

多杆柔性机器人杆与关节耦合效应 及优化设计*

岳士岗¹⁾ 余跃庆²⁾ 白师贤²⁾

(北京工业大学 1) 机械工程学系, 2) 基础科学部, 100022)

摘 要 在以有限元法建立的系统动力学模型基础上, 对多杆机器人的柔性关节和柔性杆的动态耦合效应进行研究, 发现耦合效应存在关于系统无量纲参数的有利的软耦合和不利的硬耦合, 从而提出将机器人的结构参数限定在有利耦合区域内进行以整体质量最小为目标的优化方法, 达到了充分利用材料的目的.

关键词 多杆机器人, 柔性关节, 柔性杆, 耦合效应, 优化设计

分类号 TH112, TP242

0 引言

柔性关节机器人和柔性杆机器人两个研究领域吸引了众多的研究者. 对于已经取得的大量成果, Gaultier 和 Cleghorn (1989)^[1] 及 Book (1990)^[2] 对柔性杆机器人, Readman 和 Belanger (1992)^[3] 对柔性关节机器人已分别作了综述. 在模型中同时考虑关节和杆这两种柔性的研究已开始引起研究者的注意^[4~12]. 至于深入研究上述两种柔性在系统中耦合作用的文献尚十分少见^[11]. F Xi 和 Fenton (1990)^[11] 建立了一个柔性关节和一个柔性杆的机器人模型, 并对其两种柔性的耦合效应对频率方程的解的影响进行研究, 然而其模型和结论局限于一杆一关节柔性机器人, 能否适用于复杂多柔性杆和关节的机器人尚待进一步研究.

另外, 目前所见文献的研究兴趣主要在于建立模型、分析特性、减轻振动和控制等方面, 涉及如何对柔性机器人的构件进行优化设计以提高其动力学性能文献相对较少. 这主要因为上述各个方面还有大量的工作有待进一步探讨与完善, 另一方面, 优化设计往往是和实际应用紧密相连的, 当柔性机器人面向应用研究时, 优化设计的问题必然会提到议事日程上来. 因此, 对多杆柔性机器人的结构进行优化设计研究是非常有意义的.

针对上述不足, 本文首先对多杆机器人的柔性关节和柔性杆的动态耦合效应进行研究, 发现耦合效应存在关于系统无量纲参数的有利的软耦合和不利的硬耦合, 在此基础上, 提出将机器人的结构参数限定在有利耦合区域内进行以整体质量最小为目标的优化方法, 以求充分利用材料.

收稿日期: 1996—05—16

* 北京市科委及国家教委资助项目

1 多柔性杆与柔性关节的动态耦合效应

要对多杆柔性机器人系统中存在的杆件和关节两种柔性的动态耦合效应进行研究, 首先必须导出能充分计及两种柔性及其耦合的柔性机器人动力学微分方程^[4].

1.1 动力学模型及无量纲参数的定义

如文献[4]中所述, 在建立具有柔性关节和柔性杆的多杆机器人模型时, 引入能同时描述关节和杆件柔性的柔性转子梁单元, 应用拉氏方程, 最终可以得到如下形式的动力学方程式.

$$[M]\{\ddot{\Phi}\} + [C]\{\dot{\Phi}\} + [K]\{\Phi\} = \{P\} \quad (1)$$

$$[D]\{\ddot{\theta}\} + [K_c](\{\theta\} - \{q\}) + \{H\} + \{E\} = \{0\} \quad (2)$$

$$[J]\{\ddot{q}\} + [K_r](\{q\} - \{\theta\}) = \{\tau\} \quad (3)$$

式中 $[M]$ 为 $nu \times nu$ 阶质量矩阵, $[C]$ 为 $nu \times nu$ 阶阻尼矩阵, $[K]$ 为 $nu \times nu$ 阶刚度矩阵, $\{P\}$ 为 $nu \times 1$ 阶惯性力矩阵, $\{\ddot{\Phi}\}$, $\{\dot{\Phi}\}$ 和 $\{\Phi\}$ 为描述杆件变形的 $nu \times 1$ 阶广义坐标加速度列阵、速度列阵和位移列阵, nu 为描述杆件变形的广义坐标数目, $[D]$ 为描述关节变形的 $n \times n$ 阶惯性质量矩阵, $[K_c]$ 为 $n \times n$ 阶关节刚度矩阵, $\{\theta\}$ 和 $\{\ddot{\theta}\}$ 为描述杆件实际转动位移的 $n \times 1$ 阶广义坐标列阵和广义加速度列阵, $\{q\}$ 和 $\{\ddot{q}\}$ 为描述转子转动位移的 $n \times 1$ 阶坐标列阵和加速度列阵. $\{H\}$ 为 $n \times 1$ 阶离心力、刚柔耦合及重力项列阵, $\{E\}$ 为 $n \times 1$ 阶杆件柔性耦合项列阵, $[J]$ 为 $n \times n$ 阶转子惯性质量矩阵, $\{\tau\}$ 为 $n \times 1$ 阶驱动力列阵, n 为机器人系统的关节数, 其中 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 和 $\{P\}$ 皆为 $\{\theta\}$ 、 $\{\dot{\theta}\}$ 和 $\{\ddot{\theta}\}$ 的函数. 如前所述, (1~3) 式即为同时具有柔性关节和柔性杆的多杆机器人的动力学耦合方程.

研究关节和杆这两种柔性的耦合效应对于设计和控制柔性机器人具有重要价值. F. Xi 和 Fenton^[11] 在研究中发现杆的转动惯量与转子的转动惯量之比和杆的刚度与关节扭转弹簧刚度之比这两个无量纲参数对于具有一个柔性关节和一个柔性杆的机器人的频率方程的解是至关重要的. 类似于文献[11]对单杆柔性机器人无量纲参数的定义, 对于多杆柔性机器人, 定义

$$R_{wi} = \frac{J_{Li}}{J_n} \quad (4)$$

式中 J_{Li} 为杆 i 的绕其靠近基座一侧的转动关节中心的转动惯量, J_n 为转子 i 的转动惯量, 定义

$$R_{hi} = \frac{EI_i}{L_i K_i} \quad (5)$$

式中 E 为杆的弹性模量, I_i 为杆件 i 横截面的惯性矩, L_i 为杆件 i 的长度, K_i 为关节 i 的扭转弹簧刚度.

对于矩形截面, 杆件的转动惯量可以写为

$$J_{Li} = \frac{1}{3} \rho b_i h_i L_i^3 \quad (6)$$

式中 ρ 为杆件密度, b_i 和 h_i 为杆件截面的宽与高. 因而 (4) 式可以表示为

$$R_{wi} = \frac{\rho b_i h_i L_i^3}{3J_n} \quad (7)$$

同样， R_b 也可以表示成杆件横截面的宽与高的形式

$$R_{bi} = \frac{Eb_i h_i^3}{12L_i K_i} \quad (8)$$

若将上式改写成

$$b_i h_i = \frac{12L_i K_i}{Eh_i^2} R_{bi} \quad (9)$$

则将(9)式代入(7)式得到

$$R_{ai} = \frac{4L_i^2 K_i}{Eh_i^2 J_n} R_{bi} \quad (10)$$

这说明以上所定义的两无量纲参数不是毫无联系，这对以后的计算是有利的。例如，让其中一个参数变动，便有可能得到关于两无量纲参数的变化规律。

1.2 多柔性杆和柔性关节的动态耦合效应

本节以三杆柔性关节和柔性杆机器人为例进行数值模拟，来研究多杆柔性机器人的柔性关节和柔性杆的耦合特性。机器人在水平面内的运动轨迹及运动同文献 [14]。文献中的机器人参数为：各杆长均为 254 mm，杆的截面为矩形，材料为铝，弹性模量为 (7.10×10^{10}) Pa, 剪切模量为 (2.60×10^{10}) Pa, 密度为 (2.71×10^3) kg/m³，所有的关节都是柔性关节而且各杆和关节的参数值相同，所以各杆和关节的 R_{ai} 和 R_{bi} 的值是相同的。

图 1~图 4 为机器人各关节的最大应变绝对值对应于不同的 R_{ai} 和 R_{bi} 的变化曲线。图中对计入耦合效应的响应进行了比较。各图中图标相同的虚线和实线为相同关节应变曲线，其中虚线为计入耦合效应的结果，实线为不计关节柔性耦合的结果(以后各图同，不另说明)。

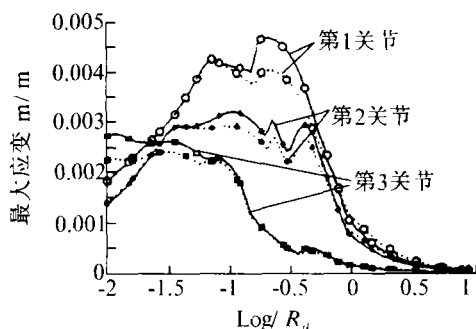


图 1 最大应变绝对值 R_a 变化曲线 ($R_b = 10^{-1.52}$)

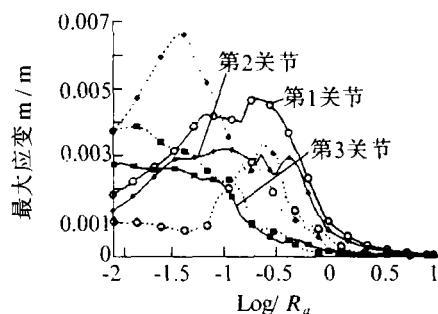


图 2 最大应变绝对值 R_a 变化曲线 ($R_b = 10^{-1.14}$)

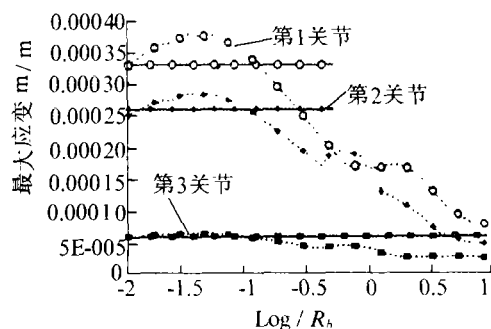


图 3 最大应变绝对值随 R_b 变化曲线 ($R_a = 10^{0.38}$)

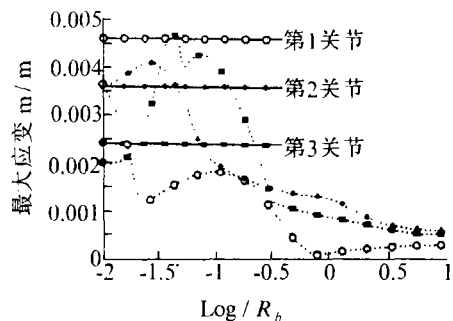


图 4 最大应变绝对值随 R_b 变化曲线 ($R_a = 10^{-1.00}$)

图1中,随着 R_a 的增大,耦合效应的存在削减了某些区域的响应值,如第1关节在 $R_a = 10^{-1} \sim 10^{-0.1}$ 区间内、第2关节在 $R_a = 10^{-1.2} \sim 10^{-0.1}$ 区间内、第3关节在 $R_a = 10^{-2} \sim 10^{-0.8}$ 区间内,耦合效应的作用是有利的,它减小了最大应变绝对值,这样的耦合不妨称之为软耦合.而在另一些区域,则表现为增大最大应变的绝对值,如第1和第2关节在 $R_a = 10^{-0.1} \sim 10^{1.0}$ 区间内,不妨称之为硬耦合.图2中这种削减与增大的趋势更加明显.第1关节几乎在整个区域内都削减了最大应变绝对值.这说明在一定程度上较大的 R_{a0} ,也就是与杆件刚度相比,关节扭转弹簧较软时,耦和效应可能有利于减小系统动态响应.

当保持 R_a 为定值,使 R_b 由 10^{-2} 到 10^1 变化时,(见图3和图4).由于计算中只允许扭转弹簧刚度变化,所以图中无耦合效应的图线都是水平直线.耦合效应同样存在着有利和不利两种情况.从两图中都可以看出,较大的 R_b 值,也就是杆件刚度与关节扭转弹簧刚度之比越大,耦合效应越有利于减小系统动态响应.这与从图1和图2中得到的结论是一致的.另外,对应于较小的 R_a 值,即较小的杆件的转动惯量使某些关节耦合效应有利区间扩大.

通过以上分析可知,对应不同 R_a 和 R_b 值,耦合效应存在一系列不同的有利和不利区间.因而,通过不断改变 R_a 和 R_b 值,并注意满足(10)式,经过大量的计算,可以得到图5.图5以无量纲参数 R_a 的对数为水平轴,以无量纲参数 R_b 的对数为纵轴,描述了耦合效应对于这两个参数的变化情况.可以看出,耦合效应明显存在有利的软耦合和不利的硬耦合两种区域的划分.在有利区域中,耦合效应的存在削减系统的动态响应值.从而有利于提高机器人的动力学性能.而在不利区域,情况正好相反,耦合效应明显存在使机器人的动力学性能恶化.正如前面的分析所述,对于较大的 R_b (图中约大于 $10^{-0.5}$)其耦合效应是有利的,较小的 R_a 对第1和2关节来说耦合效应也是有利的.这表明,可以通过选择合适的 R_a 和 R_b 来达到避开不利耦合效应的目的.

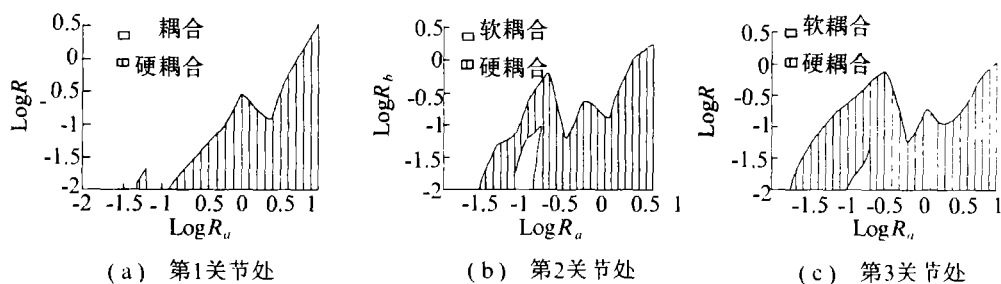


图5 关于 R_a 和 R_b 的柔性机器人耦合

为了更清楚地了解耦合效应的作用,在有利的软耦合区域内选取一点,例如取 $R_a = 10^{0.38}$, $R_b = 10^0$,作出各关节的动态应变曲线(如图6所示).耦合效应使最大应变大大减小,并使应变的第一个峰值的出现推迟了,这就减小了运动过程中应变变化程度.但是,在运动停止($t > 0.4$ s)后,耦合效应的存在却加剧了余振的振动幅度,从图6曲线可见,余振的持续时间也将会由于耦合效应的存在而大大延长,这可以解释为扭转弹簧在运动过程中吸收能量,而在运动停止后释放出来.

同样,在不利的硬耦合区域选取一点,作出其各关节的动态应变曲线(如图7所示).图

中耦合效应使最大应变的变化幅度和频率出现了很大不同, 耦合也使最大绝对应变值增大.

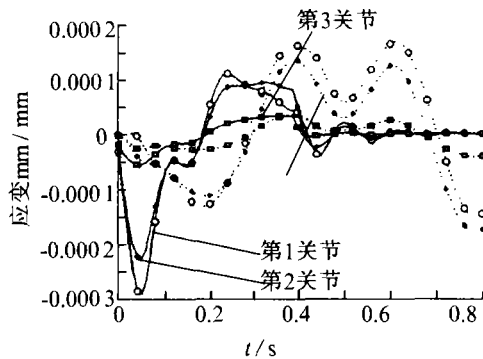


图6 有利软耦合区域内的柔性机器人应变曲线

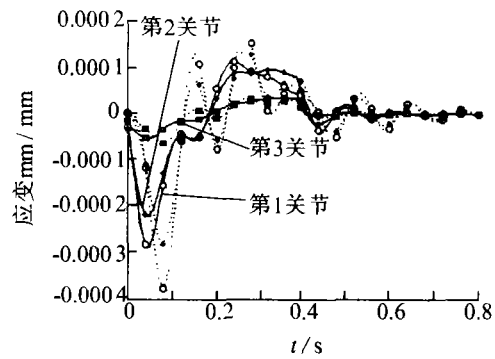


图7 不利硬耦合区域内的柔性机器人应变曲线

1.3 结论

通过上面的讨论可以得到如下结论:

1. 多杆机器人的柔性关节和柔性杆的耦合效应存在有利软耦合和不利硬耦合两种区域, 在有利软耦合区域, 耦合效应使系统动态响应得到削减, 而在不利硬耦合区域正好相反.

2. 在一定程度上与杆件的刚度相比, 关节扭转弹簧相对较软时, 耦合效应有利于减小系统的动态响应值.

3. 在有利耦合区域, 耦合响应减小动态响应的最大绝对值, 却有可能使余振加剧.

以上结论对于设计和控制具有柔性关节和柔性杆的多杆机器人具有重要参考价值.

2 多杆柔性机器人优化设计的耦合特性区域法

上述研究结果表明, 存在有利软耦合和不利硬耦合两种耦合, 在进行柔性机器人的优化时, 如果能将结构参数限定在有利的软耦合区域内, 那么有可能使优化出的结构参数既能满足应力与变形方面的约束又能充分利用有利的耦合, 从而达到充分利用材料的目的. 对于柔性机器人来说, 机器人臂的质量与柔性是一对最主要的矛盾, 质量大, 将失去灵活轻便的优势, 质量过小, 又会带来较大柔变影响使用效果. 不失一般性, 不妨假设优化目标为机器人臂的质量最小, 目标函数可表示为

$$\min f(\chi) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i b_i h_i + m_i \quad (11)$$

约束条件为

$$[R_{a_i}]_l \leq R_{a_i} \leq [R_{a_i}]_u \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

$$[R_{b_i}]_l \leq R_{b_i} \leq [R_{b_i}]_u \quad (i = n+1, n+2, \dots, 2n) \quad (13)$$

$$\sigma_i - [\sigma_i] \leq 0 \quad (i = 2n+1, 2n+2, \dots, 3n) \quad (14)$$

$$\delta_i - [\delta_i] \leq 0 \quad (i = 3n+1, 3n+2, \dots, p) \quad (15)$$

$$\chi_i \leq \chi_i \leq \chi_{ui} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

式中 n 表示杆件个数; χ 表示设计变量, 在此取为横截面的宽与高; m_i 表示机器人臂的附加质量, 如考虑为集中质量的转子等; $[R_{a_i}]_p$, $[R_{a_i}]_u$, $[R_{b_i}]_p$, $[R_{b_i}]_u$ 为柔性耦合区域的边

界; σ_i 表示杆件的最大应力; δ_i 表示变形引起的指端误差; p 为各种约束的总个数; $[\sigma_i]$, $[\delta_i]$ 分别表示许用应力值和允许的最大指端变形误差值, χ_{hi} , χ_{ui} 分别为设计变量的上界和下界.

关于柔性有利软耦合区域的边界, 观察图 4 可知, 在 $R_o \in [10^{0.0}, 10^{0.5}]$ 和 $R_h \in [10^{-0.5}, 10^{0.0}]$ 所围成的区域内, 3 个杆和关节的耦合都是有利的软耦合, 因此不妨选择这一区域为优化参数所在的区域. 有于材质为铝, 许用应力值取为 27.58 MPa, 柔性变形引起的指端误差最大不允许超过 0.008 m, 设计变量的上界取为 0.001 m, 下界取为 0.01 m, 关节集中质量为第 2、第 3 关节处 80 g, 指端集中质量为 20 g, 第 1 关节处的集中质量因认为主要集中在机架而在此忽略不计, 以上非线性有约束优化问题采用约束变尺度法求解^[13]. 设计变量初值及优化结果见表 1.

表1 柔性机器人的初值及优化结果1($k=100 \text{ Nm/rad}$)

	初始值/mm	优化结果/mm
第1杆高	0.005 08	0.001 36
宽	0.007 08	0.010 00
第2杆高	0.005 08	0.001 36
宽	0.007 08	0.010 00
第3杆高	0.005 08	0.001 36
宽	0.007 08	0.001 00
杆的总质 /g	74.27	28.03
机器人臂总质量/g	23 4.27	18 8.03

由优化结果看来, 优化后的杆件总质量减小到不及原来的一半, 优化后的机器人臂总质量也减小了约 20%. 图 8 对于优化后的机器人臂的应变曲线, 与无关节柔性耦合情况进行了比较, 图中实线为耦合的应变曲线, 虚线为无关节柔性机器人应变曲线. 如果不是有利的柔性关节耦合效应使最大应变得以减小, 优化的结构参数下的机器人臂的动态应力将超过许用应力值. 这说明在优化后的柔性机器人结构尺寸下能利用有利的关节和杆的耦合效应, 达到充分利用材料的目的.

图 9 中将优化前后的柔性机器人的驱动力矩作了比较, 图中实线为优化前的结果, 虚线为优化后的结果. 由于总体质量的减小, 优化后的机器人在完成相同的运动情况下, 驱动力矩也有所减小.

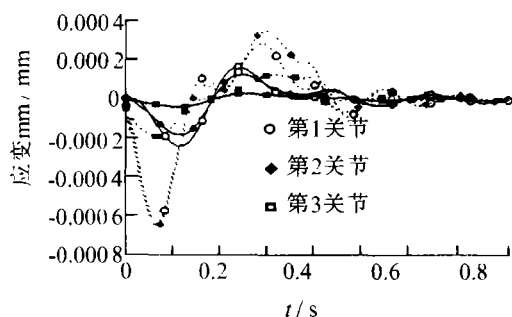


图8 应变曲线比较(关节刚度100 Nm/rad)

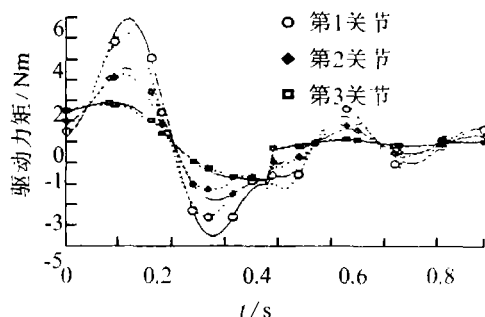


图9 关节驱动力矩(关节刚度100 Nm/rad)

作为比较, 在关节刚度为 10 Nm/rad 的情况下, 用上述相同的方法和文献 [4] 中的例子作为初值进行优化, 求得另一组优化值, 详见表 2.

表2 柔性机器人的初值及优化结果2($k=100 \text{ Nm/rad}$)

	初始值/mm	优化结果/mm
第1杆高	0.005 08	0 001 00
宽	0.005 08	0.007 40
第2杆高	0.005 08	0.001 00
宽	0.005 08	0.006 12
第3杆高	0.005 08	0.001 00
宽	0.005 08	0.005 25
杆的总质量/g	53.3	12.7
机器人臂总质量/g	213.3	172.7

此例中杆的总质量减小 76%, 优化效果是非常好的. 图 10 为优化后的机器人结构参数下, 考虑(实线)与不考虑(虚线)柔性关节耦合的机器人各关节处的应变曲线比较情况. 可见, 机器人运动过程中的最大应变与不考虑耦合时相比有很大减小. 但是, 运动结束后 ($t \geq 0.4 \text{ s}$) 的余振却大为增加. 因此, 当关节刚度较小时, 其吸收的弹性能量会在余振时释放的现象应当加以注意.

以上分析及优化的机器人运动规律是特定的. 表 1 中的结果也表明, 由于优化后杆件的质量迅速减小, 集中质量所占的比重趋于增大, 由约占 70% 增大到约占 85%. 因此, 如何结合机器人的运动规划来分析和设计具有关节和杆两种柔性耦合的柔性机器人, 以进一步减小驱动器的大小, 是一个需要进一步研究的课题.

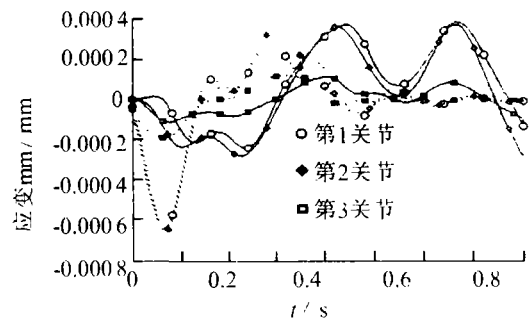


图10 应变曲线比较(关节刚度 10 Nm/rad)

参 考 文 献

- 1 Gaultier P E, Clegjom W L. Modeling of Flexible Manipulator Dynamics. In: A Literature Survey, 1st Nat Appl Mech Conf, Cincinnati, Oh, 1989. 2c-3, 1~10
- 2 Book W J. Modeling Design, and Control of Flexible Manipulator Arms. In: A Tutorial Review, Proc the 29th IEEE Conf. on Design and Control. 1990. 500~600
- 3 Readman M C, Belanger P R. Stabilization of the Fast Modes of a Flexible-joint Robot, the Int Journal of Robotics Research, 1992(11): 123~134
- 4 Yue Shigang, Yu Yueqing, Bai Shixian. Flexible Rotor Beam Element for the Manipulators with Link and Joint Flexibility. Mech Mach Theory, 1997, 32(2): 209~219
- 5 Xi F, Fenton R G. Couping Effect of a Flexible Link and a Flexible Joint. Int Journal of Robotics Research, 1994(13): 443~453

- 6 Yang Zhijia, Sadler J P. Finite Element analysis of Revolute Manipulators with Link and Joint Compliance by Joint-beam Elements. In: Robotics, Spatial Mechanisms, and Mechanical Systems ASME Design Technical Conference. De-vel.45 1992. 619~625
- 7 Yang Zhijia, Sadler J P. Finite Element Modeling of Spatial Robot Manipulators. In: ASME Design Technical Conference -21st Biennial Mechanisms Conference. Chicago: 1992. 489~496
- 8 Lalara P, Sharan A M. Accurate Modeling of Flexible Manipulators Using Finite Element Analysis. Mechanisms and Machine Theory, 1991, 26(3): 299~313
- 9 Smili A A. A Three-node Finite Element for Dynamic Analysis of Planar Manipulators with Flexible Joints. Mechanisms and Machine Theory, 1993, 28(2): 193~205
- 10 Xi F, Fenton R G. On Flexible Link Manipulators: Modeling and Analysis Using the Algebra of Rotations. Robotica, 1994(12): 371~381
- 11 Xi F, Fenton R G. Coupling Effect of a Flexible Link and a Flexible Joint. International Journal of Robotics Research, 1994, 13(5): 443~453
- 12 Gogate S, Lin Yueh-Jaw. Formulation and Control of Robots with Link and Joint Flexibility. Robotica, 1992(11): 273~282
- 13 岳士岗, 余跃庆, 白师贤. 多杆柔性机器人动力方程的瞬态动响应数值求解方法. 机器人, 1995, 17(5): 269~273
- 14 Geutier P E, Cleghom W L. A Spatially Translation and Rotating Beam Finite Element for Modeling Flexible Manipulators, MMT 1992(27): 415~43
- 15 余俊, 周济. 优化方法程序库 OPB-1 原理及使用说明. 北京: 机械工业出版社, 1989

Coupling Character and Optimal Design of Multi-link Robot Manipulators with Flexible Joints and Links

Yue Shigang¹⁾ Yu Yueqing²⁾ Bai Shixian²⁾

(1) Department of Mechanical Engineering, 2) Department of Basic Science,
Beijing Polytechnic University, 100022)

Abstract Coupling character of the joint and link flexibility is studied based on the finite element model of the dynamic system. It is found that the advantageous the soft and disadvantageous rigid coupling regions in terms of the two ratios of the system. Thus an optimizing method for minimizing the total mass on the robot with flexible joints and links is presented by restricting the structure parameters in the advantage coupling region, to make good use of the advantageous coupling and material.

Keywords multi-link robot, flexible joint, flexible link, coupling character, optimal design