,一个问题可同时用3种算法计算,结果各不相同,为求得各种问题的结果,为进行分析比较,选取最优的解创造了条件.

## 参 考 文 献

- 1 邓乃扬, 诸梅芳. 最优化方法. 沈阳: 辽宁教育出版社, 1987. 216 ~ 236
- 2 何建坤, 江道琪, 陈 华. 实用线性规划及计算机程序. 北京: 清华大学出版社, 1985. 206 ~ 216
- 3 Huang Zhenkan, Study in Estimation of Course Teaching Plan. The International on the Analytic Hierarchy Process, Tianjin, 1988
- 4 Shen Yiming, Huang Zhenkan, Nian Wang. The Fouasting and Coutroulling of Qualified Teachers, Secoug Conference of the Assodation of Asian-pacific Operational Research Societies, Beijing, China, 1991, 27 ~ 30

## Carrying Integer Linear Programming Algorithm on Computer Through

Huang Zhenkan Tang Wei

( Department of Applied Mathematics, Beijing Polytechnic University, 100022 )

**【Abstract】** The software of system, using foxbase language goes on collecting data, adopting Fortran 77 and C language working of enuoration method and branch-bound method and cutting-plame method, it is suitable for practical items on soloing applying integer linear programming algorithm.

**【Key words】** integer, linear programming algorithm, program