第27卷 第2期
2001年 6月
北京工业大学学报
JOURNAL OF BEIJING POLYTECHNIC UNIVERSITY
Vol.27 No.2
Jun. 2001

内模自适应卡尔曼滤波新方法及其在GPS信号估计中的应用

徐宁寿[1]，张建华[1]，张其善[2]
（1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院，北京 100022；2. 北京航空航天大学 电子工程系，北京 100088）

摘 要：针对混杂有确定性扰动分量的随机信号处理问题，提出一种基于内模的自适应卡尔曼滤波新方法——内模自适应卡尔曼滤波法. 首先将待估有用信号和观测数据中的确定性扰分量分别以分段正弦曲线拟合方式建立各自的内模，并将这些内模的参数作为增广状态变量形成新的非线性系统模型. 然后采用迭代型推广卡尔曼滤波算法，同时实现有用信号及扰动内模参数的实时跟踪. 机动目标跟踪的 GPS 定位信号估计应用表明，与现有方法相比新方法可显著提高定位精度.

关键词：卡尔曼滤波器；内模；自适应滤波；全球定位系统 GPS；机动目标跟踪
中图分类号：TN 911.23　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0254-0037(2001)02-0148-09

在工程上，卡尔曼滤波器[1,2]被广泛用于实现信号的最优预测、估计、噪声滤除以及随机最优控制和随机自适应控制. 近年来对基本型卡尔曼滤波器作出改进以拓广其应用的研究仍在继续. 这些研究大致可分为如下几类：

1）考虑系统干扰和观测噪声不满足独立性和高斯假设的情况（例如系统干扰和观测噪声均为色噪声且相关的情况），对基本卡尔曼滤波器进行改进以保证滤波的收敛性和足够的估计精度；

2）考虑当系统状态空间模型存在参数不确定性或/且噪声的统计特性不能精确掌握时，分析卡尔曼滤波器滤波性能的鲁棒性，以保证对于容许的不确定性，根据系统标称模型和噪声统计假设所导出的卡尔曼滤波器的状态估计误差满足要求[3,4]；

3）由于卡尔曼滤波器基于信号或系统模型且高准系统的庞大计算量，又出现了采用诸如多项式系统等方法重新研究传递函数矩阵形式的维纳滤波器的趋势[5].

尽管如此，这些研究没有考虑系统存在高阶结构未建模动态（即采用低阶模型近似高阶运动带来的模型简化误差）和观测信号中除随机噪声外还混杂有较大的不可测确定性扰动等情况，而这在许多信号处理问题中是很普遍的[6,7]. 为解决这类滤波问题，作者提出了一种基于内模的自适应卡尔曼滤波新方法.

1 确定性信号或扰动的内模

一般地，许多确定性信号都可能有表征其固有（或内在）变化规律的数学模型，简称内模[8]. 设确定性离散时间序列$\{g_{(k)}\}$满足如下内模方程：

$$g_{(k)}+\lambda_1 g_{(k-1)}+\cdots+\lambda_\mu g_{(k-\mu)}=0;\ k=0,1,2,\cdots \tag{1}$$

或

$$\Lambda(z^{-1})g_{(k)}=0 \tag{2}$$

则

$$\Lambda(z^{-1})=1+\lambda_1 z^{-1}+\lambda_2 z^{-2}+\cdots+\lambda_\mu z^{-\mu} \tag{3}$$

称为序列$\{g_{(k)}\}$的内模多项式，μ为其阶次.

收稿日期：2000-05-12.
基金项目：国家自然科学基金资助项目(59478031)；北京市自然科学基金资助项目(3982006).

利用内模实现信号的任意多步预报如下：

$$g_{(k+j)}=-\lambda_1 g_{(k+j-1)}-\lambda_2 g_{(k+j-2)}-\cdots-\lambda_\mu g_{(k+j-\mu)};\ j=0,1,2,\cdots \tag{4}$$

对于多维确定性信号 $\boldsymbol{g}_{(k)}=[g_{i(k)}]_{m\times 1}$，内模方程和多步预报方程分别为

$$\boldsymbol{g}_{(k)}+\Lambda_1\boldsymbol{g}_{(k-1)}+\Lambda_2\boldsymbol{g}_{(k-2)}+\cdots+\Lambda_\mu\boldsymbol{g}_{(k-\mu)}=0 \tag{5}$$

$$\boldsymbol{g}_{(k+j)}=-\Lambda_1\boldsymbol{g}_{(k+j-1)}-\Lambda_2\boldsymbol{g}_{(k+j-2)}-\cdots-\Lambda_\mu\boldsymbol{g}_{(k+j-\mu)};\ j=0,1,2,\cdots \tag{6}$$

式中

$$\Lambda_l=[\lambda_{l,ij}]_{m\times m},\ l=1,2,\cdots,\mu \tag{7}$$

此确定性信号有界的条件是其内模多项式

$$\Lambda(z^{-1})=I_m+\Lambda_1 z^{-1}+\Lambda_2 z^{-2}+\cdots+\Lambda_\mu z^{-\mu} \tag{8}$$

的 $m\mu$ 个零点，即特征方程

$$|\Lambda(z^{-1})|=|I_n+\Lambda_1 z^{-1}+\Lambda_2 z^{-2}+\cdots+\Lambda_\mu z^{-\mu}|=0 \tag{9}$$

的根都不越出 z 平面上单位圆之外.

采用状态变量法可由式(6)进一步得到

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_{(k)}\\ \boldsymbol{g}_{(k-1)}\\ \vdots\\ \boldsymbol{g}_{(k-\mu+1)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\Lambda_1 & -\Lambda_2 & \cdots & \cdots & -\Lambda_\mu\\ I_m & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & I_m & \ddots & \vdots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots\\ 0 & \cdots & 0 & I_m & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_{(k-1)}\\ \boldsymbol{g}_{(k-2)}\\ \vdots\\ \boldsymbol{g}_{(k-\mu)}\end{bmatrix}$$

或

$$\boldsymbol{g}_{\mu(k)}=\Phi_\mu\,\boldsymbol{g}_{\mu(k-1)} \tag{10}$$

2　内模卡尔曼滤波基本算法

考虑有色观测噪声中含有不可单独测量的确定性扰动分量的情况，得如下系统模型：

$$\begin{cases}X_{(k)}=\Phi_{(k,k-1)}X_{(k-1)}+\Gamma_{(k,k-1)}W_{(k-1)}\\ Y_{(k)}=C_{(k)}X_{(k)}+\boldsymbol{g}_{\mu(k)}+V_{(k)}\\ V_{(k)}=\Theta_{(k,k-1)}V_{(k-1)}+\Delta_{(k,k-1)}\xi_{(k-1)}\\ \boldsymbol{g}_{\mu(k)}=-\Lambda_1\boldsymbol{g}_{(k-1)}-\Lambda_2\boldsymbol{g}_{(k-2)}-\cdots-\Lambda_\mu\boldsymbol{g}_{(k-\mu)}\end{cases} \tag{11}$$

其中 $V_{(k)}$ 和 $\boldsymbol{g}_{\mu(k)}$ 分别是观测信号中的随机噪声和确定性扰动分量.

将原状态扩充为 $(n+\mu m)$ 维向量：$X_{g(k)}=[X_{(k)}^\tau,\ \boldsymbol{g}_{\mu(k)}^\tau]^\tau$．则式(11)改写为

$$\begin{cases}X_{g(k)}=\Phi_{g(k,k-1)}X_{g(k-1)}+\Gamma_{g(k,k-1)}W_{(k-1)},\ X_{g(k)}|_{k=0}=X_{g(0)}\\ Y_{(k)}=C_{g(k)}X_{g(k)}+V_{(k)}\\ V_{(k)}=\Theta_{(k,k-1)}V_{(k-1)}+\Delta_{(k,k-1)}\xi_{(k-1)},\ V_{(k)}|_{k=0}=V_{(0)}\end{cases} \tag{12}$$

式中

$$\Phi_{g(k,k-1)}=\begin{bmatrix}\Phi_{(k,k-1)} & 0\\ 0 & \Phi_\mu\end{bmatrix},\ \Gamma_{g(k,k-1)}=\begin{bmatrix}\Gamma_{(k,k-1)}\\ 0\end{bmatrix},\ C_{g(k)}=\begin{bmatrix}C_{(k)} & 0 & \cdots & \cdots & 0\\ 0 & I_m & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix} \tag{13}$$

现作以下统计假设：

假设 1　状态噪声 $\{W_{(k)}\}$ 和噪声 $\{\xi_{(k)}\}$ 都是零均值白噪声

$$EW_{(k)}=0,\ \mathrm{Cov}[W_{(k)},\ W_{(j)}]=Q_{(k)}\delta_{kj} \tag{14}$$

$$E\xi_{(k)}=0,\ \mathrm{Cov}[\xi_{(k)},\ \xi_{(j)}]=R_{(k)}\delta_{kj} \tag{15}$$

假设 2　状态初值 $X_{(0)}$ 与 $V_{(0)}$，$\{W_{(k)}\}$，$\{\xi_{(k)}\}$ 均互不相关，即

$$\mathrm{Cov}[W_{(k)},X_{(0)}]=0,\ \mathrm{Cov}[\xi_{(k)},X_{(0)}]=0,\ \mathrm{Cov}[X_{(0)},V_{(0)}]=0 \tag{16}$$

假设 3　$V_{(0)}$，$\{W_{(k)}\}$，$\{\xi_{(k)}\}$ 也两两互不相关，即

$$\mathrm{Cov}[W_{(k)},V_{(0)}]=0,\ \mathrm{Cov}[\xi_{(k)},V_{(0)}]=0,\ \mathrm{Cov}[W_{(k)},\xi_{(k)}]=0 \tag{17}$$

这是观测噪声为一阶马尔可夫序列的随机系统．因此，观测噪声中含有随机分量和确定性扰动分量的推广卡尔曼滤波算法为[8]

$$\begin{cases}\hat{X}_{g(k|k)}=\Phi_{g(k,k-1)}\hat{X}_{g(k-1|k-1)}+K_{(k)}[Y_{(k)}-\Theta_{(k,k-1)}Y_{(k-1)}-C^{\Delta}_{(k-1)}\hat{X}_{g(k-1|k-1)}]\\ K_{(k)}=[\Phi_{g(k,k-1)}P_{g(k-1|k-1)}C^{\Delta\tau}_{(k-1)}+\Gamma_{g(k,k-1)}Q_{(k-1)}\Gamma^{\tau}_{g(k,k-1)}C^{\tau}_{(k-1)}]\times\{C^{\Delta}_{(k-1)}P_{g(k-1|k-1)}C^{\Delta\tau}_{(k-1)}+\\ \qquad C_{g(k)}\Gamma_{g(k,k-1)}Q_{(k-1)}\Gamma^{\tau}_{g(k,k-1)}C^{\tau}_{g(k)}+\Delta_{(k,k-1)}R_{(k-1)}\Delta^{\tau}_{(k,k-1)}\}^{-1}\\ P_{(k|k)}=[\Phi_{g(k,k-1)}-K_{(k)}C^{\Delta\tau}_{(k-1)}P_{g(k-1|k-1)}\Phi^{\tau}_{g(k,k-1)}]+[I-K_{(k)}C_{g(k)}]\Gamma_{g(k,k-1)}Q_{(k-1)}\Gamma^{\tau}_{g(k,k-1)}\\ C^{\Delta}_{(k-1)}=C_{g(k)}\Phi_{g(k,k-1)}-\Theta_{(k,k-1)}C_{g(k-1)}\end{cases} \tag{18}$$

最佳估计及其误差方差的初值可设定为

$$\begin{cases}\hat{X}_{g(0|0)}=P_{(0|0)}[P^{-1}_{X_g(0)}\mu_{X_g(0)}+C^{\tau}_{g(0)}R^{-1}_{(0)}Y_{(0)}]\\ P_{(0|0)}=[P^{-1}_{X_g(0)}+C^{\tau}_{g(0)}R^{-1}_{(0)}C_{g(0)}]^{-1}\end{cases} \tag{19}$$

以上递推滤波算法要求给定 $g_{(k)}$ 的内模多项式系数 $\Lambda_1,\Lambda_2,\cdots,\Lambda_\mu$ 及初值 $g_{(0)},g_{(-1)},\cdots,g_{(1-\mu)}$．在不事先掌握这些信息或内模多项式系数时变情况下，可将 $g_{(k)}$ 及其内模多项式系数作为待估量与原状态变量组成扩展状态向量一并进行滤波，从而导出内模自适应卡尔曼滤波方法．

3 非线性随机系统的迭代型推广卡尔曼滤波算法(见图1)

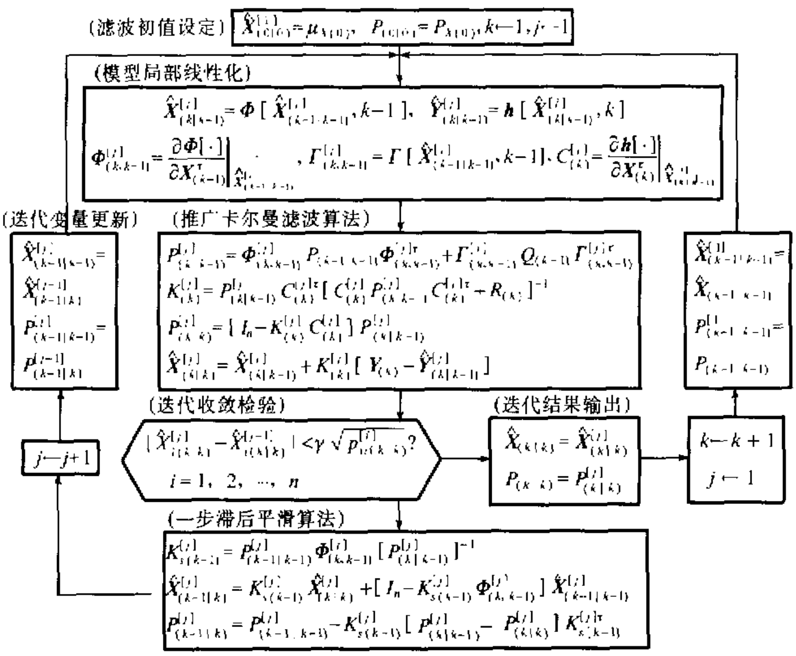


图1 离散时间非线性系统的迭代型推广卡尔曼滤波算法框图

考虑如下包含控制输入 $u_{(k)}$ 形式的离散时间非线性随机受控系统：

$$\begin{cases}X_{(k)}=\Phi[X_{(k-1)},u_{(k-1)},k-1]+\Gamma[X_{(k-1)},k-1]W_{(k-1)},\ X_{(k)}|_{k=0}=X_{(0)}\\ Y_{(k)}=h[X_{(k)},k]+V_{(k)}\end{cases} \tag{20}$$

式中：函数$\Phi[\cdot]$，$\Gamma[\cdot]$和 $h[\cdot]$中至少有一个为非线性，统计假设同前．

采用迭代型推广卡尔曼滤波法近似求解．其基本算法如下：考虑 k 时刻进行的多次迭代中的第 j 次迭代．在该次迭代中对于系统方程(20)中的非线性状态转移函数 $\Phi[\cdot]$ 作局部线性化所用的参考点初值 $X_{(k-1)}=\hat{X}^{[j]}_{(k-1|k-1)}$，取为按 $j-1$ 次迭代结果 $\hat{X}^{[j-1]}_{(k|k)}$ 求得的一步滞后平滑 $\hat{X}^{[j-1]}_{(k-1|k)}$(在 $j=1$ 次迭代中初值 $X_{(k-1)}=\hat{X}^{[1]}_{(k-1|k-1)}$ 可取 $\hat{X}_{(k-1|k-1)}$)．对于系统方程(20)中的非线性观测函数 $h[\cdot]$ 作局部线性化所用的参考点初值取 $X_{(k)}=\hat{X}^{[j]}_{(k|k-1)}=\Phi[\hat{X}^{[j]}_{(k-1|k-1)},k-1]$．然后以推广卡尔曼滤波的基本算法[8]为基础形成迭代型推广卡尔曼滤波算法．理论上，此时的误差除了由于每个时刻局部线性化所致外，还与参考点的优化效果有关.迭代中取 $\gamma=0.15\sim0.3$ 以减小后一种因素的影响．实际上，由于一步滞后平滑 $\hat{X}^{[j]}_{(k-1|k)}$ 和 $\hat{X}^{[j]}_{(k|k)}$ 都仅利用同一观测 $Y_{(k)}$ 提供的有限信息，以致在第2次以后的迭代中 $\hat{X}^{[j]}_{(k|k)}$ 往往不再有明显变化．因而一般只需迭代两三次(若只迭代1次，则蜕化为一般的推广卡尔曼滤波算法)．

4 内模自适应卡尔曼滤波算法

以第2章对观测中含有确定性扰动分量情况所得基于内模的推广卡尔曼滤波为基础，针对系统状态呈分段正弦变化且观测中含有分段正弦扰动的情况建立信号模型．在这类模型中，对于实际中一般不确知的、与系统状态的正弦变化和观测中的正弦扰动频率有关的参数，也作为扩展状态向量的一部分以便用卡尔曼滤波算法对这些参数进行实时估计，从而实现可在线跟踪这些参数变化的自适应滤波．但由于所得模型是非线性的，于是采用第3章的迭代型推广卡尔曼滤波算法近似求解，形成一种新的基于内模的自适应推广卡尔曼滤波，简称内模自适应卡尔曼滤波．其具体实现方法将结合GPS 信号滤波应用予以说明．

5 GPS 信号滤波应用

全球定位系统(GPS——global positioning system)现已广泛用于军事及国民经济的各个领域.但民用 GPS 的 C/A 码定位误差高达 100 m 左右．因此，提高 GPS 的定位精度已成为有重要实用意义的课题．

一般情况下，接收机载体在三维空间中的运动可不必考虑各个垂直方向之间的关联，因而可以将载体运动沿各个方向(如东向、北向、高度方向)的位移、速度分量单独处理．例如当采用常规方法建模时[9]，对图2所示沿抛物线轨迹运动的载体 c 可按其东向分量在 k 时刻位置、速度和加速度的采样值 x_e(m)、$\dot{x}_e$(m / s)、$\ddot{x}_e$(m / s^2)建立状态方程

$$\begin{bmatrix} x_{e(k)} \\ \dot{x}_{e(k)} \\ \ddot{x}_{e(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & h & \frac{h^2}{2} \\ 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e(k-1)} \\ \dot{x}_{e(k-1)} \\ \ddot{x}_{e(k-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W_{\ddot{x}e(k-1)} \end{bmatrix}$$

或

$$X_{(k)} = \Phi_{(k,k-1)} X_{(k-1)} + W_{(k-1)} \tag{21}$$

式中：$X_{(k)}$ 为 k 时刻状态向量，此处状态转移矩阵 $\Phi_{(k,k-1)}$ 为常阵；$W_{(k)}$ 为动态噪声，用以反映载体运动可能存在的某种随机性．

设 GPS 接收机载体运动速度不大，可以只利用接收机载体位置观测信息，得观测方程为

$$Y_{(k)} = x_{e(k)} + V_{(k)} = [1\ 0\ 0]\, X_{(k)} + V_{(k)} = C\, X_{(k)} + V_{(k)} \tag{22}$$

式中：C 为观测矩阵；V 为观测噪声．

但 GPS 接收机载体的运动轨迹很可能相当于高阶多项式描述的曲线(如局部呈正弦运动)．若仍采用一般状态空间法建模，状态向量维数须很高；否则难免出现因模型维数偏低而出现滤波发散现象．此外，由静态 GPS 观测数据的曲线[9]可直接看出，定位误差中除含随机分量外，还含有幅值和相位作随机跃变的分段

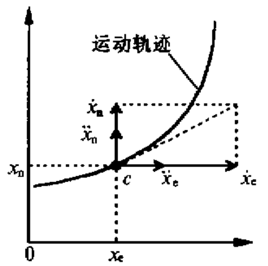


图2 接收机载体的运动情况示意图

周期扰动分量．为此，本文采用基于内模的 GPS 信号建模和自适应卡尔曼滤波算法．若将载体沿某一方向的位移变化 $X_1(t)$ 分段拟合为不同频率的正弦曲线，则位移的第 k 个采样值 $X_1(t)|_{t=kh} = X_{1(k)}$ 应满足如下内模方程

$$(1-\zeta_x z^{-1}+z^{-2})X_{1(k)} = X_{1(k)} - \zeta_x X_{1(k-1)} + X_{1(k-2)} = 0 \tag{23}$$

式中
$$\zeta_x = 2\cos(2\pi / N_x) \tag{24}$$

N_x 为正弦运动的离散周期．考虑动态噪声后有

$$X_{1(k)} = \zeta_x X_{1(k-1)} - X_{1(k-2)} + W_{x(k-1)} \tag{25}$$

再设观测结果

$$Y_{(k)} = X_{1(k)} + g_{1(k)} + V_{(k)} \tag{26}$$

式中含有正弦扰动 $g_{1(k)}$，满足内模方程

$$(1-\zeta_g z^{-1}+z^{-2})g_{1(k)} = g_{1(k)} - \zeta_g g_{1(k-1)} + g_{1(k-2)} = 0 \tag{27}$$

式中
$$\zeta_g = 2\cos(2\pi / N_g) \quad (N_g \text{ 为正弦扰动的离散周期}) \tag{28}$$

按上述思路建立如下便于采用非线性滤波的增广系统状态方程：

$$\begin{bmatrix} X_{1(k)} \\ X_{2(k)} \\ \zeta_{x(k)} \\ g_{1(k)} \\ g_{2(k)} \\ \zeta_{g(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{x(k-1)} X_{1(k-1)} - X_{2(k-1)} \\ X_{1(k-1)} \\ \zeta_{x(k-1)} \\ \zeta_{g(k-1)} g_{1(k-1)} - g_{2(k-1)} \\ g_{1(k-1)} \\ \zeta_{g(k-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{x(k-1)} \\ 0 \\ W_{\zeta x(k-1)} \\ W_{g(k-1)} \\ 0 \\ W_{\zeta g(k-1)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}_{\zeta(k)} = \Phi[\boldsymbol{X}_{\zeta(k-1)},\ k-1] + \boldsymbol{W}_{\zeta(k-1)} \tag{29}$$

和观测方程为

$$\begin{aligned} Y_{(k)} &= [1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0]\boldsymbol{X}_{\zeta(k)} + V_{(k)} = \\ &\quad \boldsymbol{C} \quad \boldsymbol{X}_{\zeta(k)} + V_{(k)} \end{aligned} \tag{30}$$

式中：$W_{x(k)}$，$W_{g(k)}$，$W_{\zeta x(k)}$ 和 $W_{\zeta g(k)}$ 均为零均值白噪声；$W_{\zeta x(k)}$ 和 $W_{\zeta g(k)}$ 分别反映系统状态正弦运动频率和观测结果混有的正弦扰动频率的随机变化．动态噪声方差阵为

$$Q_\zeta = \mathrm{Var}\boldsymbol{W}_{\zeta(k)} = \mathrm{diag}[\mathrm{Var}W_{x(k)},\ 0,\ \mathrm{Var}W_{\zeta x(k)},\ \mathrm{Var}W_{g(k)},\ 0,\ \mathrm{Var}W_{\zeta g(k)}] \tag{31}$$

GPS 信号的采样周期仅为 1 s，致使载体正弦运动或观测中正弦扰动的离散周期可能很大（即 $2\pi / N \approx 0$），因而有 $\cos(2\pi/N) = \sqrt{1-\sin^2(2\pi/N)} \approx 1-(1/2)\sin^2(2\pi/N) \approx 1-(1/2)(2\pi/N)^2$，于是式(24)和式(28)分别化为

$$\zeta_x = 2\cos(2\pi/N_x) \approx 2-\delta_x,\ \ \delta_x = (2\pi/N_x)^2 \tag{32}$$

$$\zeta_g = 2\cos(2\pi/N_g) \approx 2-\delta_g,\ \ \delta_g = (2\pi/N_g)^2 \tag{33}$$

由此不难看出，$\zeta_x \approx 2$ 和 $\zeta_g \approx 2$，因而对 N_x 和 N_g 的变化很不敏感，不利于实现精确估计．为此，以 $\delta_{x(k)}$ 和 $\delta_{g(k)}$ 分别取代 $\zeta_{x(k)}$ 和 $\zeta_{g(k)}$ 组成新的状态向量 $\boldsymbol{X}_{g(k)}$，列出新的系统方程如下：

$$\begin{bmatrix} X_{1(k)} \\ X_{2(k)} \\ \delta_{x(k)} \\ g_{1(k)} \\ g_{2(k)} \\ \delta_{g(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [2-\delta_{x(k-1)}]X_{1(k-1)} - X_{2(k-1)} \\ X_{1(k-1)} \\ \delta_{x(k-1)} \\ [2-\delta_{g(k-1)}]g_{1(k-1)} - g_{2(k-1)} \\ g_{1(k-1)} \\ \delta_{g(k-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{x(k-1)} \\ 0 \\ W_{\delta x(k-1)} \\ W_{g(k-1)} \\ 0 \\ W_{\delta g(k-1)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X}_{\delta(k)} = \Phi[\boldsymbol{X}_{\delta(k-1)},\ k-1] + \boldsymbol{W}_{\delta(k-1)} \tag{34}$$

和
$$Y_{(k)}=[1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0]X_{\delta(k)}+V_{(k)}=C\,X_{\delta(k)}+V_{(k)} \tag{35}$$

动态噪声方差阵为

$$Q_\delta=\mathrm{Var}W_{\delta(k)}=\mathrm{diag}[\mathrm{Var}W_{x(k)},\ 0,\ \mathrm{Var}W_{\delta x(k)},\ \mathrm{Var}W_{g(k)},\ 0,\ \mathrm{Var}W_{\delta g(k)}] \tag{36}$$

按第2章关于观测噪声中含有确定性扰动分量情况的卡尔曼滤波公式(18)可以得到 $X_{g(k)}$ 的最佳滤波 $\hat{X}_{g(k,k)}$，取其中第1个分量即为所求载体的位置滤波值 $\hat{X}_{1(k|k)}$．至此，可对GPS信号形成内模自适应卡尔曼滤波，就是在GPS信号模型式(29)～(31)或式(34)～(36)的基础上，采用迭代型推广卡尔曼滤波算法．

为具体应用推广卡尔曼滤波算法，需对采用扩展状态向量的非线性模型作局部线性化，即对系统状态方程以前一时刻滤波值为参考点作一阶泰勒展开．观测方程在扩展状态变量后仍保持线性且 $C_{(k)}=C$ 不变．因此，对于模型(29)、(30)有

$$\begin{cases}X_{\zeta(k)}\approx \Phi^{[j]}_{\zeta(k,k-1)}X_{\zeta(k-1)}+u^{[j]}_{\zeta(k-1)}+W_{\zeta(k-1)}\\ Y_{(k)}=[1,\ 0,\ 0;\ 1,\ 0,\ 0]X_{\zeta(k)}+V_{(k)}\end{cases} \tag{37}$$

式中

$$\Phi^{[j]}_{\zeta(k,k-1)}=\frac{\partial\Phi[X_{\zeta(k-1)},\ k-1]}{\partial X^{\tau}_{\zeta(k-1)}}\Big|_{X_{\zeta(k-1)}=\hat{X}^{[j]}_{\zeta(k-1|k-1)}}=\begin{bmatrix}\hat{\xi}^{[j]}_{x(k-1|k-1)} & 1 & \hat{X}^{[j]}_{1(k-1,k-1)} & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \hat{\xi}^{[j]}_{g(k-1|k-1)} & 1 & \hat{g}^{[j]}_{1(k-1|k-1)}\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$u^{[j]}_{\zeta(k-1)}=\Phi[\hat{X}^{[j]}_{\zeta(k-1|k-1)},\ k-1]-\Phi^{[j]}_{\zeta(k,k-1)}\hat{X}^{[j]}_{\zeta(k-1|k-1)}=\begin{bmatrix}-\hat{\xi}^{[j]}_{(k-1|k-1)}\hat{X}^{[j]}_{1(k-1|k-1)}\\ 0\\ 0\\ -\hat{\xi}^{[j]}_{g(k-1|k-1)}\hat{g}^{[j]}_{1(k-1|k-1)}\\ 0\\ 0\end{bmatrix} \tag{39}$$

对于模型(34)、(35)有

$$\begin{cases}X_{\delta(k)}\approx \Phi^{[j]}_{\delta(k,k-1)}X_{\delta(k-1)}+u^{[j]}_{\delta(k-1)}+W_{\delta(k-1)}\\ Y_{(k)}=[1,\ 0,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0]X_{\delta(k)}+V_{(k)}\end{cases} \tag{40}$$

式中

$$\Phi^{[j]}_{\delta(k,k-1)}=\frac{\partial\Phi[X_{\delta(k-1)},\ k-1]}{\partial X^{\tau}_{\delta(k-1)}}\Big|_{X_{\delta(k-1)}=\hat{X}^{[j]}_{\delta(k-1|k-1)}}=\begin{bmatrix}2-\hat{\delta}^{[j]}_{x(k-1|k-1)} & 1 & -\hat{X}^{[j]}_{1(k-1,k-1)} & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2-\hat{\delta}^{[j]}_{g(k-1|k-1)} & 1 & -\hat{g}^{[j]}_{1(k-1|k-1)}\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{41}$$

$$u^{[j]}_{\delta(k-1)} = \Phi[\hat{X}^{[j]}_{\delta(k-1|k-1)},\ k-1] - \Phi^{[j]}_{\delta(k,k-1)}\hat{X}^{[j]}_{\delta(k-1|k-1)} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}^{[j]}_{x(k-1|k-1)}\hat{X}^{[j]}_{1(k-1|k-1)} \\ 0 \\ 0 \\ \hat{\delta}^{[j]}_{g(k-1|k-1)}\hat{g}^{[j]}_{1(k-1|k-1)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{42}$$

在实际应用中,若载体的运动速度或加速度有跳变情况,还应采取特殊处理措施．如在滤波已基本上进入稳态情况下,一旦判定信息有较大变化,则可适当增大滤波误差方差阵(若属野值造成信息的特大变化,则另行处理)．

例 1 对于加速度作周期为 100 s 的正弦变化的载体运动,在观测数据中人为加入 GPS 静态定位扰动,采用内模自适应卡尔曼滤波仿真结果如图 3 所示．仿真中噪声方差参数设置为

$$R = 10$$
$$\mathrm{Var}W_{x(k)} = 100,\ \ \mathrm{Var}W_{\delta x(k)} = 0.01$$
$$\mathrm{Var}W_{g(k)} = 10,\ \ \mathrm{Var}W_{\delta g(k)} = 0.01$$

因δ_x和δ_g的值变化不大(< 0.1),且不可能为负值,故此处设相应的方差为 $\mathrm{Var}W_{\delta x(k)} = \mathrm{Var}W_{\delta g(k)} = 0.01$．设位置初值为 0 m,参数$\delta_x$和$\delta_g$的初值均为 0．图 3 表明,载体位移滤波值对真值跟踪能力很强,没有任何发散现象．将图 3 中加速度作正弦变化的载体位移 X的内模频率f_x的实时估计结果示于图 4 中．内模频率估计值由式(32)推出为

$$\hat{f}_x = \frac{1}{\hat{N}_x} = \frac{1}{2\pi}\arccos\left(\frac{2-\hat{\delta}_x}{2}\right) \tag{43}$$

其收敛值(约 0.08 Hz)与真值 0.01 Hz有较大差距是由于存在较强的白噪声干扰．

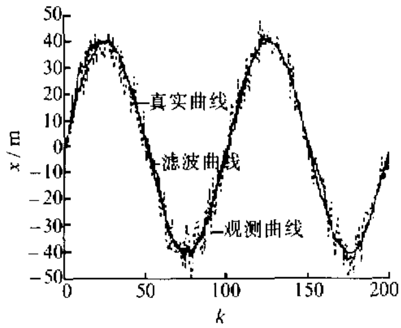


图3 正弦运动载体位移的内模自适应卡尔曼滤波结果

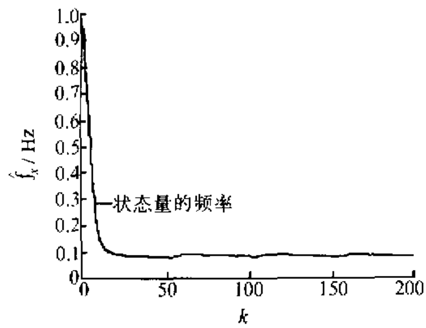


图4 载体正弦运动频率的估计值变化曲线

图 5 是施加于载体位移上的周期为1 000 s 的扰动 $g_{(k)}$的离散周期在线估计结果,可以明显看出估值收敛于真值的趋势．

由此例可见,选取载体运动和观测扰动及其频率参数作为状态向量,并用卡尔曼滤波对其进行实时跟踪估计,是新方法滤波效果改进的关键机理．即使参数估计精度不高,也能取得载体位移的良好滤波效果．

例 2 参照文献 [9] 中的实例,交替作直线和正弦运动的载体速度如图 6 中细实线所示．其表达式为

$$v_{(k)} = \begin{cases} -v_0\cos[2\pi(k-k_0)/N_x],\ \ k\in[k_0,k_0+N_x] \\ -v_0,\ \ k\notin[k_0,k_0+N_x] \end{cases}$$

式中:$k_0 = 40, v_0 = 450, N_x = 60$．相应的位移表达式为:$X_{(k)} = \sum_{i=1}^{k} v_{(i)}$

图 6 仿真结果表明,内模自适应卡尔曼滤波能良好跟踪载体运动速度的变化．

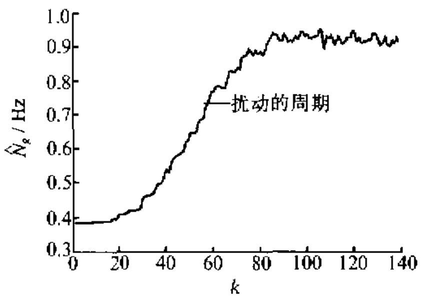


图5　正弦扰动分量周期估计值变化曲线

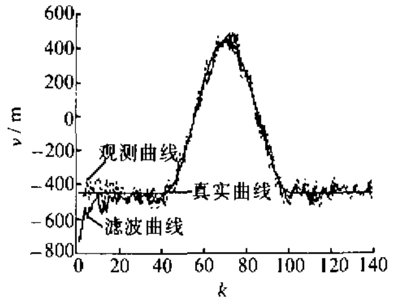


图6　内模自适应卡尔曼滤波对于交替作直线和正弦运动的载体速度滤波效果

例 3　不同滤波方法对于实际跑车数据的滤波效果比较.

对 1998 年 4 月 3 日在北京航空航天大学校园内测得的跑车实验数据进行 QR 参数自适应卡尔曼滤波及内模自适应卡尔曼滤波实验研究. 仿真中以跑车位置观测数据为真值，并叠加东向和北向静态 GPS 定位扰动作为新观测值，再对其进行滤波. 初值及方差参数设定对于 QR 自适应卡尔曼滤波为

$$\hat{X}_{(0|0)} = [x_{e(0)}, 0, 0]^{\mathrm{T}},\quad P_{(0)} = \mathrm{diag}[50^2, 0.5^2, 0.3^2]$$

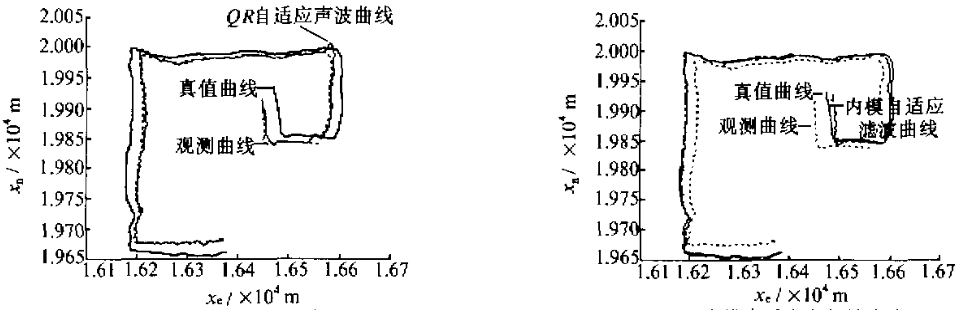
$$R = \mathrm{diag}[50^2, 0.5^2],\quad Q = \mathrm{diag}[0, 0, 1.5^2]$$

对于内模自适应卡尔曼滤波设定为

$$\hat{X}_{(0|0)} = [x_{e(1)}, x_{e(0)}, 0, 0, 0, 0]^{\mathrm{T}},\quad P_{(0)} = \mathrm{diag}[10, 10, 0.1, 0.5, 0.5, 0.1]$$

$$R = 50^2,\quad Q = \mathrm{diag}[100, 0, 0.01, 100, 0, 0.01]$$

两种滤波方法结果如图 7 所示. 可以看出，内模自适应卡尔曼滤波比噪声方差阵 QR 自适应卡尔曼滤波在位置滤波效果上有很显著的改进. 用 QR 自适应卡尔曼滤波得到的估值与真值(即原始观测数据)相差 20 m 左右，而内模自适应卡尔曼滤波的定位精度可达 10 m 以内. 其原因是，GPS 观测数据中的 SA (selective availability)扰动不能简单地视为一般随机噪声，而视为幅值和相位作随机跳变的周期扰动更恰当.



(a) QR自适应卡尔曼滤波　　(b) 内模自适应卡尔曼滤波

图7　两种自适应卡尔曼滤波方法对实测跑车数据的滤波效果比较

6　结束语

针对观测数据中混有不可测确定性扰动的信号滤波问题，基于内模方法提出了同时估计有用信号和不可测确定性扰动及其内模参数的迭代型推广卡尔曼滤波新方法，大大提高了这类信号处理问题的滤波精度. 对实际 GPS 系统动态定位信号的实时处理结果表明，此法的滤波性能较之基本型卡尔曼滤波和 QR 参数自适应卡尔曼滤波均有显著改善.

参考文献:

[1] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Trans ASME, J Basic Eng, 1960, 82: 34-45.

[2] KALMAN R E, Bucy R S. New results in linear filtering and prediction theory[J]. Trans ASME, J Basic Eng, 1961, 83: 95-107.

[3] LUO S, BOSCH P P J V D. Performance robustness of kalman filters for uncertain linear discrete-time systems, in proc[J]. IFAC 13th World Congr, San Francisco, CA, 1996.

[4] ZHANG X F. Peroformance robustness analysis of kalman filter for discrete-time systems under plant and noise uncertainty[J]. Int J of Systems Sciences, 1995, 26: 257-275.

[5] MOIR T J. A polynomial approach to optimal and adaptive filtering with application to speech enhancement[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39(5): 1221-1224.

[6] LJUNG L. Issues in system identification[J]. IEEE Contr Syst Mag, Jan 1991. 25-29.

[7] ZAMES G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses[J]. IEEE Trans Autom Contr, 1981, 26(2): 301-320.

[8] 徐宁寿. 随机信号估计与系统控制[M]. 北京：北京工业大学出版社，2001.

[9] 周宏仁，敬忠良，王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京：国防工业出版社，1991.

An Innovative Internal Model Adaptive Kalman Filtering Method and Its Applications

XU Ning-shou[1], ZHANG Jian-hua[1], ZHANG Qi-shan[2]

(1. College of Electronic Information and Control Engineering,

Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China; 2. Department of Electronic Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100088, China)

Abstract: To deal with the stochastic signal processing problem in which the deterministic disturbance is involved, a new adaptive Kalman filtering technique based on internal model (so-called Internal model adaptive kalman filtering——IMAKF) is proposed. The basic idea is as follows: First, the internal models of both the signal and the deterministic disturbance in the observed data are established by means of piecewise sine wave- fitting. Furthermore, the parameters in these internal models are taken as the augmented state variables to form a new nonlinear system model. Then, the iterative version of extended Kalman filtering (EKF) algorithm is utilized to realize the real-time tracking of those internal model parameters. The innovative approach has been successfully applied to the GPS signal estimation for the purpose of maneuvering target tracking. In comparison with the existing methods, the proposed approach can remarkably improve the positioning accuracy.

Key words: Kalman filter; internal model; adaptive filtering; global positioning system (GPS); maneuvering target tracking