

平面结构一级超声跟踪时的 布拉格带宽和声光器件的最佳设计

赵启大 徐介平

(激光研究室)

摘 要

通过对确定频率响应 $\frac{P_a(F)}{N_s^2 P_{s0}} \sim F$ 的一般公式的理论分析, 证明在所有情况下, 频率响应曲线对中心频率 $F = 1$ 对称的条件均为 $F_1 + F_2 = 2$; 在此基础上, 对各种换能器片数 N_s 计算确定了可能达到的最大布拉格带宽, 并得到器件的最佳设计。

The Bragg Bandwidth of the First-Order Beam Steering with Plane Configuration and the Optimum Design of Acoustooptic Devices

Zhao Qi-da Xu Jie-ping

Abstract

According to the theoretical analysis of the general formulas determining the frequency response $\frac{P_a(F)}{N_s^2 P_{s0}} \sim F$, it is proved that, under any circumstance, the condition that the frequency response curves are symmetric about the central frequency $F=1$ is always $F_1 + F_2 = 2$. Based upon this argument, we determine, through systematical calculations, the largest Bragg bandwidth which can be obtained for various number of transducer pieces N_s . At the same time, we obtain the optimum

本文于 1980 年 5 月 14 日收到。

一、引言

采用一级超声跟踪的声光器件（正常布拉格绕射器件）既可明显地增大布拉格带宽，又不增加驱动电源的复杂性，因而受到广泛重视。关于此类器件的设计和所能达到的布拉格带宽的计算，虽曾有过许多探讨^[1-5]，但由于需要选择的参数太多，因而从未作出过系统计算，也没有彻底解决此类器件的设计问题。在文献[6]中，曾就换能器片数 $N_s = 4$ 而且用一级干涉条纹进行跟踪即 $p = 1$ 以及 $r \equiv L_s/s = 0.9$ (L_s 为各换能片长度，而 s 为相邻两换能片的中心距) 的情况作了系统计算；计算结果表明，无论 $1/F_1 F_2$ 取什么数值 (F_1 和 F_2 是两个完全跟踪频率)，频响曲线 $\frac{P_s(F)}{N_s^2 P_{s0}} \sim F$ 均在 $F_1 + F_2 = 2$ 时具有对中心频率 $F = 1$ 对称的特性。本文将通过对确定频响曲线的一般公式的理论分析，指出上述结论具有普遍性，亦即无论 N_s 、 r 和 p 取什么数值，频响曲线都在条件 $F_1 + F_2 = 2$ 下成为对中心频率对称，从而使两个参数 F_1 和 F_2 （或 $1/F_1 F_2$ 和 $F_1 + F_2$ ）的选择变为一个参数 $1/F_1 F_2$ 的选择，大大减少了计算工作量；我们对各种换能器片数 N_s 作出了系统计算，完整地解决了此类器件的设计，并确定了所能达到的最大布拉格带宽。

二、理论

有关平面结构一级超声跟踪的理论已在文献[5]中作过系统阐述。其要点为：在频率 F 处实际起作用的超声功率 $P_s(F)$ （亦即其传播方向满足布拉格条件的超声功率）由下式决定

$$\frac{P_s(F)}{N_s^2 P_{s0}} = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \left(\frac{\sin N_s y}{N_s \sin y} \right)^2 \quad (1)$$

其中 N_s 为换能器片数， P_{s0} 实际上表示每片换能器所发出的超声功率，而 x 和 y 则分别为

$$\begin{cases} x = \frac{\pi L_s (\beta - \theta)}{\Lambda} = \frac{\pi r s (\beta - \theta)}{\Lambda} = \frac{\pi r p F (F_1 + F_2 - F)}{2 F_1 F_2} \\ y = \frac{\pi s \zeta}{\Lambda} = \frac{\pi p}{2} \left[\frac{F (F_1 + F_2 - F)}{F_1 F_2} - 1 \right] \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\zeta = [\beta - \theta] - \gamma$ 为跟踪误差。对于一定的 N_s 、 p 和 r ，只要选定了两个完全跟踪频率 F_1 和 F_2 ，就可以从式(1)和(2)计算出频率响应曲线 $\frac{P_s(F)}{N_s^2 P_{s0}} \sim F$ ；参数 F_1 和 F_2 的选择标准是使频响曲线对中心频率 $F = 1$ 对称，而且 $3dB$ 带宽尽量大。声光器件的设计参数 s （即相邻两换能片的中心距）和调整参数 β （即器件工作时调整的方位角）与参数 F_1 和 F_2 之间的关系为

$$\begin{cases} s = \frac{p}{F_1 F_2} L_s^{(0)} \\ \beta = (F_1 + F_2) \theta \end{cases} \quad (3)$$

其中 $L_s^{(0)} \equiv \Lambda^2/\lambda$ 为中心频率 f_0 处的特征长度， $\theta_0 = \lambda/2\Lambda$ 为中心频率处的布拉格角。因此在选定 F_1 和 F_2 后，不仅可确定布拉格带宽，而且还确定了器件的设计参数 s 和使用

的调整参数 β 。但是要对各种 N_o 、 p 和 r 值，作出两个参数 F_1 和 F_2 的选择，计算工作量很大，因而迄今未作出系统计算。

事实上，由式 (2) 可见， $x(F)$ 和 $y(F)$ 都是抛物线，而且顶点（极大值）均在 $\frac{F_1 + F_2}{2}$ 处，因而对 $\frac{F_1 + F_2}{2}$ 对称；注意到函数 $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ 和 $\left(\frac{\sin N_o y}{N_o \sin y}\right)^2$ 分别在 $x=0$ 或 $y=0$ 处最大，并随着 $|x|$ 或 $|y|$ 的增大而单调地减小，因而亦对 $\frac{F_1 + F_2}{2}$ 对称；这样按式

(1)，显然频响曲线 $\frac{P_a(F)}{N_o^2 P_{a0}} \sim F$ 对中心频率 $F=1$ 对称的条件为

$$F_1 + F_2 = 2 \quad (4)$$

为了更清楚地看出 $x \sim F$ 和 $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \sim F$ 以及 $y \sim F$ 和 $\left(\frac{\sin N_o y}{N_o \sin y}\right)^2 \sim F$ 的对称性，我们在图 1 中就 $N_o = 4$ ， $p = 1$ ， $r = 0.9$ 以及 $1/F_1 F_2 = 1.2$ ， $F_1 F_2 = 2$ 情况画出了这些曲线，由这些曲线很容易推断出频响曲线的对称性。

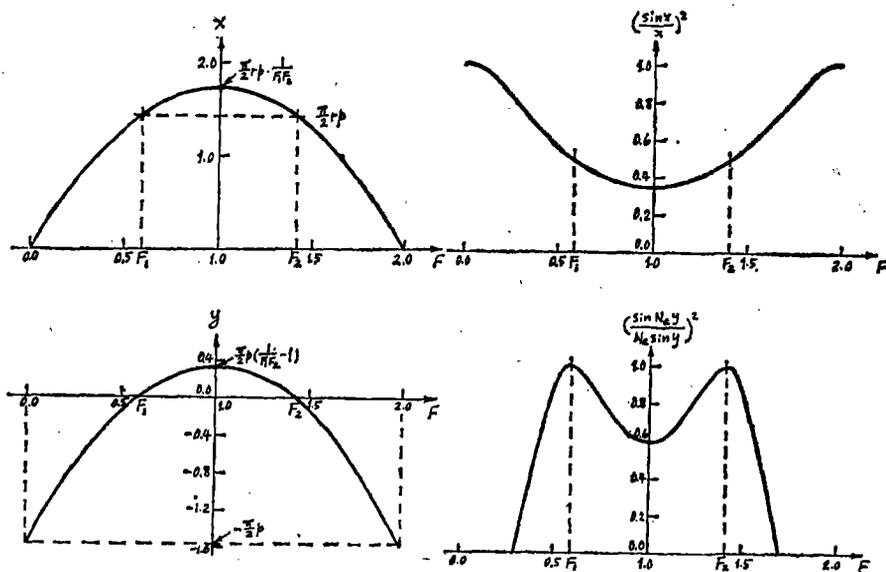


图 1

在加上约束条件 (4) 后，参数 F_1 和 F_2 的位置由 $1/F_1 F_2$ 的值完全确定，如表 1 所示。由表 1 可见，无论 $1/F_1 F_2$ 取什么数值， F_1 和 F_2 总是对称地分列在 $F=1$ 的两侧，而且随着 $1/F_1 F_2$ 值的减小而向 $F=1$ 靠拢，并在 $1/F_1 F_2 = 1.00$ 时重合于 $F=1$ 处。结合表 1 和图 1，不难判断，当 $1/F_1 F_2$ 值减小时频响曲线的变化趋势。事实上，当 $1/F_1 F_2$ 值减小时， F_1 和 F_2 逐渐靠拢，因而 $3dB$ 带宽将减小；但同时由于 $x(1) = \frac{\pi}{2} r p \frac{1}{F_1 F_2}$

和 $y(1) = \frac{\pi}{2} p \left(\frac{1}{F_1 F_2} - 1\right)$ 也减小（特别是 $y(1)$ ），故频响曲线在 $F=1$ 处的下凹也减

表 1

$1/F_1 F_2$	1.20	1.10	1.05	1.00
F_1	0.59	0.70	0.78	1.00
F_2	1.40	1.30	1.22	1.00

小，即通带内的不均匀性减小。特别当 $1/F_1 F_2 = 1.00$ 时， F_1 和 F_2 重合，频响曲线基本上成为单峰，通带内不均匀性最小，但 $3dB$ 带宽也最小。显然，对于每一个 N_s ，存在一个最佳的 $1/F_1 F_2$ 值，使 $3dB$ 带宽尽量大而中央凹陷又不太深，亦即得到尽可能大的布拉格带宽。在确定了 $1/F_1 F_2$ 的这个最佳值后，即可按式 (3) 得到器件的最佳设计 (最佳 s)。

三、计算结果和最佳设计

我们将仅考虑 $p=1$ 和 $r=0.9$ 的情况。事实上，当 p 取不等于 1 的整数时， $x(F_1) = x(F_2) = \frac{\pi}{2} r p$ 将增大，从而使 F_1 和 F_2 处 $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ 变小，亦即超声利用率变小；特别当 p 取偶数时， $x(F_1) = x(F_2)$ 接近 π ，而 $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ 接近零，这是因为 p 取偶数时为同相驱动，超声能量主要集中在零级。 r 则应在工艺条件许可下尽量接近 1，取 $r=0.9$ 是适宜的。事实上 r 值稍有变化时，对结果的影响很小。对于每一个 N_s ，在选定了 $\frac{1}{F_1 F_2}$ 的值后，按表 1 得到相应的 F_1 和 F_2 值，即可按式 (1) 和 (2) 计算相应的频响曲线 $BL \sim F$ 。其中 BL 为式 (1) 的分贝表示：

$$BL \equiv -10 \log \frac{P_a(F)}{N_s^2 P_{a0}} \quad (5)$$

称为布拉格损耗。图 2 给出 $N_s = 4$ 情况下， $1/F_1 F_2 = 1.00, 1.10$ 和 1.20 时的 $BL - F$

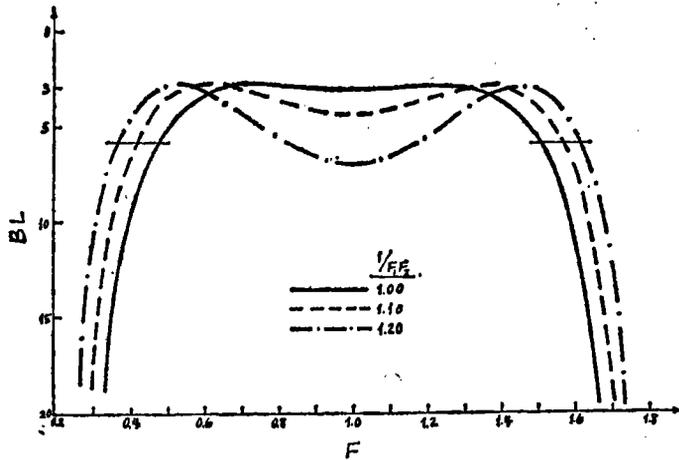


图 2

曲线, 表征这些频率响应曲线的特征参数列于表 2。对于 $N_e = 6、8、10$ 和 12 的情况, 可作出同样的计算, 并画出相应的 $BL \sim F$ 曲线。它们和图 2 基本类似, 相应的特征参数列于表 2。由表 2 显然可见, 无论 N_e 取什么数值, 当 $1/F_1 F_2$ 值增大时, $\Delta F \equiv F_H - F_L$ 增大, 但同时凹深也增大。

表 2

N_e	$\frac{1}{F_1 F_2}$	F_L	$F_{\max}^{(1)}$	凹深 (dB)	$F_{\max}^{(2)}$	F_H	ΔF
4	1.00	0.485	0.73	-0.2	1.23	1.515	1.03
	1.10	0.42	0.625	-1.3	1.38	1.58	1.16
	1.20	0.38	0.54	-4.0	1.46	1.625	1.245
6	1.00	0.585	0.825	-0.1	1.17	1.41	0.825
	1.10	0.505	0.66	-2.1	1.34	1.495	0.99
	1.20	0.45	0.565	-7.4	1.44	1.55	1.10
8	1.00	0.65	0.85	-0.1	1.15	1.35	0.70
	1.05	0.595	0.77	-0.9	1.23	1.405	0.81
	1.10	0.55	0.675	-3.2	1.325	1.45	0.90
10	1.00	0.69	0.94	-0.1	1.14	1.31	0.62
	1.05	0.625	0.77	-1.2	1.26	1.37	0.745
	1.10	0.58	0.69	-4.6	1.31	1.425	0.845
12	1.00	0.72	0.90	-0.1	1.10	1.28	0.56
	1.05	0.65	0.76	-1.7	1.24	1.35	0.70
	1.10	0.605	0.69	-6.6	1.31	1.405	0.80

($r=0.9, p=1$ 和 $F_1 + F_2 = 2$)

器件的最佳设计要求布拉格带宽尽量大, 即 ΔF 尽量大而凹深不太大 (例如小于 4dB), 由表 2 不难得到, 对于各个 N_e , 器件的最佳设计及所能达到的布拉格带宽如表 3 所示。其

表 3

N_e	$F_1 + F_2$	$1/F_1 F_2$	β	s	L	ΔF
4	2	1.20	$2\theta_c$	$1.20 L_0^{(c)}$	$4.8 L_0^{(c)}$	1.245
6	2	1.10	$2\theta_c$	$1.10 L_0^{(c)}$	$6.6 L_0^{(c)}$	0.99
8	2	1.10	$2\theta_c$	$1.10 L_0^{(c)}$	$8.8 L_0^{(c)}$	0.90
10	2	1.05	$2\theta_c$	$1.05 L_0^{(c)}$	$10.5 L_0^{(c)}$	0.745
12	2	1.05	$2\theta_c$	$1.05 L_0^{(c)}$	$12.6 L_0^{(c)}$	0.70

($r=0.9, p=1$)

中 s 和 β 为由式 (3) 确定的设计参数和调整参数, $L = N \cdot s$ 为换能器的总长度 (亦即声光互作用的总长度), ΔF 为所能达到的 $3dB$ 布拉格带宽。 N 越大时, 多束超声干涉后主最大的发散角越来越小, 为了使通带内不均匀性不致太大, F_1 和 F_2 必须比较接近 (或 $1/F_1 F_2$ 较小), 这时 ΔF 很快下降。当 $N \geq 14$ 时, 即使取最佳设计, ΔF 也小于倍频程带宽 0.667 (参见文献 [5] 式 (29)), 因而是不可取的。

四、结 论

将表 2 与单片结构相比较 (单片结构情况请参见文献 [5] 式 (34) — (36)), 可以看到: 当 $N = 4$ 时, 声光互作用长度 L 比单片结构增加不多, 但布拉格带宽可增大 2 倍多; 当 $N = 12$ 时, 声光互作用长度 L 可较单片结构增大 4 倍而 ΔF 仍比单片时大。因而按式 $\eta = \sin \left[\frac{\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{H_2 L P_a}{2H}} \right]$, 为了达到同样的绕射效率, 驱动功率 P_a 可下降 4 倍, 而驱动功率密度可下降 16 倍, 从而大大改善因换能器发热引起声光介质内温度梯度而造成的光点弥散 (因声速 V 是温度的函数)。

最后来计算由表所确定的 L 能保证多大的带宽 ΔF 进入布拉格绕射区, 为此只需利用文献 [5] 中公式 (23) 和 (24): $L \geq 2L_0^{(L)} = \frac{2}{\left(1 - \frac{\Delta F}{2}\right)^2} L_0^{(C)}$, 其中 $L_0^{(L)} \equiv \Delta L^2 / \lambda$ 为

低频端特征长度。例如对 $N = 4$, 将 $L = 4.8 L_0^{(C)}$ 代入, 即得 $\left(1 - \frac{\Delta F}{2}\right)^2 = \frac{1}{2.4}$, 解出 $\Delta F = 0.71$ 。它已大于倍频程带宽 0.667; 对 $N = 6, 8, 10, 12$ 同样可算出 $\Delta F = 0.90, 1.05, 1.13, 1.20$, 因此取 N 为 6 或 8 能更好地兼顾布拉格带宽和进入布拉格绕射区两者。

平面结构的超声跟踪仍有下列两个缺点: (1) 超声能量的利用率仍不是太高, 由图 2 可见, 即使在 $F_{\max}^{(1)}$ 和 $F_{\max}^{(2)}$ 处也有 $3dB$ 的 BL 。事实上, 由式 (1)、(2) 或图 1 可见, 在 F_1 和 F_2 (如表 1 指出, 除 $\frac{1}{F_1 F_2} = 1.00$ 情况外, 它们十分接近 $F_{\max}^{(1)}$ 和 $F_{\max}^{(2)}$) 处,

$$\left(\frac{\sin N \cdot y}{N \cdot \sin y}\right)^2 = 1, \text{ 而}$$

$$\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2} r p}{\frac{\pi}{2} r p}\right)^2 \quad (F = F_1 \text{ 和 } F_2 \text{ 处}) \quad (6)$$

当 $r = 0.9$ 而 $p = 1$ 时, 即为 $\left(\frac{\sin 0.45\pi}{0.45\pi}\right)^2 = 0.5$ 或 $BL = -3dB$ 。由式 (6) 还可见, 当

$p = \text{偶数}$, 即同相驱动时, 超声利用率更低, 因为此时零级超声占去了绝大部分超声能量。(2) 由图 1 可见, 在 $F = 1$ 附近, 式 (1) 中两个因子都是下凹的, 因而通带内不均匀性较大。造成这些缺点的基本原因就在于: 在平面结构中, 各换能片的最强辐射方向 (即绕射最强的方向, 它总垂直于换能器平面) 指向零级超声方向, 采用阶梯结构就可以避免这些缺点。关于阶梯结构一级超声跟踪的情况, 将另文发表^[7]。

参 考 文 献

- [1] E.K.Sittig, Elastooptic Light Modulation and Deflection, Progress in Optics, Vol. X, E. Wolf ed., North-Holland, 1972, p.229.
- [2] D.A. Pinnow, Acoustooptic Light Deflection: Design Consideration for First Order Beam Steering, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, SU-18, 1971, 209.
- [3] G. A. Alphonse, Broad-Band Acousto-optic Deflectors Using Sonic Grating for First-Order Beam Steering, RCA Rev., 33 1972 543.
- [4] G. A. Alphonse, Broadband Acoustooptic Deflectors: New Results, Appl. Opt. 14, 1975 201.
- [5] 徐介平, 声光器件的工作原理和设计方法, I. 正常布拉格绕射器件, 新型无机材料, 6卷1期(1978) 1, 或北京工业大学学报, 1978年第2期, 51.
- [6] 徐介平, 平面结构一级超声跟踪情况下的布拉格带宽, 北京工业大学学报, 1979年第2期, 35.
- [7] 余宽新, 徐介平, 阶梯结构一级超声跟踪时的布拉格带宽和声光器件的最佳设计, 北京工业大学学报, 本期。