

# 地铁次优定价模型研究

陈进杰<sup>1,2</sup>

(1. 石家庄铁道大学 河北省交通安全与控制重点实验室, 石家庄 050043;

2. 北京交通大学 土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:**以次优定价理论为基础,系统分析了城市地铁定价理论与方法,提出了地铁次优定价模型.以社会福利最大化为目标函数,以地铁经营者无财政赤字为约束条件,考虑减少温室气体排放和交通方式分担率因素,区分通勤消费者和非通勤消费者,给出地铁月票和一般票的定价方法.以北京 2005 年地铁运营相关数据和日本的碳排放统计数据为基础,考虑了土建工程维护等费用,进行了实例计算,因考虑了低碳经济的因素,结果略低于实际票价,验证了模型的合理性.

**关键词:**城市轨道交通;交通需求;地铁定价;次优理论;边际成本;运营成本

**中图分类号:** U 231.92

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2011)11-1644-06

城市轨道交通作为一种绿色交通方式在解决城市交通拥堵、拉大城市空间格局方面作用显著.截止 2010 年底,我国大陆已经有北京、上海、天津等 12 座城市开通了城市轨道交通线路,运营线路合计 48 条,正线总里程近 1 400 km.同时杭州、西安、苏州、成都等城市轨道交通建设也已经得到批准建设,全国城市已有轨道交通规划、建设的近 36 个.到 2016 年,全国轨道交通运营线路总长将达到 2 500 km.

Tabuchi<sup>[1]</sup>研究了公共交通票价的制定及其对交通方式选择的影响. Marvin 等<sup>[2]</sup>提出了包含用户出行用时的城市轨道交通的票价和服务优化模型.赵良杰等<sup>[3]</sup>提出了用 Ramsey 定价模型和“高峰负荷定价法”确定介于边际成本和盈亏平衡点之间的最优票价,并运用计量经济学的方法对轻轨价格需求弹性系数和运营成本进行近似估算,确定了分段计程制的票价方案.汤薇等<sup>[4]</sup>从便于乘客理解的角度,考虑乘客应该承担的成本及公平性问题,提出了基于生命周期客流分摊成本的城市轨道交通定价方法.然而,城市轨道交通作为一种绿色交通方式,上述研究中碳排放因素并没有充分考虑.本研究制定低碳经济地铁票价定价规则,从理论与实践上探讨票价制定方法,进而提出低碳经济的次优定价模型.

## 1 城市交通

轨道交通具有环保、节能的优势,大力发展轨道交通,提高高速铁路、城市地铁和轻轨为代表的新型轨道交通在交通体系中的地位和作用,就要实施公交优先的城市交通战略,大力发展城市轨道交通,减少因交通而产生的碳排放.

10 a 来全球 CO<sub>2</sub> 排放总量增加了 13%,其中源自交通工具的碳排放增长率达 25%.因此,发展高效环保的轨道交通,成为减少温室气体排放、应对气候变化的关键.不同交通工具的温室气体排放存在较大差异,轨道交通的人均碳排放明显低于飞机、汽车等.相对于其他交通工具,轨道交通能耗低、效率高、技术水平领先,具有节能优势.如果以普通铁路每人千米消耗能源为 1 个单位,那么高速铁路是 1.3,公共汽车是 1.5,小汽车是 8.8,飞机是 9.8.截至 2011 年 2 月底,全国机动车保有量 2.11 亿辆,其中汽车保有量为 7 000 余万辆,成为重要的碳排放源.以轨道交通作为公共出行方式、以可再生能源作为动力支持,有利于发展新能源,降低对石油资源的依赖,是促进低碳发展的重要模式.

收稿日期: 2010-05-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51008201).

作者简介: 陈进杰(1963—),河北宁晋人,教授,博士生.

## 2 次优定价模型

### 2.1 定价模型

城市地铁是自然垄断行业,其定价由政府主管部门决策制定,地铁的定价与补贴机制是公用事业良性发展问题的核心<sup>[5]</sup>。以利己为行为动机的完全竞争的市场经济将会导致帕累托最优,即如果每个消费者都为了自身的效用最大化,每个生产者都追求最大利润,那么在完全竞争的经济中,他们不仅能做到,而且还会不自觉地使社会达到资源配置的最优状态。然而,现实经济中存在着诸如垄断、外在性、公共物品等若干导致市场失灵的因素,使市场达不到完全竞争的状态。在市场失灵时,适宜的微观经济政策并不是尽量满足帕累托最优所要求的条件,而是按照一定的福利目标,努力减少纠正市场失灵所造成的负效应,从而改善效率和福利水平。次优定价就是把无约束的社会福利最大化问题,转变为收支平衡条件下的社会福利最优化问题。

Ramsey 模型最早是研究最优税收理论的,即如何在达到一个最低税收收入的前提下制定价格,以使社会总福利损失最小化。自 20 世纪 70 年代以来,针对自然垄断行业的定价问题开始得到重视,而 Ramsey 模型则可以用来解释如何对边际成本定价进行有效调整<sup>[6]</sup>。由于公用事业的边际成本递减,边际成本定价法会导致企业的亏损,而平均成本定价法则会导致社会福利的净损失。作为对边际成本和平均成本定价的改进,Baumol 等<sup>[7]</sup>借鉴 Ramsey 的征收比例税的次优方法,提出了 Ramsey 定价,又称逆弹性定价方法。在盈亏平衡约束条件下,次优定价方法是实现消费者剩余的最大化。

$$\max_p G(p, q) = A(p) + B(p) \tag{1}$$

式中,社会总剩余价值  $G$  最大, $A$  和  $B$  分别为消费者剩余和生产者剩余。

实现消费者剩余的最大化,地铁企业零利润约束条件为

$$s. t. B(p) = 0 \tag{2}$$

式(2)表示城市地铁运营企业无利润亦无亏损。

设  $q$  为客流量,服务 1 到服务  $m$  的各种价格为  $p = (p_1, p_2, \dots, p_m)$ ,并假设交通需求弹性为 0。消费者剩余价值的积分形式为

$$A(p) = \sum_{i=1}^m \int_p^{\infty} q_i(p) dp_i \tag{3}$$

应用逆需求函数可得

$$A(p) = \sum_{i=1}^m \int_0^{q_i^*} (D^{-1}(s) - p_i^*) ds \tag{4}$$

式中, $D^{-1}(s)$  为逆需求函数。

生产者剩余为

$$B(p) = \sum_{i=1}^m p_i q_i(p) - C(q_1(p), \dots, q_m(p)) + E(q_1(p), \dots, q_m(p)) - F \tag{5}$$

式中, $p_i q_i(p)$  为服务  $i$  的需求函数; $C(q)$  为地铁企业的可变成本; $E(q)$  为地铁企业为减少温室气体的排放所获得的收益; $F$  为地铁企业的固定成本。

则式(1)可为

$$\max_p G(p, q) = \sum_{i=1}^m \int_0^{q_i^*} (D^{-1}(s) - p_i^*) ds + \sum_{i=1}^m p_i q_i(p) - C(q_1(p), \dots, q_m(p)) + E(q_1(p), \dots, q_m(p)) - F \tag{6}$$

引入朗格拉日常数  $\lambda$ ,由朗格拉日定理可得

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} \left( p_j - \frac{\partial C_j(q_j(p))}{\partial q_j} + \frac{\partial E_j(q_j(p))}{\partial q_j} \right) = - \frac{\lambda}{1 + \lambda} q_j(p) \tag{7}$$

令

$$R = -\frac{\lambda}{1+\lambda} \quad (8)$$

式中  $R$  为 Ramsey 指数;

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\Delta q_j / q_j}{\Delta p_j / p_j} \quad (9)$$

式中  $\varepsilon_{ij}$  为价格需求弹性系数;

$$\frac{p_j - H_j + I_j}{p_j} = \frac{R}{\varepsilon_{ij}} \quad (10)$$

式中,  $H_j$  为边际成本;  $I_j$  为减少温室气体排放的边际收益; 式(10)为处于自然垄断地位的地铁行业次优定价模型.

## 2.2 通勤及非通勤类票价定价模型

将地铁利用者分为两大群体, 一是通勤类, 另一类是非通勤类. 在对非通勤类地铁利用者, 由于对地铁的需求呈刚性特征, 边际效用的变化不大, Ramsey 指数趋近于 0; 而对于通勤类地铁利用者, 地铁利用的边际效用则开始明显地递减, 具体表现为效用函数的二阶导数小于 0<sup>[8]</sup>. 此时, 通勤类地铁利用者对地铁的价格需求弹性也开始明显地增加, Ramsey 指数极限值为 1.

则取通勤类 Ramsey 指数  $R_1$  为 1, 则

$$p_1 = \frac{H_1 - I_1}{1 - \frac{1}{\varepsilon_{11}}} \quad (11)$$

非通勤类 Ramsey 指数  $R_2$  为 0, 则

$$p_2 = H_2 - I_2 \quad (12)$$

显然这是一种鼓励乘坐地铁定价策略: 非通勤类地铁利用者实际支付边际成本与  $\text{CO}_2$  排放的边际收益之差, 即为普通票价. 城市轨道交通的价格需求弹性系数  $\varepsilon$  为负值, 通勤类地铁利用者的票价小于支付边际成本与温室气体排放的边际收益之差, 即小于普通票价, 乘以每月 30 d 即为月票价格.

此时,  $\text{CO}_2$  排放的收益为

$$R_{\text{co}}(Q) = \sum_{i=1}^n k_i P_{\text{co}} C_i QL - P_{\text{co}} C_r QL = \left( \sum_{i=1}^n k_i C_i - C_r \right) P_{\text{co}} QL \quad (13)$$

式中,  $R_{\text{co}}$  为  $\text{CO}_2$  排放收益;  $C_r$  和  $C_i$  分别为轨道交通、各个非轨道交通方式的人千米  $\text{CO}_2$  排放量;  $k_i$  为各个非轨道交通选择率;  $P_{\text{co}}$  为  $\text{CO}_2$  排放价格;  $L$  为人均日出行距离;  $Q$  为交通需求量.

则

$$I = R'_{\text{co}}(Q) = \left( \sum_{i=1}^n k_i C_i - C_r \right) P_{\text{co}} L \quad (14)$$

令  $h = (h_r, h_1, h_2, \dots, h_n)$  为各种交通方式分担率, 其中  $h_r$  为轨道交通分担率. 则

$$k_i = \frac{h_i}{\sum_{j=1, j \neq r}^n h_j} \quad (15)$$

式(14)变为

$$I = R'_{\text{co}}(Q) = \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{h_i}{\sum_{j=1, j \neq r}^n h_j} \right) C_i - C_r \right) P_{\text{co}} L \quad (16)$$

在生产规模不变(固定成本不变)的情况下, 边际成本实际上就是可变成本, 即人次运营成本, 可根据地铁公司提供的实际或预测客流量和成本数据求得, 温室气体排放的边际收益可由统计获得. 交通方式分担率可由交通调查数据获取.

## 3 算例

2005年, 北京地铁经营的线路包括1号线、2号线、13号线、八通线等, 运营线路总里程 114.9 km, 共

有 65 座运营车站。从 1999—2006 年,北京市地铁 1 号线、2 号线票价为 3 元/人次,地铁公共电汽车联合月票 80 元,地铁专用月票 50 元,可以联乘。2007 年至今,北京轨道交通(不包括机场线)采用单一票制,票价 2 元/人次。

以北京市地铁为实例,以北京地铁 2005 年统计资料为基础数据,并参考日本 CO<sub>2</sub> 排放数据,运用低碳经济次优定价法进行北京市地铁定价分析。

### 3.1 边际成本

边际成本为可变成本,即人次运营成本。运营成本主要包括职工工资及职工福利费用、燃料动力费、土建工程维修维护费用、车辆维修维护费用及通信线路及其他维修维护费用等。

表 1 为 2005 年北京市轨道交通运营成本的统计资料<sup>[9]</sup>。

表 1 2005 年北京市轨道交通运营成本  
Table 1 Operating cost of Beijing urban rail transit in 2005

项目名称	维修维护费用	项目名称	维修维护费用
土建工程	40 945.53	车辆	15 405.90
通信信号设备	25 035.84	燃料动力	11 362.97
检票系统	3 605.10	运营人工成本	47 699.80
通信线路及其他	27 518.40	全年运营成本	171 573.54

2005 年,北京地铁完成客运量 67 976 万人次,由表 1 可知,运营成本为 2.52 元/人次,则边际成本为 2.52 元。

### 3.2 减少温室气体排放的边际收益

图 1 为日本不同交通方式 CO<sub>2</sub> 排放密度,即每人千米 CO<sub>2</sub> 排放量。由图 1 可知轨道交通人千米 CO<sub>2</sub> 的排放量为 18 g,私人汽车人千米 CO<sub>2</sub> 的排放量为 172 g;公共汽车人千米排放量为 51 g;CO<sub>2</sub> 排放的价格为 2 300 日元/t,按 1 日元折合 0.081 元人民币,则 CO<sub>2</sub> 排放的价格为 186.3 元/t<sup>[11]</sup>。北京市民的日平均出行距离为 9.3 km<sup>[12]</sup>。

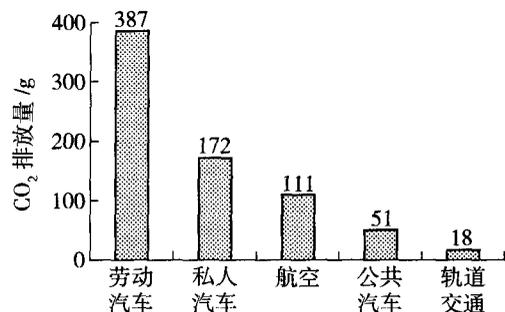


图 1 各种交通方式二氧化碳排放密度<sup>[10]</sup>

Fig. 1 CO<sub>2</sub> emission density for different transport modes

2006 年北京全日交通方式中轨道交通、公共汽车、出租车、小汽车、自行车的分担率分别是 7%、24%、8%、32%、29%;折算后公共汽车、出租车、小汽车、自行车交通方式分担率分别为 26%、9%、34%、31%,以此为数据基础,由式(16)可得

$$I = \left( \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\sum_{j=1, j \neq r}^n h_j} C_i - C_r \right) P_{oo} L \approx 0.12 \text{ 元}$$

### 3.3 需求弹性系数

表 2 为北京各年轨道交通客流量统计数据表,以 2000 年为基准年,以社会折现率 6% 为折算系数,折算各年相对票价,通过回归分析计算可知北京轨道交通需求弹性系数为 -2.12。

表2 北京2000—2005年轨道交通客流量

Table 2 Passengers volume of Beijing urban rail transit from 2000—2005

年份	票价/元	折算票价/元	客流/亿人次	年份	票价/元	折算票价/元	客流/亿人次
2000	3	3.00	4.4	2003	3	2.52	4.8
2001	3	2.83	4.8	2004	3	2.38	6.1
2002	3	2.67	4.9	2005	3	2.24	6.8

### 3.4 地铁票价定价

边际成本为 2.52 元;减少温室气体排放的边际收益为 0.12 元;由式(11)和(12)可得月票定价为

$$p_1 = \frac{H_1 - I_1}{1 - \frac{1}{\varepsilon_{11}}} \approx 49 \text{ 元}$$

普通票价为

$$p_2 = H_2 - I_2 = 2.4 \text{ 元}$$

综上所述,基于低碳经济的北京地铁定价应为普通票价 2.4 元/人次,月票 49 元/人月. 而 2005 年北京实际定价为普通票价为 3 元/人次,地铁专用月票 50 元/人月. 因考虑了地铁的环保效益,基于低碳经济的地铁定价策略低于实际北京市地铁票价.

## 4 结论

本研究提出了地铁次优定价模型,模型的参数可由地铁运营公司的日常统计获取,无需额外的调查,既保证了参数的准确性,又减少了附加费用. 确定定价策略方便、简洁和准确. 模型以既有统计数据为基础,统计数据能充分表现不同国家与地区差异. 所以该模型既可以应用于发达国家,也可以适用于发展中国家. 模型体现了低碳经济因素,将模型应用于北京地铁实例计算,计算结果与当时的北京地铁票价基本相符,并略低于 3 元/人次、地铁专用月票 50 元/人月的实际定价,从而证明了因考虑低碳经济而降低了票价,鼓励乘坐轨道交通的策略,进而验证了该模型的合理性.

### 参考文献:

- [1] TATUCHI M. Bottleneck congestion and modal split [J]. *Journal of Urban Economics*, 1993, 34(3): 414-443.
- [2] MARVIN K, YUICHIRO Y. The commuter's time-of-use decision and optimal pricing and service in urban mass transit [J]. *Journal of Urban Economics*, 2002, 51: 170-195.
- [3] 赵良杰, 陈义华, 车天义. 重庆轻轨票价方案研究 [J]. *铁道运输与经济*, 2005, 27(11): 40-42.  
ZHAO Liang-jie, CHEN Yi-hua, CHE Tian-yi. Study on the pricing plan of Chongqing light rail [J]. *Railway Transport And Economy*, 2005, 27(11): 40-42. (in Chinese)
- [4] 汤薇, 陈森发, 仇向洋. 基于生命周期客流分摊成本的城市轨道交通定价方法 [J]. *系统工程理论与实践*, 2007(5): 69-74.  
TANG Wei, CHEN Sen-fa, QIU Xiang-yang. The urban rail transit pricing method by life cycle cost apportioned in the entire passengers [J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2007(5): 69-74. (in Chinese)
- [5] 何德权, 郭耀煌. 运输对策定价模型研究 [J]. *西南交通大学学报*, 2000, 10(5): 539-542.  
HE De-quan, GUO Yao-huang. Research progress on corridor and transport corridor in 20th Century [J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2000, 10(5): 539-542. (in Chinese)
- [6] RAMSEY F. A contribution to the theory of taxation [J]. *Economic Journal*, 1927, 37(1): 47-61.
- [7] BAUMOL W J, BRADFORD D F. Optimal departures from marginal cost pricing [J]. *American Economic Review*, 1970, 60: 265-283.

- [8] 钟晓青, 侯龔, 彭仁贤, 等. 广州地铁供需均衡分析和票价价格弹性及降价增益问题[J]. 中山大学学报: 社会科学版, 2007, 47(4): 116-120.  
ZHONG Xiao-qing, HOU Yan, PENG Ren-xian, et al. Supply-demand equilibrium of Guangzhou underground and its depreciating scheme on price elasticity [J]. Journal of Sun Yatsen University: Social Science Edition, 2007, 47(4): 116-120. (in Chinese)
- [9] 北京交通发展研究中心, 北京市综合交通运输成本研究 [R]. 北京: 北京交通发展研究中心, 2007: 59-113.  
Beijing Transportation Research Center. Beijing comprehensive transportation costs [R]. Beijing: Beijing Transportation Research Center, 2007: 59-113. (in Chinese)
- [10] 交通エコロジー・モビリティ財団, 運輸・交通と環境[M], 東京: 日本(財)交通エコロジー・モビリティ財団, 2009: 15-16.
- [11] 日本(財)日本総合研究所, 道路投資の評価に関する指針(案)[M]. 東京: 日本(財)日本総合研究所, 2000.
- [12] 王亚红. 基于 Logit 模型的城市轨道交通票价制定方法研究 [D]. 北京: 北京交通大学土木建筑工程学院, 2007: 73-74.  
WANG Ya-hong. Research on the method of making ticket price of urban rail transit based on logit model [D]. Beijing: School of Civil Engineering & Architecture, Beijing Jiaotong University, 2007: 73-74. (in Chinese)

## Making Ticket Price of Urban Rail Transit Based on Second Best Theory

CHEN Jin-jie<sup>1,2</sup>

(1. Traffic Safety and Control Laboratory of Hebei Province, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. School of Civil Engineering & Architecture, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** A novel model was provided for making ticket price of urban rail transit based on second best theory in this paper. It was the objective function to attain the maximum social welfare in the model, and no deficit constraint was present for the urban transit operators. Moreover greenhouse gas emission and model choices of transportations factors were considered. To represent an approach of making monthly and the general ticket price, the specific distinction between consumer and non-consumers was given. Considering maintenance cost of civil works, the model was used to making ticket price of Beijing urban rail transit based on the 2005 data of Beijing and Statistical data of greenhouse gas emission in Japan. Due to factors considered in the low-carbon economy, the results shown that the ticket price was slightly lower than the actual price and the reasonableness of the model was verified.

**Key words:** urban rail transit; traffic demand; making ticket price; second-best theory; marginal cost; operating cost

(责任编辑 张士瑛)