

# 凸轮激波摆动活齿传动齿形及啮合力分析

李剑锋, 董新蕊, 周丽艳

(北京工业大学 北京市先进制造技术重点实验室, 北京 100022)

**摘要:** 为研究凸轮激波摆动活齿传动啮合副受力情况, 根据其传动原理得到了中心内齿轮的理论、工作齿形方程。基于弹性小变形及变形协调建立了理想状态下的啮合副受力模型, 给出了啮合副作用力的搜索算法, 并结合具体实例分析, 初步获得了凸轮激波摆动活齿传动的啮合副作用力分布趋势。

**关键词:** 摆动活齿传动; 凸轮激波; 齿形方程; 啮合力

**中图分类号:** TH 132.425

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2008)01-0007-07

活齿传动除具有结构紧凑、传动比大、承载能力强及传动效率较高等共同特点外, 还由于齿形的多样性可综合出多种形式的传动结构, 如推杆活齿传动<sup>[1]</sup>、摆动活齿传动<sup>[2]</sup>、滚动活齿传动<sup>[3]</sup>和端面活齿传动<sup>[4]</sup>等。文献[3-9]较系统地研究了齿形综合、齿廓修形、受力分析与强度校核以及传动效率分析等问题, 并有部分传动形式获得了实际应用。文献[10]提出一种凸轮激波的摆动活齿传动装置, 其激波凸轮廓线采用标准椭圆曲线, 活齿齿廓为外圆曲线, 中心内齿轮的齿形则为与活齿啮合并按传动关系确定的封闭曲线。与现有采用双片圆盘相错 180°偏心布置作为激波器的摆动活齿传动结构相比, 其优点在于: 激波凸轮为几何轴对称结构, 不必在输入轴上偏心安装; 单片凸轮绕其几何中心回转即可实现活齿的激波运动, 并具有激波凸轮及中心内齿轮受力自平衡的性质, 从原理上避免了传动装置的振动激励。作者在凸轮激波摆动活齿传动原理的基础上, 得到了中心内齿轮的理论及工作齿形方程, 探讨了啮合副作用力的分析模型及算法。得到的齿廓方程及受力分析算法对于该传动装置的进一步分析, 如齿形修整、强度校核、刚度与效率估计、传动的结构设计以及齿形加工等具有借鉴意义。

## 1 传动原理

如图 1 所示, 凸轮激波摆动活齿传动装置主要由激波凸轮、摆动活齿、中心内齿轮和活齿架组成。其中, 激波凸轮廓线为椭圆曲线, 摆动活齿廓线为标准圆曲线, 各活齿通过柱销偏心地套装在活齿架上。激波凸轮在驱动力矩的作用下做匀速转动并产生径向作用力, 推动处于 2 个呈中心对称的啮合区(激波凸轮上的阴影部分)内的 1、2、3 号和 7、8、9 号摆动活齿在绕柱销转动的同时与中心内齿轮的工作齿廓啮合, 各摆动活齿与中心内齿轮工作齿廓相啮合产生的作用力又推动活齿架按给定的速比做等速圆周运动; 而处于非啮合区内的 4、5、6 号和 10、11、12 号活齿则在活齿架的反推作用下沿中心内齿轮的非工作齿廓运动, 并依次返回其工作起始位置, 从而完成运动和动力的传递。

## 2 内齿轮齿形方程

### 2.1 内齿轮理论齿形

在直角坐标系  $XOY$  中, 方程为  $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$  的标准椭圆曲线的极坐标形式可表示为

收稿日期: 2006-08-29。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50475042); 北京市自然科学基金资助项目(3062002); 北京工业大学研究生科技基础资助项目(ykj2005055)。

作者简介: 李剑锋(1964-), 男, 吉林舒兰人, 副教授。

$$\rho = ab / \sqrt{b^2 \cos^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi}, \quad \varphi \in [0, 2\pi) \quad (1)$$

式中,  $a$  和  $b$  分别为椭圆的长、短轴长度;  $\rho$  与  $\varphi$  分别为椭圆上任意一点的极径和极角.

图2中,  $XOY$  为与中心内齿轮固联的定坐标系, 其原点  $O$  为中心内齿轮的几何中心;  $X'OY'$  与  $X_1OY_1$  分别为激波凸轮及活齿架所在的连体坐标系, 它们均与定坐标系  $XOY$  共原点. 活齿的几何中心点为  $O_2$ , 固联于活齿架上的摆动活齿销柱的中心为  $O_1$  ( $O_1$  位于以原点  $O$  为圆心,  $R$  为半径的圆上).

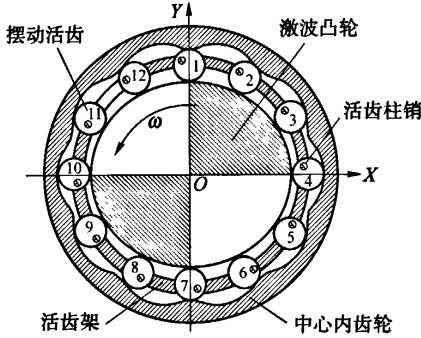
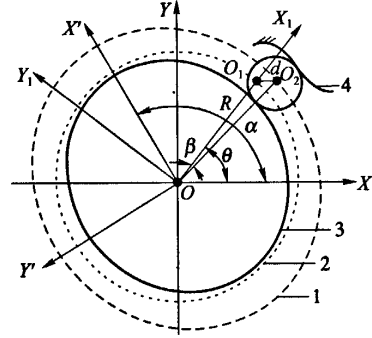


图1 凸轮激波摆动活齿传动原理

Fig.1 Principle of swing movable tooth transmission actuated by cam



1. 激波凸轮理论齿形 2. 活齿架所在的圆 3. 激波凸轮工作齿形 4. 中心轮工作齿形

图2 中心内齿轮齿形生成原理

Fig.2 Generation principle of tooth profile of inner gear

在传动过程中, 激波凸轮与活齿架按规定的速比做匀速回转, 激波凸轮的理论齿形(曲线1)推动活齿中心点  $O_2$  实现活齿的激波运动 ( $O_2$  点始终与激波凸轮的理论齿形保持接触). 由传动原理及图示坐标系的相对运动关系可知, 活齿中心点  $O_2$  在激波凸轮连体坐标系  $X'OY'$  中的运动轨迹即为激波凸轮的理论齿形, 而理论齿形以活齿半径  $r$  为偏置距的内等距曲线则为激波凸轮的工作齿形(曲线3). 此外, 由于受活齿架的约束, 活齿在随活齿架做匀速转动(公转)的同时又绕活齿销柱中心  $O_1$  做摆动运动(自转), 活齿中心点  $O_2$  的运动轨迹在坐标系  $XOY$  下展现为中心内齿轮的理论齿形, 而中心内齿轮的工作齿形则为其理论齿形偏置活齿半径  $r$  的外等距曲线(曲线4).

设坐标系  $XOY$ 、 $X'OY'$  及  $X_1OY_1$  在传动的初始位形处彼此重合, 且  $O_1$ 、 $O_2$  的初始位置均位于  $OX$  轴上. 活齿的偏心距(销柱中心  $O_1$  与摆动活齿中心点  $O_2$  间的距离)为  $d$ , 2个中心与坐标原点连线 ( $OO_1$  与  $OO_2$ ) 之间的夹角为  $\beta$ . 令激波凸轮连体坐标系  $X'OY'$  相对于固定坐标系  $XOY$  在任意时刻转过  $\alpha$ , 活齿架连体坐标系  $X_1OY_1$  依据给定的速比条件 ( $\alpha/\theta = i_{hg}^k$ ,  $i_{hg}^k$  为传动比) 同时转过  $\theta$ , 此时  $OO_2$  与坐标系  $XOY$  的  $OX$  轴呈  $(\theta - \beta)$ . 在坐标系  $X'OY'$  中,  $OO_2$  与  $OX'$  轴呈  $(\alpha + \beta - \theta)$ , 因为激波凸轮的理论齿形为已知的标准椭圆曲线, 根据式(1)得到  $OO_2$  的长度

$$|OO_2| = \rho = ab / \sqrt{a^2 \sin^2(\alpha + \beta - \theta) + b^2 \cos^2(\alpha + \beta - \theta)} \quad (2)$$

式中  $a$ 、 $b$  分别为激波凸轮理论齿形椭圆的长、短轴长度, 并有  $i_{hg}^k = \alpha/\theta$ . 在  $\triangle OO_1O_2$  中, 令  $OO_1 = R$ ,  $O_1O_2 = d$ ,  $OO_2 = \rho$ , 则根据三角形余弦定理得

$$d^2 = R^2 + \rho^2 - 2R\rho \cos \beta \quad (3)$$

综合式(2)、(3), 可以得到关于  $\rho$  的一次方程式

$$A\rho^4 + B\rho^2 + C = 0 \quad (4)$$

式中

$$A = (a^2 - b^2) \cos 2(i - 1)\theta$$

$$B = 2(a^2 - b^2) \cos 2(i - 1)\theta (R^2 - d^2) - 4R^2 b^2 - 4R^2 (a^2 - b^2) \cos^2(i - 1)\theta$$

$$C = (R^2 - d^2)^2 (a^2 - b^2) \cos 2(i - 1)\theta + 4a^2 b^2 R^2$$

由式(2)~(4)可得

$$\beta = \arccos[(R^2 + \rho^2 - d^2)/(2R\rho)] \quad (5)$$

$$\rho = \sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \quad (6)$$

式(6)中+、-号的选取视相关参数的具体量值而定。

又因活齿中心  $O_2$  与原点的连线  $OO_2$  相对于固定坐标系  $XOY$  的  $OX$  轴转过的角度为  $(\theta - \beta)$ , 可进一步得到中心内齿轮在固定坐标系  $XOY$  中的理论齿形方程

$$\begin{cases} x = \sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \cos(\theta - \beta) \\ y = \sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \sin(\theta - \beta) \end{cases} \quad (7)$$

## 2.2 内齿轮工作齿形

激波凸轮的工作齿形为其理论齿形的以活齿半径  $r$  为偏置距的内等距曲线, 其方程可写为

$$\begin{cases} X_1 = a \cos(\theta - \beta) \pm r \cos\{\text{tg}^{-1}[(a/b)\text{tg}(\theta - \beta)]\} \\ Y_1 = b \sin(\theta - \beta) \pm r \sin\{\text{tg}^{-1}[(a/b)\text{tg}(\theta - \beta)]\} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $X_1$  在一、四象限时取+, 位于二、三象限取-;  $Y_1$  则相反。

中心内齿轮的工作齿形为其理论齿形以活齿半径  $r$  为偏置距的外等距线, 根据式(5)~(7)其方程可表示为

$$\begin{cases} X = \sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \cos(\theta - \beta) \pm r \cos \zeta \\ Y = \sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \sin(\theta - \beta) \pm r \sin \zeta \end{cases} \quad (9)$$

式中, +、- 由该点所处的象限决定<sup>[9]</sup>;  $\zeta$  为活齿与中心内齿轮啮合点处公法线方向与  $X$  轴正向的夹角, 且有

$$\zeta = \text{tg}^{-1} \left[ -\frac{d[\sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \cos(\theta - \beta)]}{d[\sqrt{(-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC})/2} \sin(\theta - \beta)]} \right] \quad (10)$$

## 2.3 内齿轮齿形实例

设中心内齿轮齿数  $z_1 = 24$ , 活齿数  $z = 26$ , 活齿架的柱销分布圆半径  $R = 100$  mm, 激波凸轮理论齿形对应的椭圆长轴  $a = 120$  mm, 短轴  $b = 114$  mm, 活齿半径  $r = 20$  mm, 摆动活齿的偏心距  $d = 8$  mm。

图3即为根据上述各参数绘制的中心内齿轮的理论齿形(曲线1)、工作齿形(曲线2)。由图可以看出, 中心内齿轮的理论和齿形均为不存在过渡尖点的平滑曲线。

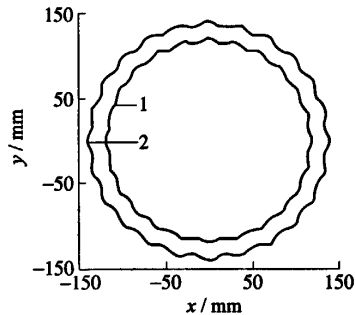


图3 内齿轮理论(曲线1)及工作齿形(曲线2)

Fig. 3 Inner gear's academic (shape 1) and work (shape 2) tooth profile

## 3 啮合副受力分析

### 3.1 受力分析及算法

凸轮激波摆动活齿传动第  $i$  个啮合副的力传递等效于图4所示的激波凸轮-活齿架-摆动活齿组合机构, 且整个传动装置通过若干个并列的组合机构共同实现运动及动力传递。因此, 可在对第  $i$  个啮合副进行受力分析的基础上构造啮合副作用力的求解算法。为了便于分析并使问题简化, 做如下假设: 1) 各构件无制造误差, 整机无装配误差; 2) 活齿与内齿轮、活齿架及激波凸轮啮合副之间为接触弹性小变形; 3) 因活齿的质量相对较小, 故忽略其惯性力; 4) 不考虑啮合副各元素之间摩擦力的影响。

3.1.1 活齿受力平衡方程

图4中,  $O_{i2}$ 及  $O_{i1}$ 分别为第  $i$  个活齿中心与第  $i$  个活齿的柱销中心;  $A_i$  与  $B_i$  为活齿与激波凸轮及中心内齿轮齿廓的接触点;  $O$  为活齿架的回转中心.

设  $F_{si}$  为活齿与活齿架间的接触法向啮合力, 其力作用线通过点  $O_{i1}$ ;  $F_{ji}$ 、 $F_{ni}$  分别为活齿与激波凸轮及中心内齿轮之间的接触法向力的大小, 二者的作用线皆通过点  $O_{i2}$ . 根据图5所示活齿受力平衡关系, 可由  $\sum F_i(x)=0$  以及  $\sum F_i(y)=0$  分别得到

$$\begin{cases} F_{si} \sin \theta_i + F_{ji} \cos(\theta_i + \gamma_i - \beta_i) = F_{ni} \cos \zeta_i \\ F_{si} \cos \theta_i + F_{ni} \sin \zeta_i = F_{ji} \sin(\theta_i + \gamma_i - \beta_i) \end{cases} \quad (11)$$

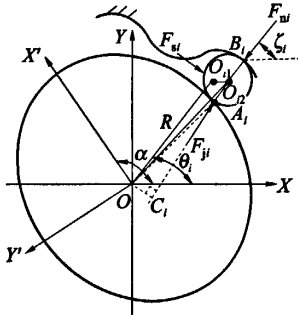


图4 凸轮-齿架-活齿组合机构

Fig.4 Cam-tooth shelf-movable tooth combinatorial linkage

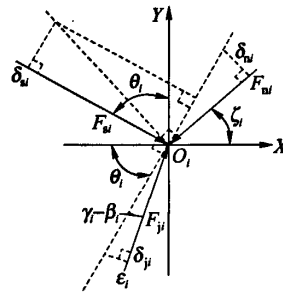


图5 摆动活齿受力以及变形转换

Fig.5 Force analysis and distortion conversion of swing movable tooth

由受力三角形正弦定理得

$$\frac{F_{ji}}{\sin(\pi/2 - \theta_i + \zeta_i)} = \frac{F_{si}}{\sin(\theta_i + \gamma_i - \beta_i - \zeta_i)} = \frac{F_{ni}}{\sin(\pi/2 + \beta_i - \gamma_i)} \quad (12)$$

式中,  $\beta_i$  为第  $i$  个活齿的几何中心及柱销中心与回转中心的连线( $OO_{i1}$ 与  $OO_{i2}$ )之间的夹角, 可根据式(5)求得, 即  $\beta_i = \beta(\rho_1)$ ;  $\zeta_i$  为第  $i$  个活齿与内齿轮齿形接触点  $B_i$  处外法线方向与  $OX$  轴的夹角, 其计算关系为式(10);  $\gamma_i$  为  $OO_{i2}$ 与  $O_{i2}A_i$  的夹角;  $\theta_i$  为第  $i$  个活齿柱销中心  $O_{i1}$ 到  $O$  点的连线与  $OX$  轴的夹角, 且有

$$\theta_i = \theta + (i - 1)\Delta\varphi \quad (13)$$

式中,  $\Delta\varphi$  为活齿架上相邻 2 个活齿柱销中心所对应的圆心角, 且有  $\Delta\varphi = 2\pi/z (z = 2i_{hg}^k)$ ;  $\theta$  对应于活齿架转角.

$\gamma_i$  的计算公式为

$$\gamma_i = \cos^{-1}[(\rho_1^2 + r^2 - \rho_2^2)/(2\rho_1 r)] \quad (14)$$

其中  $\rho_1$  为  $OO_{i2}$  的长度, 其计算公式为

$$\rho_1 = |OO_{i2}| = ab / \sqrt{b^2 \cos^2(\alpha - \theta_i + \beta_i) + a^2 \sin^2(\alpha - \theta_i + \beta_i)} \quad (15)$$

在图4中, 令  $|OA_i| = \rho_2$ , 则激波凸轮齿形方程可以由式(8)得到, 并有

$$\rho_2 = |OA_i| = \sqrt{X_{1i}^2 + Y_{1i}^2} \quad (16)$$

式中  $X_{1i} = a \cos(\theta_i - \beta_i) \pm r \cos\{\text{tg}^{-1}[(a/b)\text{tg}(\theta_i - \beta_i)]\}$   
 $Y_{1i} = b \sin(\theta_i - \beta_i) \pm r \sin\{\text{tg}^{-1}[(a/b)\text{tg}(\theta_i - \beta_i)]\}$

3.1.2 力矩平衡方程

在稳定工作状态下, 任意时刻作用在激波凸轮上的所有力矩之和为 0. 如图4所示,  $F_{ji}$  的作用线通过啮合点  $A_i$ , 若已知作用于激波凸轮的输入力矩  $M_0$ , 则有

$$M_0 = \sum_{i=m}^n F_{ji} |OC_i| + \sum_{i=p}^q F_{ji} |OC_i| = \sum_{i=m}^n F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i + \sum_{i=p}^q F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i \quad (17)$$

式中,  $m, p$  和  $n, q$  为分别处于 2 个不同啮合区活齿的最小与最大编号;  $OC_i$  为作用力臂长度.

### 3.1.3 接触变形方程

理论上摆动活齿轮与内齿轮、激波凸轮及活齿架之间是通过线接触进行动力传递的, 考虑到会发生弹性小变形, 各接触变形可由图 6 所示长为  $2L_1$ 、宽为  $L_2$  的小面积域来描述.  $L_1$  可由 Hertz 公式确定<sup>[11]</sup>

$$L_1 = \sqrt{\frac{4F}{\pi L_2} \left[ \lambda \left( \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right) \right]} \quad (18)$$

式中,  $F$  为接触点处的作用载荷;  $\mu_1, \mu_2$  为 2 个接触构件材料的泊松比;  $E_1, E_2$  为材料的弹性模量, 且有

$$1/\lambda = 1/\lambda_1 \pm 1/\lambda_2 \quad (19)$$

式中,  $\lambda_1, \lambda_2$  分别为接触构件在接触点处的曲率半径, 若取  $\lambda_1$  对应于活齿滚子半径,  $\lambda_2$  对应于激波盘半径及内齿轮齿形的曲率半径, 则在接触齿形为凸时取+, 为凹时取-; 因活齿架接触面为平面, 与活齿接触点处的曲率半径为无穷大, 故  $1/\lambda_2 \rightarrow 0$ , 此时  $\lambda = \lambda_1$ .

根据图 6 可知, 接触点处的接触法向变形为

$$\delta = (\lambda_2 \pm \lambda_1) - (\sqrt{\lambda_2^2 - L_1^2} \pm \sqrt{\lambda_1^2 - L_1^2}) \quad (20)$$

式中, 凸-凸接触啮合时取+, 凸-凹接触啮合时取-, 各对应项应根据啮合副的具体情况代入相应的量值.

对于平-凸啮合接触, 接触法向变形为

$$\delta = \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - L_1^2} \quad (21)$$

### 3.1.4 变形协调方程

设活齿架不转动, 且  $\delta_{si}, \delta_{ni}$  和  $\delta_{ji}$  分别为在输入载荷作用下第  $i$  个活齿与活齿架、内齿轮及激波凸轮间的接触法向变形. 由于弹性变形的存在, 活齿相对于其初始位置将产生微位移, 该位移将通过激波凸轮的微小转动  $\Delta\tau$  来补偿. 此外, 啮合副处的接触变形将达到变形协调(见图 7), 并有

$$\epsilon_i = \delta_{ji} + \delta'_{ni} + \delta'_{si} \quad (22)$$

式中,  $\epsilon_i$  为第  $i$  个活齿与激波凸轮发生微小转动所对应的激波凸轮的受力方向 ( $\delta_{ji}$  变形方向) 的微位移,  $\delta'_{ni}$  和  $\delta'_{si}$  分别为活齿与内齿轮及活齿架处接触变形在激波凸轮的受力方向引起的伴生微位移, 且经进一步分析(见图 5)有

$$\delta'_{ni} = \delta_{ni} \cos(\gamma_i - \beta_i) / \cos(\theta_i - \zeta_i) \quad (23)$$

$$\delta'_{si} = \delta_{si} \cos(\gamma_i - \beta_i) \text{tg}(\theta_i - \zeta_i) \quad (24)$$

激波凸轮发生微转动所对应的激波凸轮受力方向的微位移为

$$\epsilon_i = \Delta\tau |OC_i| = \rho_1 \Delta\tau \sin \gamma_i \quad (25)$$

式中  $\Delta\tau$  为对应于图 7 所示的啮合副变形协调的激波凸轮微小转角.

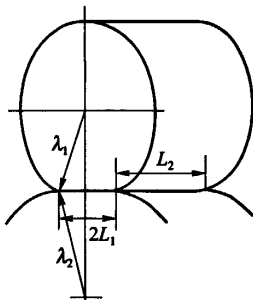


图 6 接触变形

Fig. 6 Contact distortion

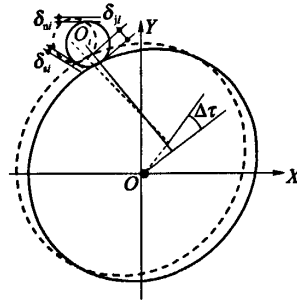


图 7 变形协调

Fig. 7 Distortion corresponding

### 3.1.5 算法

式(11)~(25)联立构成了凸轮激波摆动活齿传动的啮合副受力分析模型, 依据该模型进行啮合副受力分析的步骤如下:

- 1) 由给定的几何参数及啮合状态确定计算过程中的相关参数,如  $\zeta_i$ 、 $\gamma_i$  及各接触点处的曲率半径等;
- 2) 由式(11)、(12)得到  $F_{si}$ 、 $F_{ni}$  以  $F_{ji}$  为变量的显性表达式;
- 3) 将  $F_{ji}$ 、 $F_{si}$  及  $F_{ni}$  代入式(18)后,再将式(18)、(19)代入式(20)、(21)得到各接触变形  $\delta_{ji}$ 、 $\delta_{si}$  和  $\delta_{ni}$  表达式(均以  $F_{ji}$  为变量);
- 4) 将求得的  $\delta_{si}$  和  $\delta_{ni}$  代入式(23)及式(24),得到  $\delta'_{si}$  和  $\delta'_{ni}$  的表达式(以  $F_{ji}$  为变量);
- 5) 在给定的激波凸轮驱动力矩  $M_0$  作用下,从 0 开始取值,用小步长搜索法赋给激波凸轮微小转角  $\Delta\tau$  微小的初值,由式(25)确定  $\epsilon_i$ ;
- 6) 将  $\epsilon_i$ 、 $\delta_{ji}$ 、 $\delta'_{si}$  和  $\delta'_{ni}$  代入式(22)求解  $F_{ji}$ ;
- 7) 利用式(17)计算  $\sum_{i=m}^n F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i + \sum_{i=p}^q F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i$ , 并以  $\Delta\delta = \left| \sum_{i=m}^n F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i + \sum_{i=p}^q F_{ji} \rho_1 \sin \gamma_i - M_0 \right|$  为迭代控制变量. 如  $\Delta\delta$  的值收敛且满足计算精度的要求,则停止迭代,并根据得到的  $F_{ji}$  确定其他啮合副作用力  $F_{si}$ 、 $F_{ni}$ . 否则,微调  $\Delta\tau$  的步长后重复步骤 5)~7),直至搜索到满足要求的  $\Delta\delta$  值为止.

### 3.2 计算实例

实例中,中心内齿轮齿数、活齿数、传动比、活齿架柱销分布圆半径、活齿半径、活齿偏心距以及激波凸轮理论廓线椭圆的长、短轴等参数与内齿轮齿形实例的对应参数相同. 内齿轮、激波凸轮及活齿材料的弹性模量皆为  $E = 206 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\mu = 0.3$ ,活齿与激波凸轮的啮合长度为  $10 \text{ mm}$ ,激波凸轮的输入力矩  $M_0 = 400 \text{ N}\cdot\text{m}$ . 装置的传动状态为:活齿架输出转角  $\theta = 7^\circ$ ,对应的激波凸轮转角  $\alpha = 91^\circ$ . 将活齿按顺序依次编为 1~26 号,并以距  $OX$  轴逆时针转角最小的活齿为 1 号活齿. 当取  $\Delta\tau = 10^{-4} \text{ rad}$ ,且  $\Delta\delta$  的误差范围在 2% 时,根据前述分析模型及算法得到的啮合副受力分析结果如表 1 所示.

表 1 啮合副作用力结果

Table 1 The results of engagement pairs' forces

活齿编号	$F_{ji}/\text{N}$	$F_{ni}/\text{N}$	$F_{si}/\text{N}$	活齿编号	$F_{ji}/\text{N}$	$F_{ni}/\text{N}$	$F_{si}/\text{N}$
7	442.7	172.1	449.3	20	443.1	173.8	450.4
8	660.1	432.4	783.0	21	663.2	437.5	658.0
9	779.0	639.6	708.2	22	780.1	640.2	785.9
10	794.7	689.1	654.5	23	794.8	689.3	812.9
11	722.0	479.3	811.8	24	722.2	479.1	710.8
12	561.7	238.4	550.5	25	562.3	239.1	552.7
13	237.9	32.7	253.9	26	238.1	32.9	254.8

由表 1 可以看出,受力活齿分别位于 2 个呈中心对称分布的啮合区域中,2 啮合区中各对称布位啮合副的作用力( $F_{ji}$ 、 $F_{ni}$  和  $F_{si}$ )等值反向(量值的差异为计算精度所致),激波凸轮及内齿轮受力自平衡;在 2 啮合区域内的啮合副作用力均随活齿排列序号的增大呈现递减趋势. 与图 3 中的中心内齿轮齿廓相对应,在 2 啮合区域内的啮合副作用力均随活齿排列序号的增大呈现平稳的由小到大再由大到小的趋势.

## 4 结束语

作者导出了凸轮激波摆动活齿传动中心内齿轮的齿形方程,给出了理想状态下的啮合副受力模型及算法,并结合实例分析初步获得了此类摆动活齿传动的啮合副作用力分布趋势. 在此基础上,可进一步进行传动装置的结构设计、强度校核及刚度分析.

### 参考文献:

[1] 陈仕贤. 活齿波动传动——啮合原理与齿形设计[J]. 北京航空学院学报, 1978, 11(2): 37-61.

CHEN Shi-xian. Waving transmission based on sliding teeth: mesh theory and teeth profile design [J]. Journal of Aeronau-

- tics, 1978, 11(2): 37-61. (in Chinese)
- [2] 曲继方. 活齿传动理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- [3] 李瑰贤, 杨伟君, 顾晓华. 滚柱活齿传动受力分析的研究[J]. 机械设计, 2002, 17(1): 18-20.  
LI Gui-xian, YANG Wei-jun, GU Xiao-hua. A study on the mechanics model of roller movable tooth transmission [J].  
Machine Design, 2002, 17(1): 18-20. (in Chinese)
- [4] 张佑林, 陈亮, 王成刚, 等. 活齿端面谐波齿轮啮合副受力状态的理论研究 [J]. 机械传动, 2006, 30(2): 4-6.  
ZHANG You-lin, CHEN Liang, WANG Cheng-gang, et al. The stress of the end face harmonic gear pair of oscillating tooth  
[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(2): 4-6. (in Chinese)
- [5] 李剑锋, 王新华, 陈仕贤, 等. 复式滚动活齿传动的效率估算[J]. 北京工业大学学报, 2006, 32(1): 21-26.  
LI Jian-feng, WANG Xin-hua, CHEN Shi-xian, et al. Efficiency estimation of the compound rolling teeth transmission [J].  
Journal of Beijing University of Technology, 2006, 32(1): 21-26. (in Chinese)
- [6] 曲继方. 活齿传动齿廓修形原理及方法研究[J]. 机械工程学报, 1991, 27(2): 84-90.  
QU Ji-fang. Profile modification principle and method research of movable teeth transmission [J]. Chinese Journal of  
Mechanical Engineering, 1991, 27(2): 84-90. (in Chinese)
- [7] 孙玉鑫, 张才富, 吴凤和, 等. 外波式活齿减速器传动效率计算[J]. 机械工程学报, 1994, 30(6): 35-40.  
SUN Yu-xin, ZHANG Cai-fu, WU Feng-he, et al. Efficiency calculation of external wave sliding-tooth reducer [J]. Chinese  
Journal of Mechanical Engineering, 1994, 30(6): 35-40. (in Chinese)
- [8] 梁尚明, 张均富, 徐礼钜, 等. 摆动活齿传动系统振动的动力学模型[J]. 振动工程学报, 2003, 16(3): 285-289.  
LIANG Shang-ming, ZHANG Jun-fu, XU Li-ju, et al. Dynamic model of swing movable teeth transmission system vibration  
[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(3): 285-289. (in Chinese)
- [9] 李瑰贤, 杨伟君, 顾晓华. 滚柱活齿传动的啮合理论及齿廓接触区数值仿真[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2001, 6(4):  
28-31.  
LI Gui-xian, YANG Wei-jun, GU Xiao-hua. Study on mesh theory of roller oscillating tooth gear drive and numerical value  
simulation of tooth profile contact area[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2001, 6(4): 28-31. (in  
Chinese)
- [10] 李剑锋, 王新华, 王青云. 一种双相凸轮激波的摆动活齿传动装置: 中国, ZL200420077535.0[P]. 2004-10-06.
- [11] 白明华, 刘洪斌. 工程弹性力学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.

## Tooth Profile and Meshing Force Analysis of the Swing Movable Tooth Transmission Actuated by Cam

LI Jian-feng, DONG Xin-rui, ZHOU Li-yan

(The Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology of Beijing Municipality,  
Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

**Abstract:** In order to investigate meshing force of the swing movable tooth transmission actuated by cam, academic and work tooth profile equations of the central inner gear are deduced based on its transmission principle. According to the suppose of stretch small distortion and distortion congruity, the model and algorithm of meshing force analysis under theoretic meaning are proposed, the presented method is illuminated through an example of meshing force calculation, and the distributing tendency of meshing force of this type of transmission device is assumably acquired.

**Key words:** swing movable tooth transmission; cam actuating; profile equations; meshing force