# 连杆曲线上带有尖点的曲柄滑块机构与导杆机构综合

白师贤

（基础课部）

摘　　要

本文提出了按连杆曲线上一个或两个予定尖点和尖点处曲线的切线方向的曲柄滑块机构和导杆机构的几何综合法。

# Synthesis of Slider Crank and Swing Block Linkage Mechanisms with One or Two-Cusped Coupler Curves

Bai Shi—xian

**Abstract**

In this article, a geometrical method of synthesis of planar sliding block and swing block linkage mechanisms with one or two cusped coupler curves and predetermined tangent lines at the cusps is presented.

带有尖点的连杆曲线，由于尖点处的瞬停特性而有较大的实用意义，可用于打字机、记录仪、机械手等装置中。

关于带尖点连杆曲线的铰接四杆机构综合问题，文献中已有一些研究。用图解法作轨迹上两或三个尖点的综合，见文[1][2]；轨迹上带一或二个尖点的可调机构综合，见文[3]，按三个尖点的六杆机构综合，见[4]。

铰链四杆机构只由转动付组成，结构最简单，而且能在一条连杆曲线上得到三个预定的

本文于1984年7月11日收到。

尖点（但所得到的机构没有曲柄），用它来进行带尖点的轨迹综合确有其优点。但曲柄滑块机构和导杆机构也是同样简单的常用机构。本文提出了这两类机构按照一个尖点和轨迹在尖点处的切线方向的综合方法以及按轨迹上两个指定尖点的综合方法。

## 一、曲柄滑块机构按照轨迹上有一或两个尖点的综合方法

### 1. 按照指定轨跡上一个尖点和轨跡在尖点处的切线方向的综合

设$S$点为轨迹上的一个尖点，并指定了轨迹在此点的切线方向为$\overline{Sn}$（图1，$\overline{Sn}$应为瞬心线的公法线方向），要求综合相应的曲柄滑块机构。综合时，主要根据轨迹上的尖点应为某瞬时连杆平面的瞬心并应用熟知的Bobillier定理。作法如下：

（1）由已知的$\overline{Sn}$方向作出瞬心线的公切线方向$\overline{St}$。

（2）选取固定铰链位置$A_0$和固定导路的方向$\overline{A_0y_0}$。

（3）联接$\overline{SA_0}$，得到射线$r_1$，此射线即蜕化的奇异焦点园$f$[5][6]。再由$S$作固定导路的垂线$r_2$，这样也就确定了连杆三角形的顶角$\gamma$。

（4）量取$r_2$与$\overline{St}$的夹角$\beta$。作与$r_1$夹$\beta$角的直线$\overline{Sa}$，$\overline{Sa}$与过$A_0$并垂直$A_0y_0$的直线交于点$Q$，$PQ$为共线轴。

（5）作过$Q$并平行$A_0y_0$的直线$Qy$，$Qy$即固定导路位置。$Qy$与$r_1$交于铰链$A$。这样就完成了几何尺寸的综合。

当机构的各参数不变而只加长曲柄，使固定铰由$A_0$改为$A_0'$（图2），则得到可调整机构，其调整前后的轨迹有一个公共尖点$S$，轨迹切线由$\overline{Sn}$改变为$\overline{Sn'}$，如图2所示。

由图1显而易见，轨迹的切线方向与导路的夹角应为$\beta$，即共线轴$PQ$与射线$r_1$的夹角。

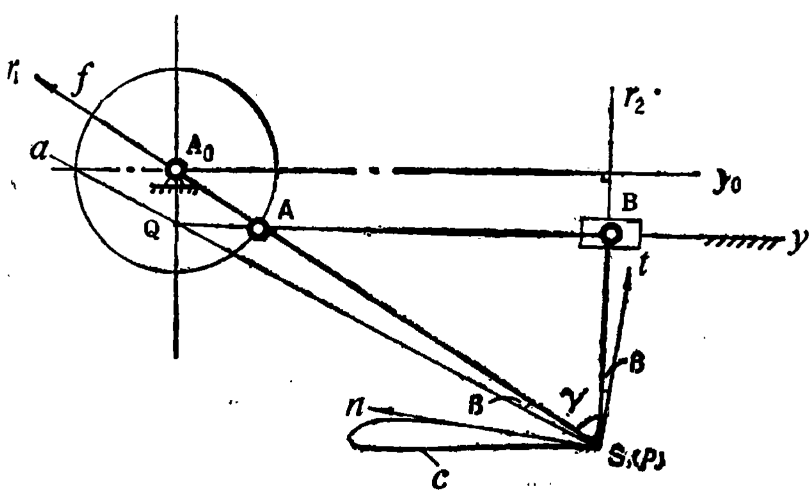


图 1

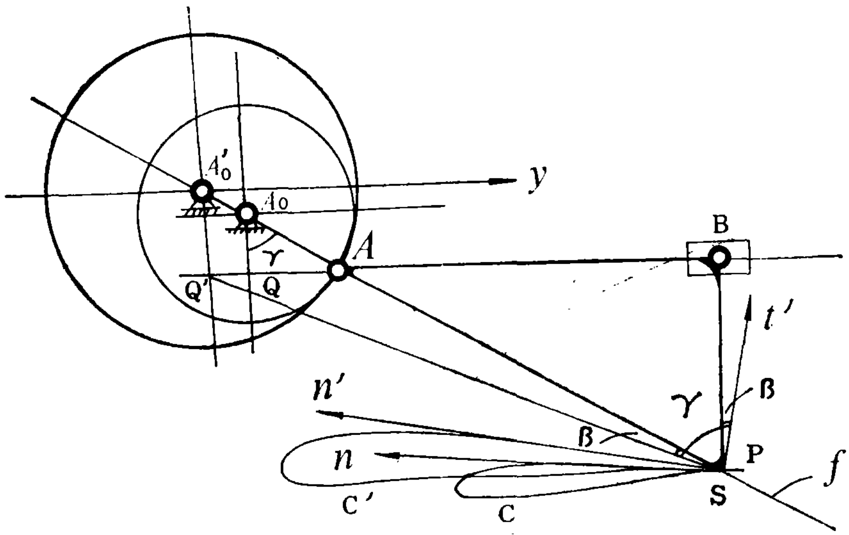


图　2

## 2．按照指定轨迹上两个尖点和轨迹在尖点处切线方向的综合

曲柄滑块机构的连杆曲线最多有两个尖点，两个尖点都应位于奇异焦点园上，这里园蜕化为直线 $f_0$。按照两个预定尖点的综合可如下进行。设 $S_1$、$S_2$ 为指定的尖点位置(图3)，为了使 $S_1$、$S_2$ 在直线 $f$ 上，又要使 $S_1$、$S_2$ 成为连杆平面在某位置的瞬心，取连杆三角形为直角三角形（$\gamma=90°$），这样，$f$ 将与图中的 $y$ 轴重合（$f$ 与 $x$ 轴夹角为 $\gamma$），过 $S_1$、$S_2$ 作直线为 $y$ 轴。取曲柄长 $\overline{O_AA_1}=\frac{1}{2}(\overline{S_1S_2})$，再取适当的连杆长 $\overline{AB}$ 和偏距 $\overline{BS}$，就完成

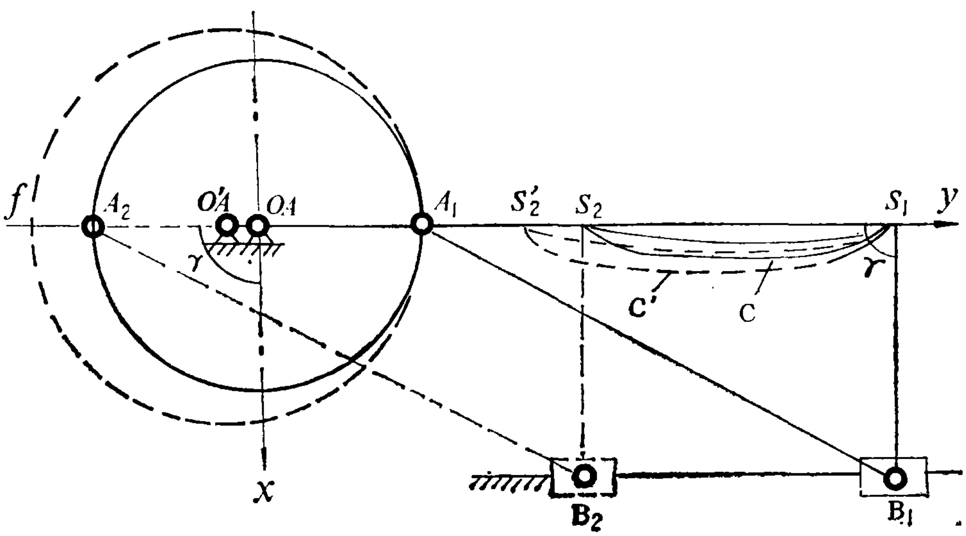


图　3

了机机构尺寸的综合。连杆平面上的 $S_1$ 点将画出有两个尖点的轨迹 $C$。

将曲柄长调整成为 $O'_A A_1$，所得到的轨迹 $C'$ 上的两个尖点 $S_1$、$S'_2$ 如图3所示。这样，就得到了轨迹上有两个尖点的可调机构，其中一个尖点调整时位置不变。

如机构不满足有曲柄条件，如图4中所示（连杆长小于曲柄与偏距长的和），则得到的轨迹形状将有较大的变化。

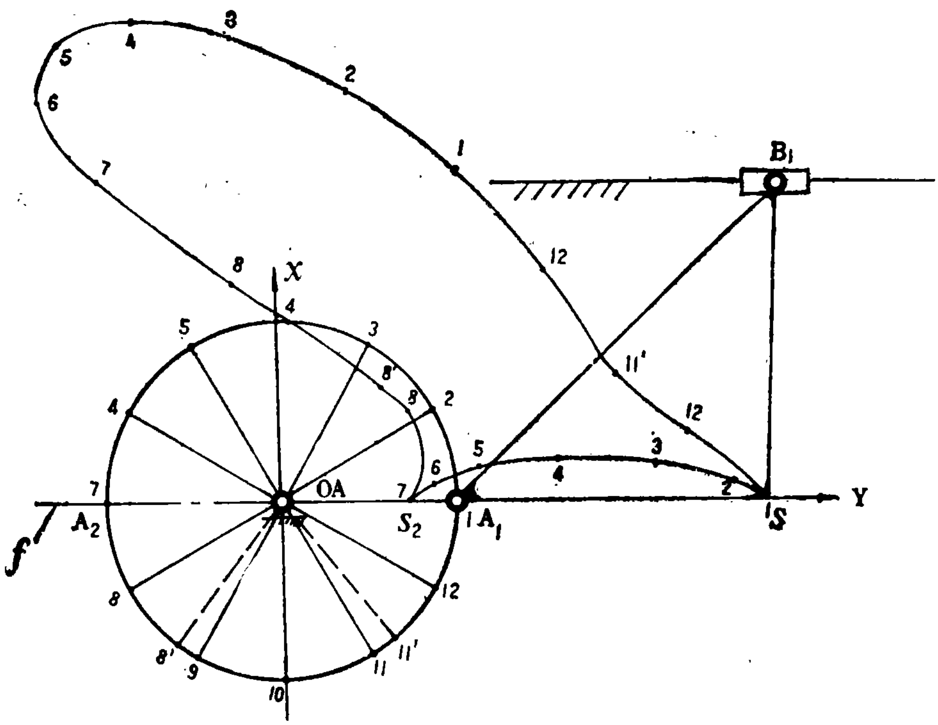


图 4

若指定轨迹上的两个尖点 $S_1$、$S_2$ 和在尖点处轨迹的切线方向 $\overline{S_1n_1}$ 和 $\overline{S_2n_2}$，则 $\overline{S_1n_1}$、$\overline{S_2n_2}$ 分别与 $\overline{S_1S_2}$ 夹 $\beta_1$、$\beta_2$ 角（图5）。由图可导出

$$\overline{O_AS_2}=\overline{S_1S_2}\Big/\left(\frac{\mathrm{tg}\beta_2}{\mathrm{tg}\beta_1}-1\right)$$

已知 $S_1$、$S_2$、$\beta_1$、$\beta_2$ 时，上式右侧均为已知，可以算出 $\overline{O_AS_2}$。这时可按以下步骤综合：

（1）作出 $y$ 轴上的 $S_1$、$S_2$、$O_A$ 三点。

（2）由 $S_1$ 作与 $y$ 轴夹 $\beta_1$ 角的直线交 $x$ 轴于 $Q_1$（图5）。

（3）由 $\overline{O_AA_1}=\frac{1}{2}\overline{S_1S_2}$ 已知，作出点 $A_1$。

（4）联 $O_1A_1$ 直线，另外过 $S_1$ 点作直线垂直于 $y$ 轴，两直线的交点即 $B_1$。机构的第

一位置完全作出。

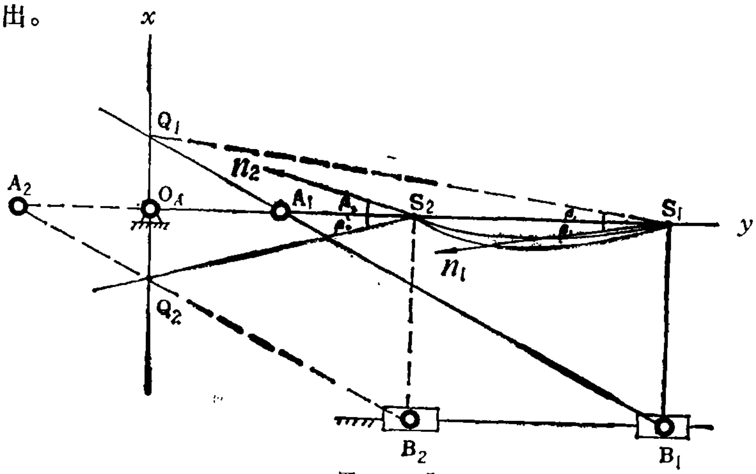


图 5

## 二、导杆机构按照轨迹上有一或两个尖点的综合方法

### 1. 按照轨跡上一个指定尖点和尖点处轨跡的切线方向的综合

设已知点 $S$ 和过 $S$ 点轨迹的切线方向 $\overline{Sn}$（图 6），则综合可按下述进行：

（1）定出瞬心线切线 $\overline{St}$。

（2）过 $S$ 作两射线 $r_1$，$r_2$，其夹角为 $\gamma$（图 4 中 $\gamma$ 取 90°）。在 $r_1$ 上取 $O_A$。

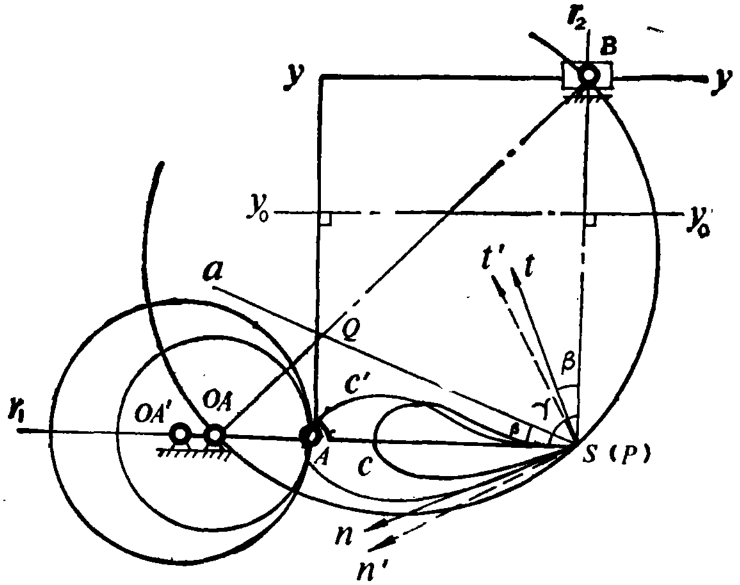


图 6

（3）垂直于射线 $r_2$ 作导杆方向 $y_0y_0$。

（4）作与 $r_1$ 夹 $\beta$ 角的直线 $\overline{Sa}$，此即共线轴。在 $r_1$ 上取销 $A$ 位置，由 $A$ 向 $y_0y_0$ 作垂

线与共线轴交于$Q$。延长$O_AQ$交$r_2$于点$B$，作过$B$点并平行于$y_0y_0$的直线$yy$，即为导杆位置。至此机构的参数均已定出（注意，为了作图简单，$\gamma$取90°，但叙述不失一般性）。

图6也给出了调整曲柄长，使用固定销成为$O_A'$时所画的轨迹$C'$。

**2. 按照轨跡上两个尖点的综合**

设$S_1$、$S_2$为轨迹上的两个尖点（图7），此两点既应在焦点园$f$上[5][6]，又是连杆平面在各相应位置的瞬心，因而可采取下面提出的综合方法。

（1）作$S_1S_2$联线的中垂线$m_{12}$。

（2）任选$O_A$，过$S_1$、$S_2$、$O_A$作园，此即焦点园$f$。$m_{12}$交此园于$O_B$。

（3）分别作$S_1O_B$，$S_2O_B$的垂线，得到导杆的两个对应位置$x_1$与$x_2$。

（4）$O_B$是连杆两个位置的转动极点（连杆平面上$\triangle S_1E_1O_B$绕$O_B$转$\varphi$角得$\triangle S_2E_2O_B$）。过$O_B$作直线$l_1$与$O_AO_B$夹$\frac{\varphi}{2}$角，$l_1$与$O_AS_1$的交点即$A_1$。机构参数完全确定。

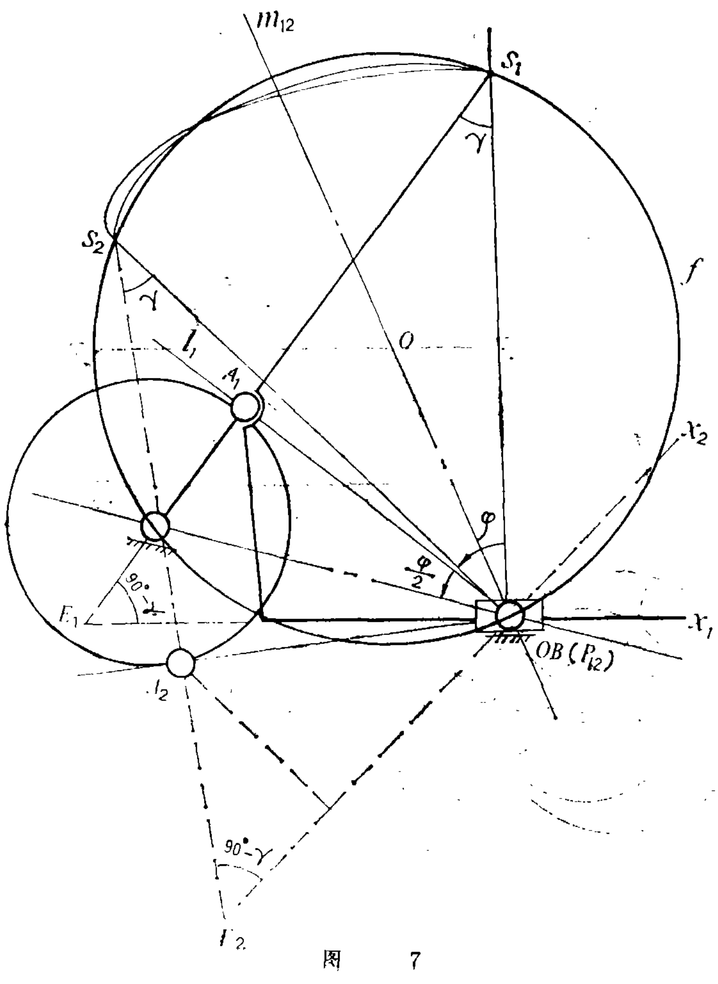


图　7

## 参 考 文 献

[1] R. Beyer: The Kinematic Synthesis of Mechanisms, 1963. §99.

[2] K. Hain: Angewandte Getriebelehre, 1961, 12.13.

[3] D. C. Tao and S. Krishnamoorthy: Linkage Mechanism Adjustable for Variable Coupler Curves With Cusps. Mechnism and Machine Theory, Vol. 13 №. 6 . 1978.

[4] Hirroshi Shimojima and Kiyoshi Ogawa: synthesis of Planar Six-Link Path-Generator, Bulletin of the JSME, Vol. 15, №. 90, 1972.

[5] И. И. Армоболевский, э. ш. Блох: В. В. Добровский, Синмез Механизмов, 1944. §34, §35, §36.

[6] K. H. Hunt: Kinematic Geometry of Mechanisms, 1978. Chapter 7 .