

# 金属园管在内压及轴向压力作用下自由胀形的有限元法模拟

杨雨甦 孙政元 黄乃强 朱永豪

(锻压教研室)

## 摘 要

应用弹塑性有限元的方法,模拟了在内压及轴向压力作用下金属园管的自由胀形过程,得到了与实验较为吻合的结果。

文中考查了胀形壳体上环状波纹的发生和运动,探讨了加载路径对波纹运动和胀形结果的影响。

## The Elastoplastic FEM Simulation of Free Bulge Forming of Metal Tubes under Internal Pressure and Axial Compression

Yang Yu-sheng, Sun Zheng-yuan, Huang Nai-qiang,  
and Zhu Yong-how

### Abstract

By means of elastoplastic finite element method, the free bulge forming of metal tubes under internal pressure and axial compression is simulated. Results of the calculation and experiments are in comparative agreement.

This paper investigates the occurrence of ringlike waves on the bulged shell and their motion, and makes an approach to the effect of loading.

本文于1984年4月29日收到。

## 一、概 述

以金属园管为原材,用液压胀形的方法可以得到重量轻、强度高、表面质量好的变截面薄壁管类零件,而且材料及能源消耗低。所以,金属园管的胀形在生产中,尤其在军工、汽车、化工设备制造中发挥着重要的作用,是一种很有前途的工艺方法。

金属园管的胀形过程的研究,不仅对工艺、模具、设备的改进与设计具有重要指导意义,还涉及到许多有关连续介质力学的问题。因此,也引起了人们的注意和兴趣。

有关内压及轴向压力作用的金属园管在弹塑性区内的变形研究,已有许多论文发表<sup>[1]</sup><sup>[2]</sup>。Woo<sup>[3]</sup>分析了在内压及轴向压力作用下,沿壳体子午线方向的内应力为拉应力金属园管胀形问题,Sauer等人<sup>[4]</sup>就此问题的一般情况做了研究,并通过计算,分析了胀形壳体发生塑性失稳的情况。

为了得到自由胀形的园管在塑性变形过程中的信息,本文用弹塑性有限元法,模拟了四条不同直线加载路径下的自由胀形园管的变形过程。所谓直线加载路径是指:在每次模拟计算中,轴向压力与内压的比值为某一常数。这一常数在文中用 $K$ 来表示。

文中有限元分析所采用的是两结点旋转壳单元,胀形壳体的子午线用三次样条函数近似。考虑了几何和物理的双重非线性问题,求解采用的是增量法。电算程序是自行编制的。

进行了与计算同样条件下的实验,计算结果与实验比较吻合。

通过对计算结果的分析及实验观测发现,在金属园管自由胀形过程中,沿壳体子午线有运动着的波纹发生。这些波纹的运动不仅与胀形的结果有着密切的联系,而且直接受到 $K$ 值大小的影响。

## 二、基本符号

$E$ —杨氏模量;

$\mu$ —波桑比;

$\bar{\sigma}$ —等效应力;

$\bar{\epsilon}$ —等效应变;

$\sigma_s$ —材料屈服极限;

$h$ —壳体厚度;

$u, \omega$ —壳体内任意一点在 $r, z$ 方向上的位移;

$\alpha$ —过壳体内任意一点的中面子午线法线的转角;

$V_s$ —过壳体内任意一点的中面子午线的单位法向量;

$\Phi$ —子午线的法线与 $r$ 轴的夹角;

$R_{r,i}, R_{z,i}$ —结点 $i$ 所承受外载荷在 $r, z$ 方向上的分量;

$M_i$ —第 $i$ 结点所受外载荷弯矩;

$\epsilon$ —对数应变;

$\{\delta_i\}$ — $i$ 结点的位移向量列阵;

$\{R_i\}$ — $i$ 结点的外载荷向量列阵;

$\{u\}$ —整体结点位移向量列阵;

$\{N\}$ —单元形函数矩阵;

$\{\epsilon_0\}$ —单元内任意一点线性应变列阵;

$\{\epsilon_i\}$ —单元内任意一点非线性应变列阵;

$[B]$ —单元线性应变部分几何矩阵;

$[B_i]$ —单元非线性应变部分几何矩阵;

$[D]_e$ —彈性矩陣；  $[D]_{e,p}$ —彈塑性矩陣；  
 $[T_e]$ —轉換矩陣；  $[J]$ —雅各比矩陣；  $[K]^e$ —剛度矩陣；  
 $[\bar{K}]$ —位移剛度矩陣；  $[K_\sigma]$ —幾何剛度矩陣。

注：上述符號凡下標注以  $i$ ，則表示第  $i$  結點該量的值，凡上標注以  $e$ ，則表示在單元內該量的值。

### 三、有限元分析

考慮到旋轉殼體的對稱性，取縱截面四分之一進行分析。沿管壁等分單元數為16，結點數為17，以半徑方向為  $r$  軸，中心對稱軸為  $Z$  軸，選取  $r-Z$  整體坐標系。金屬管半工作長度為50mm，外徑為32mm，壁厚為1mm。

對於如圖1所示的  $r-Z$  坐標系內的一個軸對稱旋轉殼單元，以單元中面子午線弧長中點為原點，選取  $\xi-\eta$  自然坐標系，結點1, 2的自然坐標系坐標為  $(-1, 0), (+1, 0)$ 。則單元內任意一點的坐標與位移都可以由結點的坐標與位移以及轉角  $\Phi$  插值表示。

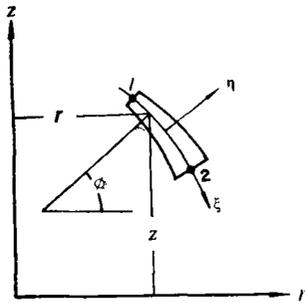


圖1. 旋轉殼體單元及  $\xi-\eta$  自然坐標系的選取

單元內任意一點的應變，由線性應變部分與非線性應變部分組成。非線性應變幾何矩陣為

$$[B_i] = [C][[G_1][G_2]] \quad (1)$$

式中：

$$[C] = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} & \frac{\partial \omega}{\partial r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial u}{\partial Z} & \frac{\partial \omega}{\partial Z} \\ \frac{\partial u}{\partial Z} & \frac{\partial \omega}{\partial Z} & \frac{\partial u}{\partial r} & \frac{\partial \omega}{\partial r} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$[G_i] = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & \frac{h_i}{2} \sin \Phi_i \left( \frac{\partial N_i}{\partial r} \eta + N_i \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} & -\frac{h_i}{2} \cos \Phi_i \left( \frac{\partial N_i}{\partial r} \eta + N_i \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \\ \frac{\partial N_i}{\partial Z} & 0 & \frac{h_i}{2} \sin \Phi_i \left( \frac{\partial N_i}{\partial Z} \eta + N_i \frac{\partial \eta}{\partial Z} \right) \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial Z} & -\frac{h_i}{2} \cos \Phi_i \left( \frac{\partial N_i}{\partial Z} \eta + N_i \frac{\partial \eta}{\partial Z} \right) \end{pmatrix} \quad (3)$$

在單元內任意一點建立  $r'\theta'Z'$  局部坐標系， $Z'$  的方向為  $V_z$  的方向， $\theta'$  的方向即  $\theta$  的方向，根據虎克定律及山田嘉昭導出的彈塑性增量矩陣<sup>[5]</sup>，可以得出在該局部坐標系內的彈性矩陣與彈塑性矩陣，其中：

$$[D]_{\theta, r} = \frac{E}{Q} \begin{pmatrix} \sigma'_\theta + 2P & & & \\ & \text{对} & & \\ -\sigma'_{r'} \sigma'_\theta + 2\mu P & & \sigma'_{r'}{}^2 + 2P & \\ & & & \\ -\frac{\sigma'_{r'} + \mu\sigma'_\theta}{1+\mu} \tau_{r'z'} - \frac{\sigma'_\theta + \mu\sigma'_{r'}}{1+\mu} \tau_{r'z'} & & \frac{R}{2(1+\mu)} + \frac{2H'}{9E}(1+\mu) \bar{\sigma}^2 & \\ & & & \\ \dots & & & \end{pmatrix} \quad \text{称} \quad (4)$$

上式中:

$$Q = \sigma'_{r'}{}^2 + \sigma'_\theta{}^2 + 2\mu\sigma'_{r'}\sigma'_\theta + 2(1-\mu)\tau_{r'z'}^2 + \frac{2H'(1-\mu)\bar{\sigma}^2}{9G} \quad (5)$$

$$P = \frac{2H'\bar{\sigma}^2}{9E} + \frac{\tau_{r'z'}^2}{1+\mu} \quad (6)$$

$$R = \sigma'_{r'}{}^2 + 2\mu\sigma'_{r'}\sigma'_\theta + \sigma'_\theta{}^2 \quad (7)$$

式中,  $\sigma'_{r'}$ 、 $\sigma'_\theta$ 等项均表示在局部坐标系 $r'\theta'z'$ 内的应力偏量。

应用由变分原理导出的虚功方程, 可以得出单元的位移刚度矩阵为

$$[\bar{K}]^e = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} r [[B_0] + [B_i]]^T [T_s]^T [D]' [T_s] [[B_0] + [B_i]] |J| d\xi d\eta \quad (8)$$

单元的几何刚度矩阵为

$$[K_\sigma]^e = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} r [G]^T [M] [G] |J| d\xi d\eta \quad (9)$$

单元的刚度矩阵为

$$[K]^e = [\bar{K}]^e + [K_\sigma]^e \quad (10)$$

式(9)中:

$$[M] = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & \tau_{rz} & 0 \\ 0 & \sigma_r & 0 & \tau_{rz} \\ \tau_{rz} & 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & \tau_{rz} & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

由此可得整体刚度矩阵 $[K]$ 及有限元求解方程:

$$[K]_{n-1} \{ \Delta u \}_n = \{ \Delta R \}_n \quad (12)$$

对于第 $i$ 结点:

$$\{ \delta_i \} = \{ u_i \ \omega_i \ \alpha_i \}^T \quad (13)$$

$$\{ R_i \} = \{ R_{r_i} \ R_{z_i} \ M_i \}^T \quad (14)$$

在推导由增量表达的有限元求解方程时, 将力的变分视为零, 即认为在施加每一载荷增量的过程中, 力的大小是不变的。这给方程的推导带来了很大的方便, 而且在载荷增量取得很小, 由之而引起的位移增量很小时, 在工程计算上是允许的。为了减小由此而引起的误差, 在进行等效结点力的计算时, 考虑到了变形的影响, 对之进行了修正。

胀形壳体在厚度方向上的应变等于 $-n$ 时, 发生塑性失稳<sup>[4]</sup>。本文以此为停机计算的判据。

对进行退火处理后的冷拔紫铜管做材料试验, 所得数据如下:

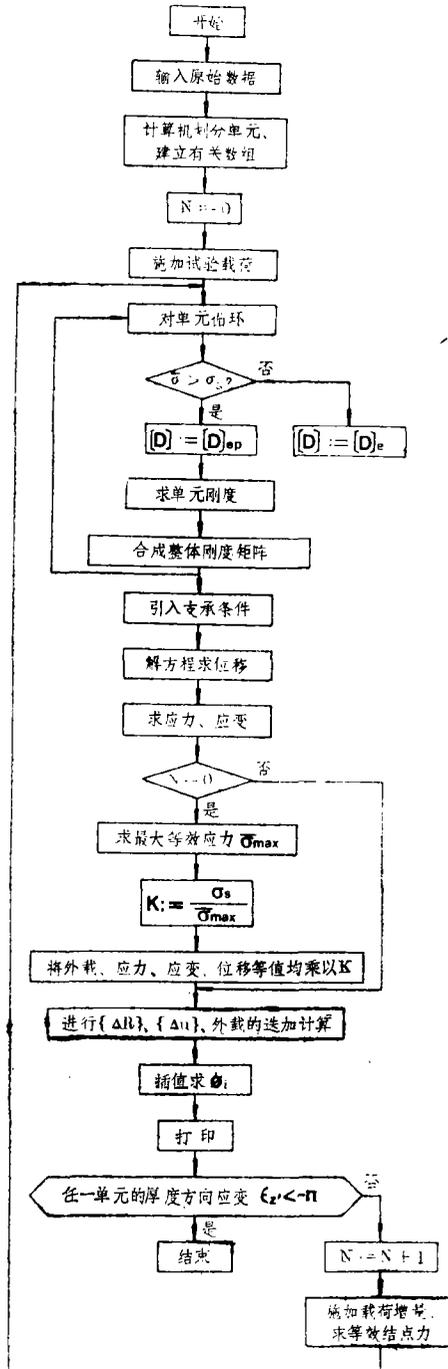
$$E = 9 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2 \quad \mu = 0.32$$

在塑性区内,  $n=0.40$ ,  $A=0.49$ ,  $B=0.01$ 。材料的应力应变关系为

$$\bar{\sigma} = A(B + \bar{\varepsilon})^n$$

计算时，分别取K值为0.25, 0.30, 0.40, 0.50。

### 四、计算程序框图



## 五、实 验

图2为实验装置图。

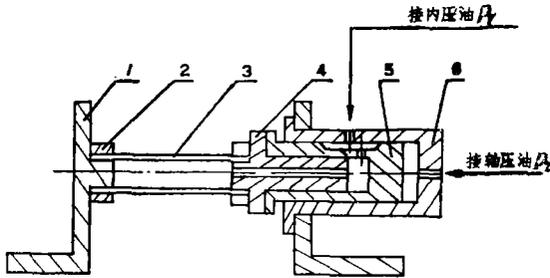


图2. 实验装置示意图

1. 支座 2. 夹头 3. 胀形管件  
4. 柱塞 5. 套塞 6. 缸体

引来的压力油分两路进入实验装置：施加内压  $P_1$  的压力油，通过缸体 6，经套塞 5 的小孔及柱塞 4 的通孔进入胀形金属管内。另一路施加轴向压力  $P_2$  的压力油，接入油缸 6 的底部。

使用压力传感器、应变仪及函数记录仪，控制内压及轴向压的变化，跟踪预定的加载路径曲线。实验装置的柱塞直径为 30mm，套塞直径为 60mm，所以  $K=0.25$  时，轴向压力为零。

## 六、计算与实验结果分析

• 施以内压及轴向压力的园管自由胀形，可因管壳发生塑性集中失稳而终止或是起皱，即在管壁上形成皱起的凸环，而不能继续进行。

计算结果表明，在  $K=0.25$ 、 $0.30$ 、 $0.40$  时的园管自由胀形，都可以一直进行到管的中部发生集中失稳破裂为止，没有因为起皱而使胀形过程中断。在  $K=0.50$  时，由于管端部起皱而使胀形失败。

这一计算结果与胀形实验结果相一致。

通过对计算数据的分析发现，在园管开始进入塑性状态时，沿子午线方向在管壳体园周上产生四个对称的环状波纹，波纹发生的位置分别在结点 5 及结点 14 附近，与  $K$  值大小无关。随着胀形过程的进行，波纹发生有规则的运动，这一运动与  $K$  有着密切的联系。

在  $K$  大于 0.25，即轴向压力大于零的胀形过程里，管端结点 5 附近形成一对对称的波纹“死区”。处于“死区”外面的波纹，可以沿管壳子午线向中心或管端“死区”方向运动。向中心方向运动的波纹，往往两两汇合使管壳腹部胀大，并有新的二次或更高次波纹在腹部发生。处于“死区”内的波纹及运动到“死区”内的波纹，除了随着胀形过程的进行径向尺寸增大外，很难再发生运动。如果运动到“死区”附近的环状波纹径向胀大速度超过了“死区”内波纹径向胀大的速度，则“死区”内的波纹便会因这一胀大而被邻近波纹所淹没，从而形成一对新的波纹。高次波纹的不断产生，使得上述波纹的运动一直进行到管壳（往往在腹部）发生集中失稳破裂为止。反之，如果“死区”外邻近波纹的胀大的速度赶不上“死区”内波纹胀大的速度，则“死区”内的波纹便急剧胀大而形成皱起的凸环，使胀形无法进行，即发生起皱。

从计算结果看， $K$  值愈大，对邻近“死区”波纹胀大的抑制作用愈大、愈不利于壳体腹

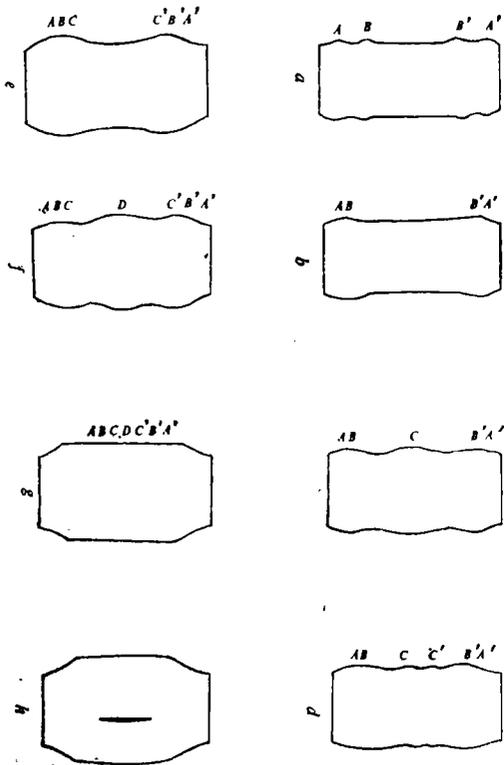


图3.  $K = 0.40$ 时胀形过程波纹发生与运动示意图

部高次波纹的发生，即对胀形愈不利。

分析还表明，在不发生起皱，即 $K = 0.25 - 0.40$ 的胀形过程中，较大的轴向压力值可以使胀形壳体厚度的减薄，从壳壁子午线方向的压应变中得到较多的补偿。所以，在这种情况下，较大的 $K$ 值可以得到较大的胀形比，于胀形有利。这一结论在实验中也得到了证实。

图3为根据模拟计算结果绘制的，在 $K = 0.40$ 时，金属圆管胀形波纹产生与运动的示意简图。图3a与图3h分别为圆管开始进入塑性状态时发生波纹和壳体失稳破裂的情形。 $a-h$ 是压力增加的方向。

图4为 $K = 0.40$ 时，胀形壳体外轮廓曲线的计算结果与实验结果图。

图5为 $K = 0.40$ 时，胀形试样照片。

胀形壳体的形状，其计算与实验也较吻合。

需要说明的是，圆管自由胀形过程中波纹的发生与运动，也得到实验的证实。但是由于条件所限，没有进行密切地跟踪。

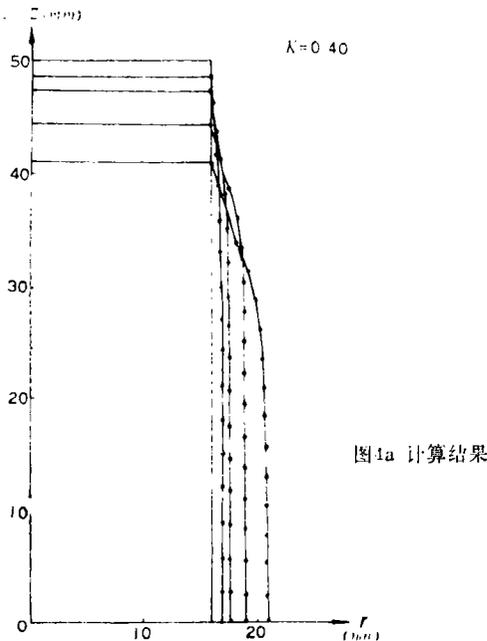


图4a 计算结果

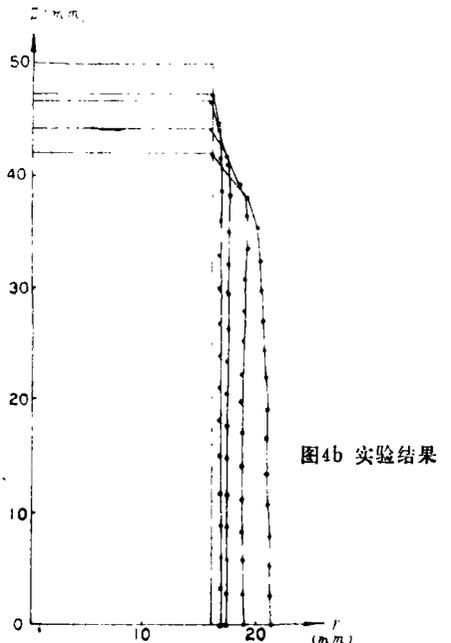


图4b 实验结果

图4.  $K = 0.40$ 时胀形壳体外形曲线计算与实验结果比较

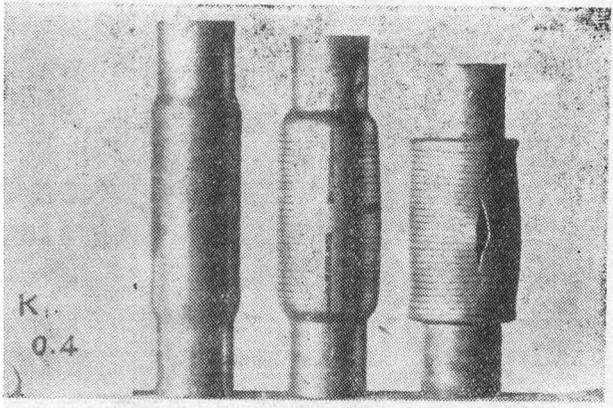


图5.  $K=0.40$ 时胀形试样照片

## 七、结 论

在内压及轴向压力共同作用下,园管自由胀形过程的有限元模拟计算及实验都表明:加载路径对胀形结果具有重要的意义。存在着一条优化的加载路径,在这样的加载路径下, $K$ 值的影响可能会使胀形壳体端部发生皱起的凸环(不是起皱),但可在胀形过程中被邻近波纹的胀大所淹没,使胀形不致因起皱而失败。同时,这时的 $K$ 值又可以使壳体壁厚的减薄得到尽可能多的补偿,从而得到较大的胀形比。

在内压及轴向压力共同作用下的园管自由胀形过程中,存在着与胀形结果有密切关系的波纹的发生与波纹的运动,而 $K$ 值对之具有规律性的影响。

计算与实验结果表明,用弹塑性有限元的方法,模拟计算内压及轴向压力共同作用下的园管胀形这一大变形的的问题是可行的。

本文所做的工作得到了井景、张义生及本教研室其他同志帮助,在此一并表示感谢。

## 参 考 文 献

- [1] 大桥、大河内,内压を受ける短い软钢制薄肉圆筒の弾塑性变形,机论,39—325,(昭48—6),2685。
- [2] 大河内,内压を受ける两端固定薄肉圆筒の弾塑性变形の实验,机论,45—367,(昭54—9),1072。
- [3] D.M.Woo, Tube Bulging Under Internal Pressure and Axial Force, ASME, Paper, No.73—Mat.—v.
- [4] W.J.Sauer, A.Gotera, F.Robb, P.Hang, Free Bulging Forming of Tubes Under Internal Pressure and Axial Compression, Proc.6th North American Metal Working Research Conference, 1978, p.228—235.
- [5] Y.Yamada, N.Yoshimura, T.Sakurai, Plastic Stress-Strain Matrix and Its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method, Int.J.Mech.Sci.1968, Vol..10, p343—354.