

3-PTT 并联微操作机器人机构误差分析

许意华, 刘德忠, 费仁元, 潘新文

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022)

摘要: 通过矢量分析方法, 分别讨论了 3-PTT 并联机构和两级 3-PTT 串并联微操作机器人机构的误差建模, 研究了关节误差和驱动输入误差与机器人输出误差之间的关系, 得到机器人机构的误差模型方程, 为微操作机器人的误差补偿提供理论指导。

关键词: 并联机器人; 误差分析; 微操作

中图分类号: TP 242.6

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2002)02-0129-05

操作精度是衡量机器人工作质量优劣的重要指标, 具有较高的操作精度是设计微操作机器人机构的最基本要求之一。然而, 由于目前现有加工、装配的精度有限, 实际研制出来的微操作机器人机构参数不可能与理论设计参数一致, 此时如果仍然用各项结构参数的理论值来进行运动学计算和微操作控制, 将导致末端执行器运动的不精确, 特别是对于微动机器人机构来说, 机构本身的运动范围就很微小, 因而即使是加工、装配中的微小误差, 都有可能引起末端执行器的运动严重偏离理想轨迹, 从而使得控制失败^[1]。另外, 由于微操作机器人所用的铰链不是常规铰链, 而是依靠机构局部薄弱环节的材料弹性变形来工作的柔性铰链, 在运动过程中柔性铰链的铰心不断变化, 这与理想铰链铰心固定的情况是不一致的, 结果必然导致弹性变形不能等同于理论模型下铰链的运动, 最终使得微操作机器人机构的定位精度受到影响。

为提高机构的操作精度, 一个办法就是尽可能提高加工、装配的精度, 但从制造成本的角度考虑, 加工、装配误差减小一个数量级, 制造费用就要上升一个数量级, 因而, 该方法显然不合理。另一种办法是进行机构的误差分析, 充分地评估各项误差对末端执行器位姿的影响, 建立包含各项结构误差在内的机构误差模型。作者以 3-PTT 并联微操作机器人机构为对象^[2], 讨论用基于矢量代数的环路增量法研究其误差模型的建立。

1 3-PTT 并联机构的误差分析

图 1 为 3-PTT 空间并联机构的几何关系图。动平台和定平台由 3 条结构相同的运动支链连接, 每条支链包含一个移动副(主动副)和两个虎克铰, 其中一个虎克铰 P_i 与动平台相连, 另一个虎克铰 O_i 与移动副相连, 移动副则固定在定平台上。定坐标系 $O_b x_b y_b z_b$ (简记为 $\{B\}$) 固连在定平台上, 动坐标系 $O_p x_p y_p z_p$ (简记为 $\{P\}$) 固连在动平台上。若以 P_i^p 表示与动平台相连的虎克铰在坐标系 $\{P\}$ 中的位置矢量, P_i^b 表示其在坐标系 $\{B\}$ 中的位置矢量, 以 O_i^b 表示动平台中心点在坐标系 $\{B\}$ 中的位置矢量, 则存在如下关系

$$P_i^b = T P_i^p + O_i^b \tag{1}$$

其中: T 为坐标系 $\{P\}$ 相对于坐标系 $\{B\}$ 的旋转变换矩阵^[2]。从图 1 所示的 3-PTT 并联机构几何关系可得

$$S_i^p = P_i^b - B_i^p - L_i^b \tag{2}$$

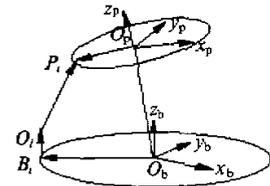


图1 3-PTT 并联机构的几何关系

收稿日期: 2001-07-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69885001).

作者简介: 许意华(1974-), 男, 博士生.

上式中 S_i^b 为各定长连杆在坐标系 $\{B\}$ 中矢量; B_i^b 为定平台上各移动副固定点 B_i 在坐标系 $\{B\}$ 中的位置矢量; L_i^b 为各驱动杆在坐标系 $\{B\}$ 中的矢量。

由于每条运动支链上连接两虎克铰的连杆长度是固定不变的, 若以 ω_i 表示定长连杆的单位矢量, 则公式(2)可以改写为

$$s\omega_i = TP_i^p + O_b^b - B_i^b - L_i^b \quad (3)$$

下面将建立输入误差与输出误差之间的关系。输入误差包括^[3]:

1) 驱动误差 $\delta L = [\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3]^T$, 它由安装在驱动器上的位移传感器的读数误差、驱动杆的加工误差(长度尺寸误差)、压电驱动元件的迟滞误差及机构之间连接间隙产生的误差等综合组成。

2) 各关节的位置误差 $\delta W = [\delta P_i^p, \delta B_i^b]^T_{18 \times 1}$ (其中 $i = 1, 2, 3$), 它包括与动平台连接的虎克铰在坐标系 $\{P\}$ 中的位置误差 $\delta P_i^p = [\delta P_{ix}^p, \delta P_{iy}^p, \delta P_{iz}^p]$ 和驱动杆与定平台固定点在坐标系 $\{B\}$ 中的位置误差 $\delta B_i^b = [\delta B_{ix}^b, \delta B_{iy}^b, \delta B_{iz}^b]$ 。

输出误差 δV 则包括动平台相对于坐标系 $\{B\}$ 的位置误差 δC 和动平台姿态误差 $\delta \Phi$, 即 $\delta V = [\delta C, \delta \Phi]^T_{6 \times 1}$, 其中: $\delta C = [\delta x_c, \delta y_c, \delta z_c]^T$; $\delta \Phi = [\delta \alpha, \delta \beta, \delta \gamma]^T$ 。

对式(3)进行微分, 经整理可得如下矩阵形式

$$J_1 \delta W + J_2 \delta V + J_3 \delta L = 0 \quad (4)$$

式中

$$J_1 = \begin{bmatrix} \omega_1^T T - \omega_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2^T T - \omega_2^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_3^T T - \omega_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 18} \quad (5)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \omega_1^T (P_1^b \times \omega_1)^T \\ \omega_2^T (P_2^b \times \omega_2)^T \\ \omega_3^T (P_3^b \times \omega_3)^T \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad (6)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -\omega_1^T \\ -\omega_2^T \\ -\omega_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (7)$$

由于3-PTT并联微操作机器人机构仅有3个自由度, 即沿 z_b 轴的平动和绕 x_b, z_b 轴的转动, δV 可以简写为 $\delta V = [\delta z_c, \delta \alpha, \delta \beta]^T$, 相应地 J_2 也可以简化为一个 3×3 的矩阵。

本文研究的3-PTT并联微操作机器人由压电晶体作为驱动元件, 机构的运动范围很小^[2], 通常在其工作空间内无奇异点出现, 即矩阵 J_2 非奇异。在式(4)两边同时乘以矩阵 J_2 的逆矩阵, 并整理可得

$$\delta V = -J_2^{-1} J_1 \delta W - J_2^{-1} J_3 \delta L \quad (8)$$

上式即为3-PTT并联微操作机器人机构的误差模型, 等式右边第一项表示关节位置误差, 第二项表示驱动误差。当已知机构的驱动误差和关节位置误差就可以由上式求出机构的位姿误差。

3 两级3-PTT串并联机构的误差分析

图2为两级3-PTT串并联机构, 第二级的定平台固连于第一级的动平台上, 如图建立4个坐标系: 参考坐标系 $O_b x_b y_b z_b$ (记为 $\{0\}$), $O_n x_n y_n z_n$ (记为 $\{1\}$), $O_m x_m y_m z_m$ (记为 $\{2\}$), $O_i x_i y_i z_i$ (记为 $\{3\}$)。下面将建立输入误差与输出误差之间的关系。输入误差包括:

1) 两级3-PTT并联机构中6个驱动杆的驱动误差 $\delta L = [\delta l_1, \delta l_2, \delta l_3, \delta l_4, \delta l_5, \delta l_6]^T$, 它由安装在驱动器上的位移传感器的读数误差, 驱动杆的加工误差(长度尺寸误差), 压电驱动元件的迟滞误差及机构之

间连接间隙产生的误差等综合组成。

2) 各关节的位置误差 $\delta W = [\delta P_{0i}^1, \delta B_{0i}^0, \delta P_{1i}^3, \delta B_{1i}^2]^T$ (其中 $i = 1, 2, 3$), 它包括与第一、二两级 3-PTT 并联机构动平台连接的虎克铰分别在坐标系 $\{1\}$ 、 $\{3\}$ 中的位置误差 $\delta P_{0i}^1 = [\delta P_{0i,x}^1, \delta P_{0i,y}^1, \delta P_{0i,z}^1]$ 、 $\delta P_{1i}^3 = [\delta P_{1i,x}^3, \delta P_{1i,y}^3, \delta P_{1i,z}^3]$, 第一、二两级 3-PTT 并联机构驱动杆与各自定平台连接点分别在坐标系 $\{0\}$ 、 $\{2\}$ 中的位置误差 $\delta B_{0i}^0 = [\delta B_{0i,x}^0, \delta B_{0i,y}^0, \delta B_{0i,z}^0]$ 、 $\delta B_{1i}^2 = [\delta B_{1i,x}^2, \delta B_{1i,y}^2, \delta B_{1i,z}^2]$, 第一、二两级 3-PTT 并联机构的安装误差 $\delta\theta$ 。

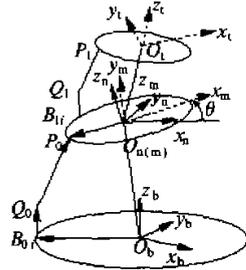


图2 两级3-PTT串并联机构的几何关系

输出误差 δV 则包括上平台相对于坐标系 $\{0\}$ 的位置误差 δC 和动平台姿态误差 $\delta\phi$, 即 $\delta V = [\delta C, \delta\phi]^T_{6 \times 1}$, 其中: $\delta C = [\delta x_c, \delta y_c, \delta z_c]^T$; $\delta\phi = [\delta\alpha, \delta\beta, \delta\gamma]^T$ 。

该两级 3-PTT 串并联机构由两个 3-PTT 并联机构串联而成, 因而单对每一级 3-PTT 并联机构来说, 根据式 (3) 有以下关系

$$s_1 \omega_1 = T_{10} P_{0i}^1 + O_1^0 - B_{0i}^0 - L_{0i}^0 \quad (9)$$

$$s_2 \tau_2 = T_{32} P_{1i}^3 + O_2^2 - B_{1i}^2 - L_{1i}^2 \quad (10)$$

以上两式中各符号含义为: s_1 —第一级 3-PTT 并联机构定长连杆长度; s_2 —第二级 3-PTT 并联机构定长连杆长度; ω_1 —第一级 3-PTT 并联机构定长连杆单位矢量; τ_2 —第二级 3-PTT 并联机构定长连杆单位矢量; P_{0i}^1 —第一级 3-PTT 并联机构动平台上虎克铰在 $\{1\}$ 中的位置矢量; P_{1i}^3 —第二级 3-PTT 并联机构动平台上虎克铰在 $\{3\}$ 中的位置矢量; B_{0i}^0 —第一级 3-PTT 并联机构定平台上 B_{0i} 点在 $\{0\}$ 中的位置矢量; B_{1i}^2 —第二级 3-PTT 并联机构定平台上 B_{1i} 点在 $\{2\}$ 中的位置矢量; T_{10} —坐标系 $\{1\}$ 相对于坐标系 $\{0\}$ 的旋转变换矩阵; T_{32} —坐标系 $\{3\}$ 相对于坐标系 $\{2\}$ 的旋转变换矩阵; O_1^0 —中平台中心点在 $\{0\}$ 中的位置矢量; O_2^2 —上平台中心点在 $\{2\}$ 中的位置矢量; B_{0i}^0 —第一级 3-PTT 并联机构驱动杆在 $\{0\}$ 中的矢量; L_{1i}^2 —第二级 3-PTT 并联机构驱动杆在 $\{2\}$ 中的矢量。仿照式 (8), 式 (9)、(10) 可以写成下列矩阵形式

$$\delta V_1 = -J_2^{-1} J_1 \delta W_1 - J_2^{-1} J_3 \delta L_1 \quad (11)$$

$$\delta V_2 = -G_2^{-1} G_1 \delta W_2 - G_2^{-1} G_3 \delta L_2 \quad (12)$$

其中: δV_1 为第一级 3-PTT 并联机构相对于坐标系 $\{0\}$ 的位姿误差; δV_2 为第二级 3-PTT 并联机构相对于坐标系 $\{2\}$ 的位姿误差; 且有

$$\delta V_1 = [\delta z_1 \ \delta\alpha_1 \ \delta\beta_1]^T; \delta V_2 = [\delta z_2 \ \delta\alpha_2 \ \delta\beta_2]^T$$

符号 $J_1, J_2, J_3, G_1, G_2, G_3$ 的含义可参照式 (8), 此时有

$$J_1 = \begin{bmatrix} \omega_1^T T_{10} & -\omega_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2^T T_{10} & -\omega_2^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_3^T T_{10} & -\omega_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 18} \quad (13)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} \omega_1^T (P_{01}^0 \times \omega_1)^T \\ \omega_2^T (P_{02}^0 \times \omega_2)^T \\ \omega_3^T (P_{03}^0 \times \omega_3)^T \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad (14)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -\omega_1^T \\ -\omega_2^T \\ -\omega_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (15)$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} \tau_1^T T_{32} & -\tau_1^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_2^T T_{32} & -\tau_2^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tau_3^T T_{32} & -\tau_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 18} \quad (16)$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} \tau_1^T (P_{11}^2 \times \tau_1)^T \\ \tau_2^T (P_{12}^2 \times \tau_2)^T \\ \tau_3^T (P_{13}^2 \times \tau_3)^T \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad (17)$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} -\tau_1^T \\ -\tau_2^T \\ -\tau_3^T \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (18)$$

式(11)、(12)只是每一级 3-PTT 并联机构的误差输入输出方程,因而不能直接利用上两式得到上平台的输出位姿误差模型。然而注意到,两级 3-PTT 串并联机构的位姿输出与第一、二两级 3-PTT 并联机构各自的位姿输出有如下关系

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 z_2 \cos \theta - \alpha_1 z_2 \sin \theta \\ \beta_1 z_2 \sin \theta - \alpha_1 z_2 \cos \theta \\ z_1 + z_2 \\ \beta_1 \sin \theta + \alpha_1 \cos \theta + \alpha_2 \\ \beta_1 \cos \theta - \alpha_1 \sin \theta + \beta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

对上式微分并整理,可得

$$\begin{bmatrix} \delta x_c \\ \delta y_c \\ \delta z_c \\ \delta \alpha \\ \delta \beta \\ \delta \gamma \end{bmatrix} = D_1 \begin{bmatrix} \delta z_1 \\ \delta \alpha_1 \\ \delta \beta_1 \end{bmatrix} + D_2 \begin{bmatrix} \delta z_2 \\ \delta \alpha_2 \\ \delta \beta_2 \end{bmatrix} + D_3 \delta \theta \quad (20)$$

其中

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & -z_2 \sin \theta & z_2 \cos \theta \\ 0 & -z_2 \cos \theta & z_2 \sin \theta \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_2 = \begin{bmatrix} \beta_1 \cos \theta - \alpha_1 \sin \theta & 0 & 0 \\ \beta_1 \sin \theta - \alpha_1 \cos \theta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; D_3 = \begin{bmatrix} -\beta_1 z_2 \sin \theta - \alpha_1 z_2 \cos \theta \\ \beta_1 z_2 \cos \theta + \alpha_1 z_2 \sin \theta \\ 0 \\ \beta_1 \cos \theta - \alpha_1 \sin \theta \\ -\beta_1 \sin \theta - \alpha_1 \cos \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式(20)可改写为

$$\delta V = D_1 \delta V_1 + D_2 \delta V_2 + D_3 \delta \theta \quad (22)$$

将式(11)、(12)代入上式,可得

$$\delta V = -D_1 J_2^{-1} J_1 \delta W_1 - D_2 G_2^{-1} G_1 \delta W_2 - D_1 J_2^{-1} J_3 \delta L_1 - D_2 G_2^{-1} G_3 \delta L_2 + D_3 \delta \theta \quad (23)$$

上式可简写为如下形式

$$\delta V = R_1 \delta W + R_2 \delta L + R_3 \delta \theta \quad (24)$$

其中

$$R_1 = \begin{bmatrix} -D_1 J_2^{-1} J_1 & 0 \\ 0 & -D_2 G_2^{-1} G_1 \end{bmatrix}_{6 \times 36}; R_2 = \begin{bmatrix} -D_1 J_2^{-1} J_3 & 0 \\ 0 & -D_2 G_2^{-1} G_3 \end{bmatrix}_{6 \times 6}; R_3 = D_3$$

式(24)即为两级3-PTT串并联机构的误差输入输出方程;当已知机构的驱动误差、关节位置误差和两级机构之间的角度误差^[1],则可由式(24)求得机构的输出位姿误差。

4 结束语

作者通过矢量分析方法,讨论了两级3-PTT串并联微操作机器人机构的误差建模,得到式(8)、(24)所示的误差模型方程。此项研究工作为微操作机器人的误差补偿提供了理论指导。

参考文献

- [1] 黄真,孔令富,方跃法. 并联机器人机构学理论及控制[M]. 北京:机械工业出版社,1997. 12.
- [2] 费仁元,许意华,刘德忠,等. 两级串并联微机器人的研制[J]. 中国学术期刊文摘,2001,7(2): 242-244.
- [3] BI Shusheng, ZONG Guanghua, LIU Rong, et al. Accuracy analysis of the serial-parallel micro-motion manipulator[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics[C]. NJ: IEEE, 1997. 3: 720-724.

Analysis on Mechanical Errors of 3-PTT Parallel Connection Micromanipulator

XU Yi-hua, LIU De-zhong, FEI Ren-yuan, PAN Xin-wen

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,

Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

Abstract: The vector analysis method is employed to discuss the error modeling of 3-PTT parallel connection mechanism and two series 3-PTT series and parallel micromanipulator mechanism, and respectively study the relationships between the articulation errors and the manipulator output errors and between the actuation input errors and the manipulator output errors. Thus the errors model equation of manipulator mechanism is obtained, which provides the theoretical guidance for the error compensation of micromanipulator.

Key words: parallel connection manipulator; error analysis; micromanipulation