

# 新型窄人字齿轮的齿面生成与啮合分析

林超, 郭正, 朱才朝, 陈兵奎

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 根据齿轮啮合原理、现代设计理论及方法, 针对人字齿轮的齿形进行探索, 设计了左、右旋齿面交替排列的新型窄人字齿轮, 推导了该齿轮的齿面、接触线、啮合面方程; 运用数学分析软件 MATLAB、三维设计软件 UG 与 ADAMS 虚拟样机软件, 建立了精确的齿轮实体模型, 并进行干涉检查, 计算了轮齿在典型位置的理论接触线, 并与用 UG 生成的接触线进行了对比分析, 得到了齿轮的接触线变化规律; 对窄人字齿轮传动受力情况进行理论分析与仿真, 获得了该齿轮传动的受力特性. 结果表明: 窄人字齿轮传动重合度与当量斜齿轮一致, 啮合轴向力有波动, 波动幅值比当量斜齿轮轴向力小, 且幅值随重合度的增加而减小.

**关键词:** 窄人字齿轮; 齿面方程; 接触线; 受力分析

中图分类号: TH 132.4

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2013)09-1281-09

## Tooth Surface Generation and Meshing Analysis of New Narrow Herringbone Gear

LIN Chao, GUO Zheng, ZHU Cai-chao, CHEN Bing-kui

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** Derived from herringbone gear, the narrow herringbone gear is a new kind of transmission. Based on the space mesh principles and the modern design theories and methods, the new-type of narrow herringbone gear, whose left-hand and right-hand tooth surfaces are arranged, has been gained through exploring of herringbone gear tooth profile, and the equations of tooth faces, contact lines and gearing faces of the gear derived. By using Matrix Laboratory and Unigraphics NX, the precise solid model of the gear has been established, and interference check proceeded. Contact lines at representative locations of the gear obtained by MATLAB and UG have been compared, and their changing regularity summarized. Finally, load transfer characteristic has been summarized through theory force analysis and simulation of the gear. The results show that the contact ratio of narrow herringbone gear is the same with its equivalent helical gear and the meshing axial force of the gear is fluctuant, the amplitude of the axial force of the gear is low than the equivalent helical gear, and the amplitude is decrescent with the increase of contact ratio of the gear.

**Key words:** narrow herringbone gear; tooth face equation; contact line; force analysis

人字齿轮传动有承载能力高、传动平稳、消除轴向力等特点, 在机械传动中应用广泛<sup>[1]</sup>. 人字齿轮可以看做是左旋斜齿轮与右旋斜齿轮的拼接, 加工

制造时可以采用分体加工, 也可以不采用分体的加工制造, 但此时左旋齿与右旋齿之间常留有退刀槽, 使有效齿宽变小, 无效质量增加.

收稿日期: 2012-02-26.

基金项目: 国家科技支撑计划资助项目(2011BAF09B07-02).

作者简介: 林超(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事新型齿轮传动、机械设计计算机辅助工程、齿轮传动系统的设计分析与制造等方面的研究. E-mail: linchao@cqu.edu.cn.

目前对人字齿轮形状的研究探索多集中在人字齿轮的齿形修形、优化设计及加工制造等方面. 相关的研究主要包括对人字齿轮的修形及优化设计的研究<sup>[2-4]</sup>、对窄退刀槽的人字齿轮进行的理论计算与研究<sup>[5]</sup>、对窄、无退刀槽的人字齿轮加工方法的研究等<sup>[1, 6-7]</sup>. 但对人字齿轮齿形结构创新设计的探索较少. 本文针对人字齿轮的齿形结构进行了探索, 设计了一种新型的窄人字齿轮, 该齿轮具有与斜齿轮、人字齿轮相似的传动特性. 相比当量人字齿轮无退刀槽、重合度大、质量轻, 宽径比适宜选择较小值, 可与传统人字齿轮大宽径比的应用场合形成一定的互补. 该齿轮重合度大于2时, 轴向作用力小, 当需要用斜齿轮传动但又不希望轴向力太大时, 也可采用窄人字齿轮传动. 同时, 窄人字齿轮传动具有变齿厚齿轮可消除回程误差的传动特点. 本文以传统人字齿轮齿形的创新设计为出发点, 运用齿轮啮合原理相关理论对新型窄人字齿轮传动进行分析, 揭示该齿轮主要的啮合传动特性, 为后续的深入分析及推广应用打下基础.

### 1 轮齿衍生方法

新型的窄人字齿轮齿形是基于传统人字齿轮齿形转变而成的. 图1(a)所示为人字齿轮齿面, 先将人字齿轮退刀槽宽度减为0, 之后将左旋齿面、右旋齿面在齿宽方向进行单向的延伸(如图1(a)中的2、6齿面)与叠加. 延伸后左、右旋齿面交错排列, 如图1(b)与图1(d)所示. 此时按规律选择齿轮的齿面: 选择图1(b)中的黑色的1、2、7、8齿面为窄人字齿轮的主动轮齿面, 其构成的左旋齿形与右旋齿形交替排列, 且齿槽宽在齿宽方向上是变化的, 如图1(c)所示; 选择图1(d)中的黑色的1、6、7、4齿面为窄人字齿轮的从动轮齿面, 其构成的左旋齿槽与右旋齿槽交替排列, 且齿厚在齿宽方向上是变化的. 这与变齿厚齿轮类似, 亦有可减小传动回程误差的特点, 如图1(e)所示.

新型的窄人字齿轮齿顶圆柱面、啮合起始圆柱面均为直圆柱面, 且在中间端截面(过齿宽方向中点且与轴线垂直)上具有与斜齿轮、人字齿轮相同的渐开线齿廓, 如图2(a)所示. 齿顶圆半径、分度圆半径、齿根圆半径的计算方法与斜齿轮一致, 齿根圆半径的计算方法则不同. 在此基础上, 把对应的有相同有效齿宽的斜齿轮、人字齿轮分别称为窄人字齿轮的当量斜齿轮、当量人字齿轮. 窄人字齿轮有左、右交错的螺旋齿面, 传动时左旋齿面与右旋齿面交

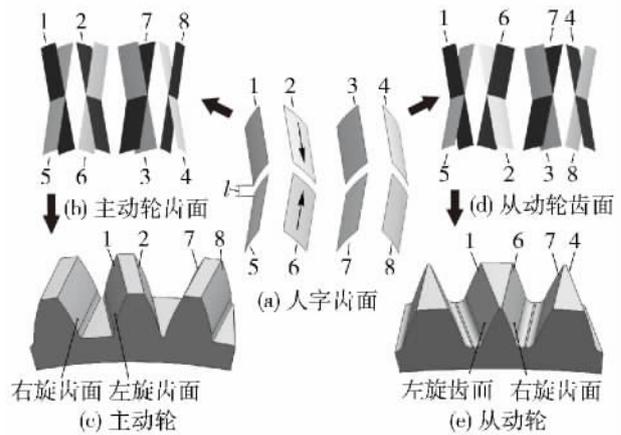


图1 窄人字齿轮齿形的生成

Fig. 1 Generation of narrow herringbone gear teeth

替进入、退出啮合. 当窄人字齿轮有2对齿同时参与啮合时, 传动效果类似于人字齿轮, 当只有1对齿参与啮合时, 传动效果与斜齿轮传动相同. 窄人字齿轮的传动示意图如图2(b)所示.

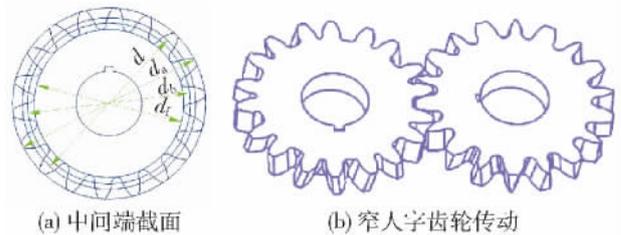


图2 窄人字齿轮传动

Fig. 2 Narrow herringbone gear transmission

### 2 齿形生成原理

本文采用新的齿面展成的方法推导窄人字齿轮齿面方程, 取出产形齿条的齿面构成一个产形齿条面, 如图3(a)所示. 当产形齿条面相对于窄人字齿轮主、从动轮毛坯以 $v$ 的速度运动时, 主、从动轮毛坯相对于机架以 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 的角速度转动, 此时产形齿

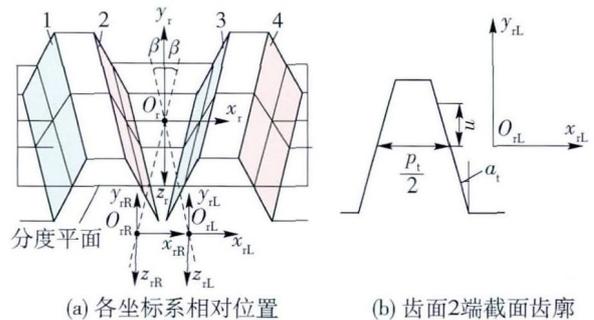


图3 产形齿条各坐标系

Fig. 3 Coordinate system of counterpart rack

条面的上侧面展成齿轮从动轮,产形齿条面的下侧面展成齿轮主动轮<sup>[8-9]</sup>,如图 4 所示。

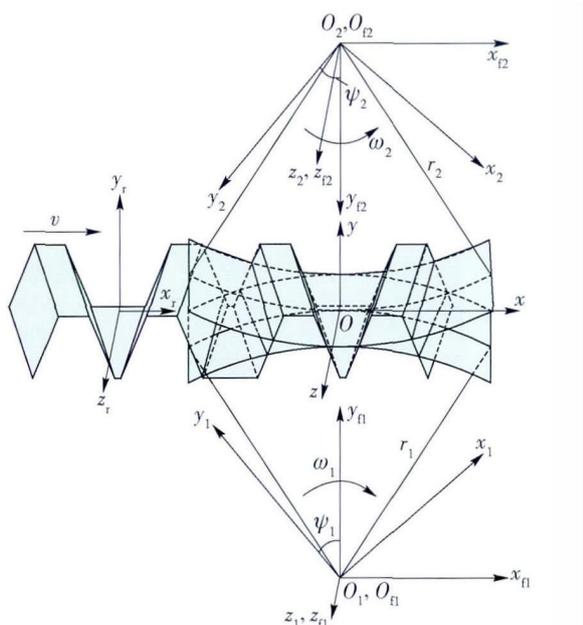


图 4 产形齿条面包络窄人字齿轮的坐标系  
Fig. 4 Coordinate system of gear generating

### 2.1 产形齿条齿面方程

窄人字齿轮主、从动轮的齿面是以每 4 个齿面为 1 个变化周期组成的,所以产形齿条也是以 4 个齿面为 1 个变化周期,对产形齿条的 4 个相邻齿面的齿面方程进行坐标变换,就可得到窄人字齿轮主、从动轮的各齿面方程,本文以图 3 中的 2 齿面为例进行分析,并将 2 齿面称为参考齿面<sup>[10]</sup>。

#### 2.1.1 产形齿条各坐标系的建立与变换

用产形齿条展成窄人字齿轮时,建立产形齿条的各坐标系如图 3(a) 所示,  $S_r(O_r-x_r y_r z_r)$  为与产形齿条固联的坐标系,  $S_{rl}(O_{rl}-x_{rl} y_{rl} z_{rl})$ 、 $S_{rr}(O_{rr}-x_{rr} y_{rr} z_{rr})$  是用来推导左、右旋齿面方程时用到的坐标系,所建立的坐标系的  $xz$  平面均落在分度平面上。坐标系  $S_{rl}$  与 1、2 齿面在  $x_{rl} y_{rl}$  平面内的齿廓截线一起沿着与  $z_r$  成  $\beta$  角的虚线移动,生成左旋的 1、2 齿面,同理,使用  $S_{rr}$  可生成右旋的 3、4 齿面。 $S_{rl}$  与刀具固联坐标系  $S_r$  之间的坐标变换关系为

$$M_{rl} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b \tan \beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $M_{rl}$  为齿条左旋齿坐标系与齿条固联坐标系之间的坐标变换矩阵;  $\beta$  表示当量人字齿轮螺旋角;  $b$  表示齿宽方向的参变量。

### 2.1.2 产形齿条齿面方程的推导

在  $S_{rl}$  坐标系下,齿条参考齿面在  $x_{rl} y_{rl}$  平面内的齿廓截线如图 3(b) 所示,其参数方程为

$$x_{rl2} = \begin{bmatrix} -u \sin \alpha_1 - \frac{p_1}{4} \\ u \cos \alpha_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $x_{rl2}$  为齿条参考齿面在  $S_{rl}$  中的齿廓参数方程;  $p_1$ 、 $\alpha_1$  分别为当量人字齿轮的端面齿距与端面压力角;  $u$  表示齿高方向的参变量。由式(1)(2)可得齿条参考齿面在  $S_r$  坐标系下的齿面方程为

$$R_{r2} = M_{rl} x_{rl2} = \begin{bmatrix} -u \sin \alpha_1 - \frac{p_1}{4} + b \tan \beta \\ u \cos \alpha_1 \\ b \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中  $R_{r2}$  为齿条参考齿面在  $S_r$  中的齿廓参数方程。

## 2.2 窄人字齿轮齿面方程

### 2.2.1 展成运动各坐标系的建立与变换

用产形齿条包络生成窄人字齿轮齿面时,建立所需的各相对运动坐标系如图 4 所示:  $S(O-xyz)$  为固定坐标系,坐标系  $S$  的原点落在齿轮中间端截面的节点上,  $y$  轴通过主、从动轮的连心线;  $S_r(O_r-x_r y_r z_r)$  为与产形齿条固联的坐标系;  $S_1(O_1-x_1 y_1 z_1)$ 、 $S_2(O_2-x_2 y_2 z_2)$  分别为与主、从动轮固联的坐标系;  $S_{rl}(O_{rl}-x_{rl} y_{rl} z_{rl})$ 、 $S_{rr}(O_{rr}-x_{rr} y_{rr} z_{rr})$  分别为与主、从动轮轴孔固联的坐标系。所建立的坐标系的  $xy$  平面均落在中间端截面上。

刀具固联坐标系  $S_r$  与主、从动轮固联坐标系  $S_1(O_1-x_1 y_1 z_1)$ 、 $S_2(O_2-x_2 y_2 z_2)$  间的坐标变换关系分别为

$$M_{1r} = \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & \sin \psi_1 & 0 & -r_1 \psi_1 \cos \psi_1 + r_1 \sin \psi_1 \\ -\sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 & r_1 \psi_1 \sin \psi_1 + r_1 \cos \psi_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $M_{1r}$  为刀具固联坐标系  $S_r$  与主动轮固联坐标系  $S_1$  之间的坐标变换矩阵。

$$M_{2r} = \begin{bmatrix} \cos \psi_2 & -\sin \psi_2 & 0 & -r_2 \psi_2 \cos \psi_2 + r_2 \sin \psi_2 \\ -\sin \psi_2 & -\cos \psi_2 & 0 & r_2 \psi_2 \sin \psi_2 + r_2 \cos \psi_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.2.2 齿轮齿面包络簇方程

窄人字齿轮主、从动轮齿面分别是由产形齿条面的下侧面、上侧面展成. 由式(3)(4)可得产形齿条参考齿面展成的主动轮参考齿面的齿面簇方程为

$$R_{12} = M_{1r} R_{r2} = \begin{Bmatrix} \left[ \begin{array}{l} \cos \psi_1 \left( -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \right) + \\ u \sin \psi_1 \cos \alpha_1 - r_1 \psi_1 \cos \psi_1 + r_1 \sin \psi_1 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{l} -\sin \psi_1 \left( -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \right) + \\ u \cos \psi_1 \cos \alpha_1 + r_1 \psi_1 \sin \psi_1 + r_1 \cos \psi_1 \end{array} \right] \\ b \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式中  $R_{12}$  为主动轮参考齿面的齿面簇方程.

由式(3)(5)可得产形齿条参考齿面展成的从动轮参考齿面的齿面簇方程为

$$R_{22} = M_{2r} R_{r2} = \begin{Bmatrix} \left[ \begin{array}{l} \cos \psi_2 \left( -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \right) - \\ u \sin \psi_2 \cos \alpha_1 - r_2 \psi_2 \cos \psi_2 + r_2 \sin \psi_2 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{l} -\sin \psi_2 \left( -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \right) - \\ u \cos \psi_2 \cos \alpha_1 + r_2 \psi_2 \sin \psi_2 + r_2 \cos \psi_2 \end{array} \right] \\ -b \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

2.2.3 啮合方程

根据文献[8-9],产形齿条齿面上一点成为啮合点的条件为

$$n \cdot v = 0 \quad (8)$$

式中:  $n$  是齿面的法矢量;  $v$  是啮合点处的相对运动速度. 产形齿条参考齿面的法矢量为

$$n = \frac{R_{r2}}{u} \times \frac{R_{r2}}{b} = \cos \alpha_1 i + \sin \alpha_1 j + \tan \beta \cos \alpha_1 k \quad (9)$$

啮合点处的相对运动速度为

$$v = -\omega_1 u \cos \alpha_1 i +$$

$$\omega_1 \left( -u \sin \alpha_1 + r_1 \psi_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \right) j \quad (10)$$

式中:  $i, j, k$  为固定坐标系  $S$  下的单位正交基;  $\omega_1$  为主动轮的旋转角速度;  $r_1$  为主动轮的分度圆半径. 由式(8)~(10)可得齿条参考齿面与主动轮参考齿面的啮合方程为

$$f(u, b, \psi)_{12} = -u - \frac{P_1}{4} \sin \alpha_1 + b \tan \beta \sin \alpha_1 + r_1 \psi_1 \sin \alpha_1 = 0 \quad (11)$$

同理可得齿条参考齿面与从动轮参考齿面的啮合方程为

$$f(u, b, \psi)_{22} = -u - \frac{P_1}{4} \sin \alpha_1 + b \tan \beta \sin \alpha_1 + r_2 \psi_2 \sin \alpha_1 = 0 \quad (12)$$

2.3 接触线与啮合面方程

2.3.1 接触线方程

轮齿配对齿面在每瞬时彼此沿1条线相接触,该线称作瞬时接触线或特征线<sup>[11-12]</sup>. 产形齿条参考齿面的接触线方程可表示为

$$\begin{cases} R_{r2} = x_{r2} i_{r2} + y_{r2} j_{r2} + z_{r2} k_{r2} \\ f_{12}(u, b, \psi^i) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\psi^i (i=1, 2, \dots, n)$  表示不同时刻主动轮转角;  $i_{r2}, j_{r2}, k_{r2}$  表示刀具固联坐标系  $S_r$  下的单位正交基. 根据式(3)(11)可得接触线方程为

$$\begin{cases} x_{r2} = -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta \\ y_{r2} = u \cos \alpha_1 \\ z_{r2} = b \\ -u - \frac{P_1}{4} \sin \alpha_1 + b \tan \beta \sin \alpha_1 + r_1 \psi_1 \sin \alpha_1 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

2.3.2 啮合面方程

轮齿的啮合面是表示在与机架刚性固接的固定坐标系  $S$  中的瞬时接触线簇<sup>[11-12]</sup>,窄人字齿轮啮合面方程可表示为

$$\begin{cases} R_{0r} = M_{0r} R_{r2} \\ f_{12}(u, b, \psi_1) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $R_{0r}$  为参考齿面在固定坐标系下的齿面簇方程;  $\psi_1$  表示主动轮转角;  $M_{0r}$  表示刀具固联坐标系  $S_r$  与固定坐标系  $S$  之间的坐标变换矩阵,可表示为

$$M_{0r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -r_1 \psi_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

根据式(3)(11)(16)可得啮合面方程为

$$\begin{cases} x_{0r} = -u \sin \alpha_1 - \frac{P_1}{4} + b \tan \beta - r_1 \psi_1 \\ y_{0r} = u \cos \alpha_1 \\ z_{0r} = b \\ -u - \frac{P_1}{4} \sin \alpha_1 + b \tan \beta \sin \alpha_1 + r_1 \psi_1 \sin \alpha_1 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

### 3 齿轮传动啮合分析

根据已推导的窄人字齿轮齿面方程与接触线方程,建立精确的齿轮模型,分析接触线的变化规律<sup>[13]</sup>,在此基础上对齿轮传动的受力情况进行分析,并做仿真验证。

#### 3.1 齿轮模型的精确建立

为了建立窄人字齿轮精确模型,需根据已推导的齿面方程,通过 MATLAB 编写齿面方程的计算程序,计算窄人字齿轮齿面的坐标值,并把计算的坐标值文件导入 UG 中,创建齿轮的各齿面,补全窄人字齿轮精确的实体模型<sup>[14-15]</sup>。

##### 3.1.1 齿面的生成与建模

窄人字齿轮的其他基本参数的选择与当量斜齿轮的基本参数选择方式相似。窄人字齿轮同时具有左旋和右旋齿面,且齿面螺旋角的大小相同,推导齿面方程时应区分螺旋角的方向。窄人字齿轮从动轮的齿厚在齿宽方向上是变化的,无法面模数,但可借用其当量斜齿轮法面模数,引出齿轮中间端面模数  $m_t = m_n / \cos \beta$ ,以方便齿轮模型的建立。由于窄人字齿面是以 4 个齿面为 1 个周期排列而成的,所以齿数需要选择偶数。该齿轮基本参数的选择需满足从动齿轮齿顶不发生变尖的条件

$$S'_a = -B \frac{z_2 + 2}{z_2} \tan \beta + m_t (z_2 + 2) \cdot \left( \frac{\pi}{2} \frac{1}{z_2} - (\tan \alpha_a - \alpha_a - \tan \alpha_t + \alpha_t) \right) > 0 \quad (18)$$

由已推导的窄人字主、从动齿轮齿面方程,按照表 1 中给定的算例参数,运用 MATLAB 编程可以获得窄人字齿轮齿面上点的三维坐标数据,并利用 MATLAB 绘图功能绘制出主、从动齿轮齿面图<sup>[16]</sup>,如图 5 所示算例 1 齿面图。

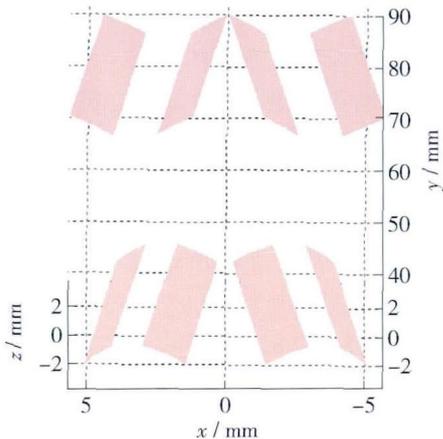


图 5 窄人字齿轮齿面图

Fig. 5 Shape of the tooth faces

表 1 窄人字齿轮算例参数

Table 1 Example of narrow herringbone gear

算例	$Z_1$	$Z_2$	$m_n/\text{mm}$	$\alpha_n/(\text{°})$	$\beta/(\text{°})$	$B/\text{mm}$
算例 1	50	100	1.75	20	10	7
算例 2	18	36	1.75	20	10	7

将窄人字齿轮齿面点云坐标导入 UG,利用 UG 的点云、曲面拟合等功能绘制具有精确齿面的齿轮三维模型,主动轮齿形如图 1(c) 所示,从动轮齿形如图 1(e) 所示,图 6 所示为算例 2 三维装配图。

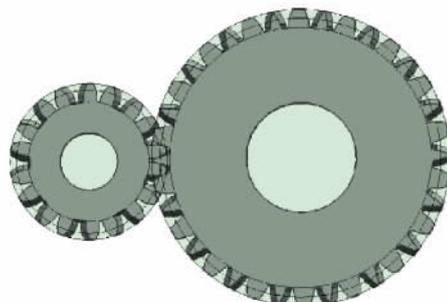


图 6 窄人字齿轮装配模型

Fig. 6 Assembly mold of narrow herringbone gear

##### 3.1.2 干涉检查

将建立的窄人字齿轮装配模型导入到 UG 的运动仿真模块,定义连杆、转动副、齿轮副,并定义干涉为创建实体方式,将窄人字齿轮主动轮的转速设置为  $3.6^\circ/\text{s}$ ,步数设置为 4,求解后主动轮转过  $14.4^\circ$ ,为主动轮一个齿从啮入到啮出所对应的角度,所创建的 5 个位置的干涉实体如图 7(a) 所示,干涉实体是体积为 0 的曲面,如图 7(b) 所示。这就说明了所建立模型是无干涉、精确的模型。

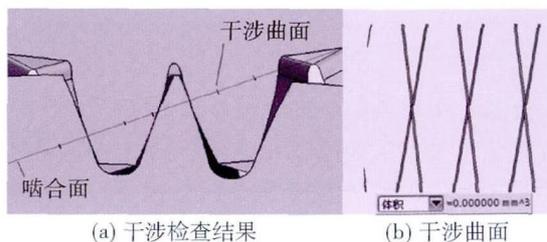


图 7 干涉检查

Fig. 7 Interference check

#### 3.2 轮齿接触线分析

基于已推导的窄人字齿轮接触线方程及已建立的齿轮模型,分析典型位置的接触线形状,总结该齿轮的啮合传动特性。运用 MATLAB 编程可以获得窄人字齿轮接触线随主动轮转角的变化规律<sup>[17]</sup>,运用

UG的运动分析模块干涉检查功能,可创建接触曲面(干涉曲面),验证齿轮接触线随主动轮转角的变化规律,将两者分别绘制的接触线进行对比,如图

8、9所示.一共绘制主动轮的7个转角位置的接触线,主动轮转角矩阵为

$$\psi_1 = [-5.44^\circ, -4.54^\circ, -1.84^\circ, 1.76^\circ, 5.36^\circ, 7.96^\circ, 8.86^\circ]$$

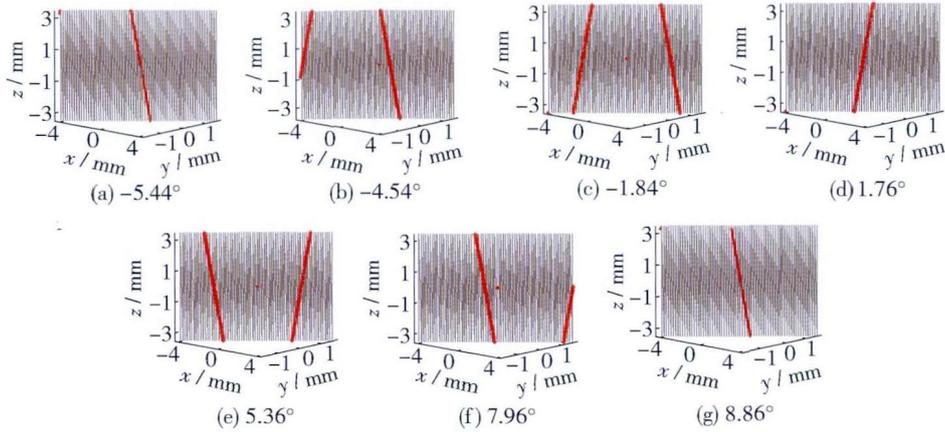


图8 MATLAB接触线

Fig. 8 Contact line plotted by using MATLAB

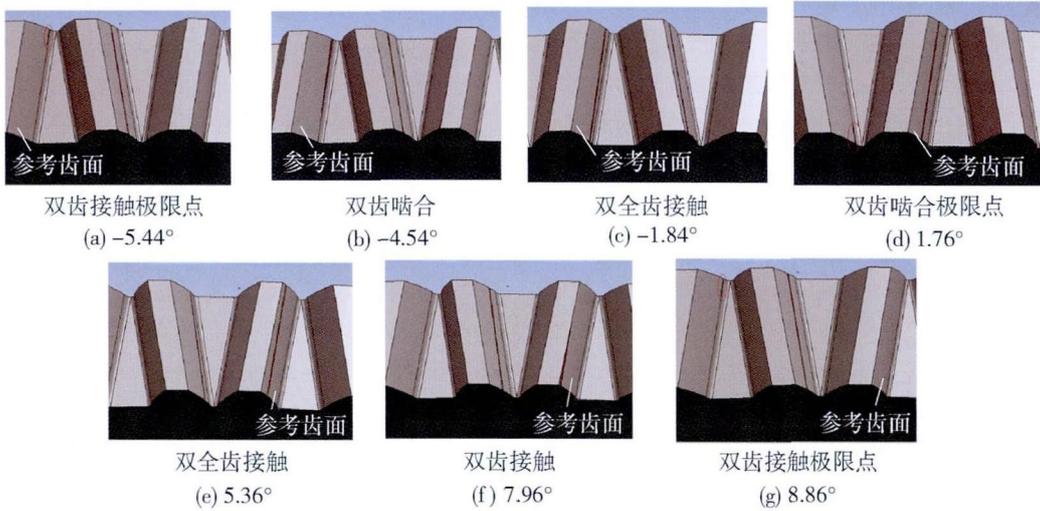


图9 UG接触线

Fig. 9 Contact line obtained by using UG

由图8、9所示的窄人字齿轮接触线随主动轮的转角变化可知:由MATLAB绘制的理论接触线,与用UG运动仿真绘制的接触线相吻合,随着主动轮转角的变化,齿轮左旋、右旋接触线交替变化;窄人字齿轮理论接触线是直线,如图8坐标系中的阴影平面上的斜线所示,由理论接触线簇组成的齿轮啮合面是平面,如图8坐标系中的阴影平面所示;窄人字齿轮单个齿的接触线变化规律与斜齿轮的相同,都是从齿的一端逐渐进入啮合,由齿的另一端逐渐退出啮合。

图10为采用表1算例参数,运用MATLAB编程绘制的接触线长度变化规律图,横坐标为一个齿

从啮入到啮出过程中主动轮转角。

窄人字齿轮重合度计算方式与斜齿轮一致,采用算例1参数时,齿轮重合度 $\varepsilon = 2.00$ ,由图10(a)所示,主动轮转角在 $\psi_1 = -5.5^\circ, 1.6^\circ, 8.7^\circ$ 三个位置时窄人字齿轮接触线总长度为7.095 mm,是双齿啮合区的极限点,也是单齿啮合点(一个齿完全进入啮合后的接触线长度为7.095 mm);表2中 $\psi_1 = -5.44^\circ, 1.76^\circ, 8.86^\circ$ 时,有一对齿完全进入啮合,另一对齿刚进入啮合,当主动轮转过这些单齿啮合点对应的角位置后会进入双齿啮合区,这与重合度计算值反映的情况一致:当重合度为2时,无单齿啮合区,但存在单齿啮合点。当采用算例2参

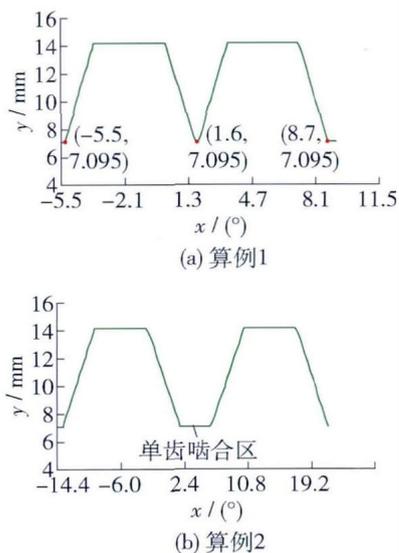


图 10 接触线长度变化规律

Fig. 10 Changing regulation of the total length of contact lines

数时,窄人字齿轮重合度  $\varepsilon = 1.82$ ,存在单齿啮合区,如图 10(b)所示.窄人字齿轮传动重合度与其当量人字齿轮相比略高,虽然窄人字齿轮与当量人字齿轮基本参数一致,但计算当量人字齿轮的重合度时齿宽按有效齿宽的一半来计算(由于退刀槽的存在或其他原因,人字齿轮有效齿宽应比实际齿宽小),这使得其纵向重合度  $\varepsilon_\beta = B \tan \beta / \pi m_t$  较小,所以窄人字齿轮比当量人字齿轮传动重合度大.算例 1 与算例 2 的当量人字齿轮重合度分别为 1.89 与 1.71.

表 2 传动受力情况对照

Table 2 Comparison of force analysis

齿轮	$\varepsilon$	$F_r / N$	$F_t / N$	$F_a / N$
窄人字齿轮算例 1	2.00	430	1 160	<60
当量斜齿轮	2.00	430	1 160	200
当量人字齿轮	1.89	430	1 160	0
窄人字齿轮算例 2	1.82	1 230	3 320	<300
当量斜齿轮	1.82	1 230	3 320	570
当量人字齿轮	1.71	1 230	3 320	0

### 3.3 基于接触线分析的传动受力分析

在理想状况下,齿轮传动时载荷沿接触线均匀分布<sup>[18]</sup>.在定载荷传动条件下,由于接触线的长度是变化的,所以接触线上的力密度  $q$  也是变化的.

当窄人字齿轮在传动时,同时有左旋齿面与右旋齿面参与啮合,则由左右旋齿面产生的轴向力会发生抵消,剩余的轴向力由左旋接触线长度  $l_l$  与右旋接触线长度  $l_r$  之差  $l$  乘以力密度来决定,其值为  $F_a = q(l_l - l_r) \sin \beta_b$ ,如图 11 所示.径向力  $F_r$  与切向力  $F_t$  恒定不变.

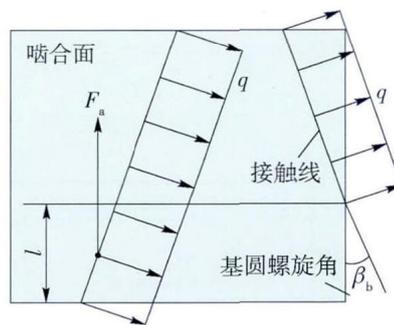


图 11 剩余轴向力

Fig. 11 Remainder axial force

采用表 1 算例参数,负载力矩为  $100 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,根据已计算得到的各自的接触线长度变化规律(如图 10 所示),分别计算 2 种算例在 1 个啮合周期内的轴向力,并与用 ADAMS 计算的接触力作对比<sup>[19-22]</sup>,如图 12 所示,提取相关的分析数据并归纳总结窄人字齿轮与其当量齿轮的传动受力情况,见表 2.

由图 12(a)与图 12(b)可知,窄人字齿轮理论轴向力有波动性,在左、右旋接触线长度之差达到最大  $l_{\max}$  时达到峰值.若再增大算例 2 的重合度,使  $l$  达到最大值时仍有 2 个齿参与啮合,则理论轴向力的波动幅度将减小.由图 12(c)与图 12(d)可知,由 ADAMS 仿真得到的齿轮传动轴向力也有波动性,但幅值没有理论波动幅值大,这与 ADAMS 仿真考虑了实际因素等原因有关<sup>[23]</sup>.相比算例 1 与算例 2 的当量斜齿轮理论轴向力  $200 \text{ N}$  与  $570 \text{ N}$ ,窄人字齿轮有轴向力较小的特点.当量人字齿轮理论轴向力为  $0$ ,仿真后,算例 1 的轴向力在  $0 \text{ N}$  上下轻微波动,而算例 2 的轴向力波动较大,这说明增大窄人字齿轮传动重合度可减小齿轮传动时轴向力的波动幅值,并使轴向力趋向于  $0$ .

## 4 结论

1) 研究了一种新型的齿轮传动形式,分析了新型窄人字齿轮齿面特征与啮合传动原理.

2) 采用新的齿面生成的方法,用产形齿条的上、下侧面分别展成从、主动轮齿面,并推导了齿面、接触线、啮合面的方程.

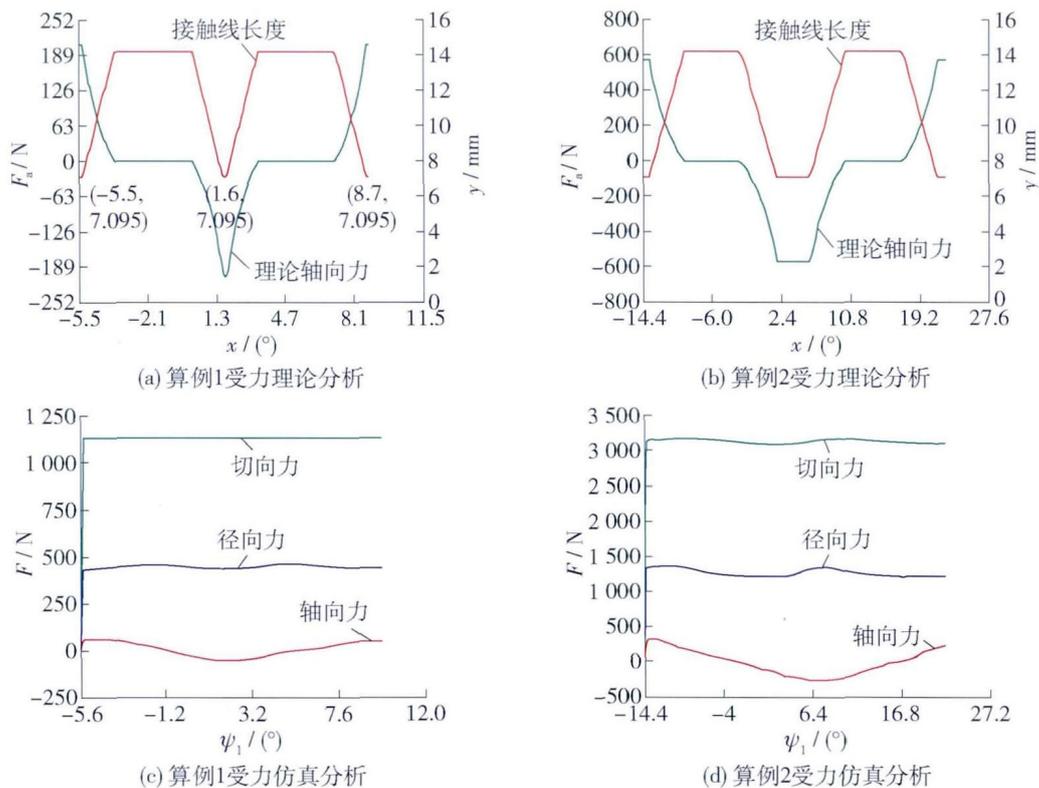


图 12 传动受力分析

Fig. 12 Force analysis of transmission

3) 利用 MATLAB 编程生成了窄人字齿轮的齿面图形,并获得了精确的齿面坐标值,将坐标值导入 UG 获得了精确的齿轮模型,并通过干涉检查验证了所建立齿轮模型的精确性。

4) 分析了窄人字齿轮的接触线,得到了接触线的变化规律,并验证了该齿轮传动重合度与当量斜齿轮一致,比当量人字齿轮高,且由于无退刀槽,窄人字齿轮比当量人字齿轮质量轻。

5) 对窄人字齿轮传动进行了受力分析,并利用 ADAMS 软件验证了齿轮传动的受力特征。结果表明:当该齿轮重合度小于 2 时,其轴向作用力的方向是变化的,但轴向力波动幅值小于其当量斜齿轮轴向力;当重合度大于等于 2 时,其轴向力的波动幅值降低,并且这种波动减弱的趋势随着重合度增加将更为明显。

#### 参考文献:

- [1] SHELDON W, EIGENBRODE G. Manufacture of herringbone gears: United States, 764, 025 [P]. 1971-7-19.
- [2] WANG Cheng, FANG Zong-de, GUO Lin-lin, et al. A different and better optimization of tooth profile of double helical gears [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(2): 224-227.
- [3] WANG Cheng, FANG Zong-de, JIA Hai-tao. Investigation of a design modification for double helical gears reducing vibration and noise [J]. Journal of Marine Science and Application, 2010, 9(1): 81-86.
- [4] 石照耀,魏晓薇,刘丽丽. 测量齿轮的图形化设计方法 [J]. 北京工业大学学报, 2007, 33(3): 225-228. SHI Zhao-yao WEI Xiao-wei LIU Li-li. Visualization design method for master gears [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2007, 33(3): 225-228. (in Chinese)
- [5] 陈良玉,蔡春源,鄂中凯. 人字齿轮空刀槽宽度的计算 [J]. 机械传动, 1993, 17(2): 4-7. CHEN Liang-yu, CAI Chun-yuan, E Zhong-kai. Calculation of cutter groove of double helical gears [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1993, 17(2): 4-7. (in Chinese)
- [6] 冉贞德,杨璐,李敏. 无退刀槽硬齿面高精度人字齿轮的加工方法: 中国, 200710092468 [P]. 2008-01-23.
- [7] DAVID L, KENNETH O, SCOTT A, et al. Herringbone gear teeth and method for manufacturing same: United States, 10/638, 002 [P]. 2003-8-8.
- [8] WU Yu-ren, FONG Zhang-hua. Optimization design of an

- explicitly defined rack for the generation of rotors for twin-screw compressors [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 4(1): 66-82.
- [9] 张学成, 呼咏, 杨兆军. 基于齿面发生线的弧齿锥齿轮切齿运动分析 [J]. *北京工业大学学报*, 2010, 36(11): 1441-1446.  
ZHANG Xue-cheng, HU Yong, YANG Zhao-jun. Cutting movement analysis of spiral bevel gear based on the tooth generating line [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2010, 36(11): 1441-1446. (in Chinese)
- [10] 陈兵奎, 易文翠, 钟晖, 等. 线面共轭啮合原理及齿面构建方法 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48(19): 17-22.  
CHEN Bing-kui, YI Wen-cui, ZHONG Hui, et al. Theory of curve-surface conjugated and method of teeth surfaces constructed [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(19): 17-22. (in Chinese)
- [11] LITVIN F L. 齿轮几何学与应用理论 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2008: 118-120.
- [12] 吴序堂. 齿轮啮合原理 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1982: 33-35.
- [13] 庞志锋, 张春林, 赵自强, 等. 渐开线曲率分析及其在齿轮啮合分析中的应用 [J]. *机械传动*, 2011, 35(3): 1-3.  
PANG Zhi-feng, ZHANG Chun-lin, ZHAO Zi-qiang, et al. Analysis of involute curvature and its application to gear mesh study [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2011, 35(3): 1-3. (in Chinese)
- [14] 唐进元, 蒲太平. 基于共轭包络原理的齿面生成计算机模拟与仿真 [J]. *工程图学学报*, 2007, 28(5): 23-28.  
TANG Jin-yuan, PU Tai-ping. The gear manufacture simulation and the solid modeling based on the gear generation principle [J]. *Journal of Engineering Graphics*, 2007, 28(5): 23-28. (in Chinese)
- [15] 肖来元, 廖道训, 易传云. 基于数字化共轭曲面理论的数字齿面共轭求解 [J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2004, 32(2): 58-60.  
XIAO Lai-yuan, LIAO Dao-xun, YI Chuan-yun. Resolution of digitized conjugate tooth-face based on the theory of digitized conjugate surface [J]. *J Huazhong Univ of Sci & Tech: Nature Science Edition*, 2004, 32(2): 58-60. (in Chinese)
- [16] 林超, 魏沛堂, 朱才朝, 等. 变齿厚斜齿轮的齿面生成研究 [J]. *机械传动*, 2010, 34(4): 1-5.  
LIN Chao, WEI Pei-tang, ZHU Cai-chao, et al. Study on the tooth surface generation of helical beveloid gear [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2010, 34(4): 1-5. (in Chinese)
- [17] 周彦伟, 杨建军, 魏冰阳, 等. MATLAB 与 VC++ 混合编程在轮齿啮合分析中的应用 [J]. *现代制造工程*, 2005(4): 23-25.  
ZHOU Yan-wei, YANG Jian-jun, WEI Bing-yang, et al. The application of mixed programming of MATLAB and VC++ in tooth contact analysis [J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2005(4): 23-25. (in Chinese)
- [18] 朱孝录, 鄂中凯. 齿轮承载能力分析 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1992: 116-117.
- [19] 龙凯, 程颖. 齿轮啮合力仿真计算的参数选取研究 [J]. *计算机仿真*, 2002, 19(6): 87-89.  
LONG Kai, CHENG Ying. The research of parameters by the simulation of exciting force in gears [J]. *Computer Simulation*, 2002, 19(6): 87-89. (in Chinese)
- [20] 洪清泉, 程颖. 基于 ADAMS 的多级齿轮传动系统动力学仿真 [J]. *北京理工大学学报*, 2003, 23(6): 690-693.  
HONG Qing-quan, CHENG Ying. Dynamic simulation of multistage gear train system in ADAMS [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2003, 23(6): 690-693. (in Chinese)
- [21] 王磊, 吴新跃. 基于虚拟样机技术的齿轮啮合仿真研究 [J]. *机械工程与自动化*, 2013, 2(1): 29-31.  
WANG Lei, WU Xin-yue. Gear meshing simulation based on virtual prototyping technology [J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2013, 2(1): 29-31. (in Chinese)
- [22] WANG Ying. ADAMS-Based dynamic simulation on driving axle gear meshing [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, 128-129: 38-41.
- [23] 王成, 高常青, 崔焕勇. 基于啮合特性的人字齿轮动力学建模与分析 [J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2012, 43(8): 3019-3024.  
WANG Cheng, GAO Chang-qing, CUI Huan-yong. Dynamic modeling and analysis of double helical gears based on meshing characters [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2012, 43(8): 3019-3024. (in Chinese)

(责任编辑 刘 潇)