# 基于 LAPIK 并联机器人的群钻数学模型

刘德忠, 李士良, 岳素平, 高学金 ( 北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022 )

摘 要:通过对基本型群钻相关参数的研究,结合 KIM-750 型虚拟轴测量加工中心的具体特性,建立了基于此 并联机器人的基本型群钻数学模型,通过程序控制在该并联机器人上实现了群钻的自动模拟刃磨.

关键词: 群钻; 并联机器人; 虚拟轴加工; 数学模型

中图分类号: TP 242.2

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2003)03-0288-04

虚拟轴机床是基于空间并联机构 Stewart 平台原理开发的并联机器人,近年来受到国内外学者高度重 视.美、日、德、俄等国都研制出了实验性样机;在我国,清华大学、东北大学等都做了深入的研究,研制出 了不同的样机[1:2]. 俄罗斯 LAPIK 公司生产的 KIM-750 型虚拟轴加工中心是一台集测量和加工为一体的 6自由度精密坐标测量机. 该机床灵活性好,精度高,机械结构简单,能够进行只有6个自由度的机床才能 完成的复杂表面的加工工作,有定基准软件,无需使工件相对机器的基准面定位;缺点是工作空间较小.

群钻是对麻花钻进行合理修磨而创制的新钻型.由于群钻刃形复杂,刃磨表面多,不易实现机械自动 刃磨,解决这一问题的关键在于适当的刃磨设备及建立群钻的数学模型.由并联机床的特点看,用并联机 床实现群钻的自动刃磨是很适宜的,作者在 LAPIK 并联机器人基础上,建立了基本型群钻的数学模型,

## 基本型群钻的数学模型

群钻结构参数(又称为设计参数)是在钻头结构坐标系中进行测量与计算,要正确地刃磨出符合设计 参数的群钻,还必须解决设计参数与刃磨参数的关系问题。图 1 表示机床的结构坐标系(坐标原点位于工 作台的中心正上方,x轴正向向右,y 轴正向与 x轴正向逆时针成 90°, z轴正向朝上).

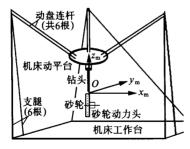


图1 机床结构坐标系示意图

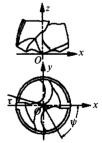


图2 群钻钻头结构

#### 群钻数学模型的坐标系及建模方法

群钻数学模型与群钻刃磨方法有关. 建立群钻数学模型时,根据钻头相应型面的刃磨方法,首先在机

收稿日期: 2003-03-18.

13. 13. 2003-03-16. 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60275031);北京市教委发展基金资助项目(P01030001). 作者简介: 刘德忠(1948-),男,副教授,博士.

床结构坐标系中给出由砂轮表面与钻头相对运动所形成的磨削表面的数学方程,然后根据钻头在机床结构坐标系中的定位姿态,通过坐标变换,将其变换到钻头结构坐标系中,即得到由相应刃磨方法(磨削表面坐标变换法)形成的群钻对应型面的数学模型.首先用钻头的结构坐标系 Oxyz(见图 2)表征钻头的设计参数,坐标原点设在钻心尖处,z 轴与钻轴重合,x 轴平行于外刃结构基面.群钻的刃磨参数用并联机器人的结构坐标系  $Ox_my_mz_m$  表示,刃磨钻头时,钻头依据刃磨参数在机床结构坐标系中定位并相对砂轮作相应的运动.机床结构坐标系是静止的,而钻头结构坐标系可相对于机床结构坐标系进行坐标变换,钻头结构坐标系的初始位置与机床结构坐标系重合.

作者建立的群钻数学模型是将磨头置于 KIM-750 虚拟轴测量加工中心的工作台上,钻头装夹在动平台中心端部向下(见图1). 动平台具有6个自由度,可以实现钻头刃磨和姿态调整. 所使用的砂轮直径远大于钻头直径,故砂轮的圆周表面在刃磨时近似地被看成一平面.

#### 1.2 外刃后刀面数学模型

群钻外刃后刀面可采用多种刃磨方法,这里采用螺旋面刃磨法.钻头外刃螺旋后刀面可以认为是母线 AB(直线切削刃)(见图 3)绕钻芯圆柱面作螺旋运动而形成.它与钻沟前刀面具有相同的旋向,但螺旋角不同.刃磨过程中,钻头自转角速度 $\omega_1$ ,同时沿轴向以速度 $\nu_1$ 运动,形成螺旋运动.

设钻头有 2 个坐标系,一个为 Oxyz 静止坐标系,即结构坐标系,z 轴沿钻轴,x 轴平行于结构基面;另一个为动坐

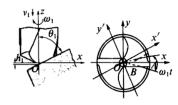


图3 外刃刃磨简图

标系 Ox'y'z', 两坐标系初始位置重合, 可求得螺旋面后刀面在机床结构坐标系中的参数方程为[3]

$$x_{m} = x = \sqrt{r^{2} - r_{o}^{2}} \cos \omega_{1} t + r_{o} \sin \omega_{1} t$$

$$y_{m} = y = \sqrt{r^{2} - r_{o}^{2}} \sin \omega_{1} t + r_{o} \cos \omega_{1} t$$

$$z_{m} = z = \sqrt{r^{2} - r_{o}^{2}} / \tan \theta_{1} - h_{1} + v_{1} t$$
(1)

其中:r为外刃上任一点的位置半径(mm); $r_o$ 为钻心半径(mm); $h_i$ 为两外刃在结构基面上的交点到钻心的 距离(mm); $\theta_i$  为钻头 z 轴与砂轮的夹角.

 $h_1$ 影响刃磨外刃形成的横刃形状,而该横刃在刃磨圆弧刃时将被磨削掉,故可以不考虑其影响,刃磨时可通过对刀定位依经验决定其值. 刃磨参数有  $3 \cap \theta_1, \omega_1$  和 $v_1$ .

#### 1.3 内刃及圆弧刃后刀面数学模型

群钻的内刃后刀面和圆弧刃后刀面是在同一姿态调整中刃磨成型的(见图 4),由砂轮的圆周面和圆角处进行刃磨,圆周面形成内刃后刀面,圆角形成圆弧刃后刀面. 刃磨时为了保证准确的设计参数如横刃斜角 $\psi$ 、圆弧后角等,钻头分别绕 z 轴顺时针转过  $\omega_2$ ,绕 x 轴顺时针转过  $\lambda_2$ ,绕 v 轴逆时针转过  $(\pi/2-\theta_2)$ .

群钻的内刃后刀面可作为平面来分析,在刃磨时是由两个对钻轴对称分布,与钻轴夹角为 $\theta_2$ 的平面所组成,此两平面的交线即形成

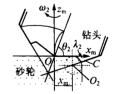


图4 刃磨内刃及圆弧刃后刀面

群钻横刃, 是垂直于钻轴的直线. 因而在机床结构坐标系 Ox., y,, z,中, 右内刃后刀面的方程为

$$z_{\rm m}=0 \tag{2}$$

根据坐标变换,此时钻头结构坐标系 Oxyz 与机床结构坐标系  $Ox_m y_m z_m$  的关系为

$$\begin{bmatrix} x_{\mathrm{m}} \\ y_{\mathrm{m}} \\ z_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_2 & 0 \cos \theta_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \theta_2 & 0 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda_2 & \sin \lambda_2 \\ 0 & -\sin \lambda_2 & \cos \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_2 & \sin \omega_2 & 0 \\ -\sin \omega_2 & \cos \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_1 & \sin \omega_2 & 0 \\ -\sin \omega_2 & \cos \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_1 & \sin \omega_2 & 0 \\ -\sin \omega_2 & \cos \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(3)

将式(3)代人式(2)得右内刃后刀面及左内刃后刀面方程分别为

$$A_{31} x + A_{32} y + A_{33} z = 0 (4)$$

$$-A_{31} x - A_{32} y + A_{33} z = 0 ag{5}$$

圆弧刃后刀面为一圆柱面,它与内刃后刀面相切,由于它和内刃后刀面在同一姿态调整中刃磨成型,故圆弧刃后刀面方程为<sup>[4]</sup>

$$(A_{11}x + A_{12}y + A_{13}z - x_{mR})^{2} + (A_{31}x + A_{32}y + A_{33}z + R)^{2} = R^{2}$$
(6)

式 (4) ~ (6) 中:  $A_{11} = \sin \theta_2 \cos \omega_2 + \cos \theta_2 \sin \lambda_2 \sin \omega_2$ ;  $A_{12} = \sin \theta_2 \sin \omega_2 - \cos \theta_2 \sin \lambda_2 \cos \omega_2$ ;  $A_{13} = \cos \theta_2 \cos \lambda_2$ ;  $A_{31} = -\cos \theta_2 \cos \omega_2 + \sin \theta_2 \sin \lambda_2 \sin \omega_2$ ;  $A_{32} = -\cos \theta_2 \sin \omega_2 - \sin \theta_2 \sin \lambda_2 \cos \omega_2$ ;  $A_{33} = \sin \theta_2 \sin \lambda_2$ ;  $x_{mR}$  为圆柱面轴心坐标.  $\omega_2$ ,  $\lambda_2$ 和  $\theta_2$  为刃磨群钻内刃后刀面及圆弧刃后刀面的刃磨参数.

#### 1.4 内刃前刀面数学模型

群钻内刃前刀面为一平面,由砂轮近侧圆周面磨出. 刃磨内刃前刀面又称为修磨横刃,一方面缩短横刃的长度,同时形成内刃,加大了前角.

修磨横刃时,为保证钻头的内刃锋角 $2\phi_r$ 、内刃法前角 $\gamma_{rc}$ 、内刃斜角 $\tau$ 等设计参数,钻头绕 z 轴顺时针转过 $\omega_r$ ,绕 x 轴逆时针转过 $\lambda_r$  来调整刃磨姿态.

内刃前刀面在机床结构坐标系 Ox.,, v.,, z.,,中的方程为

$$y_{\rm m} = y_{\rm mA} \tag{7}$$

式中: $y_{m,a}$ 为横刃转点 A在机床结构坐标系中沿  $y_{m}$ 轴方向的坐标.

横刃转点 A在钻头结构坐标系 Oxyz 中的坐标为(b, 为横刃长度)

$$x_{A} = (-b_{\psi}\cos\psi)/2$$

$$y_{A} = (b_{\psi}\sin\psi)/2$$

$$z_{A} = 0$$
(8)

根据坐标变换原理,钻头结构坐标系与机床结构坐标系的关系为

$$\begin{bmatrix} x_{m} \\ y_{m} \\ z_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda_{3} & -\sin \lambda_{3} \\ 0 & \sin \lambda_{3} & \cos \lambda_{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_{3} & \sin \omega_{3} & 0 \\ -\sin \omega_{3} & \cos \omega_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(9)

式中:  $B_{21} = -\cos \lambda_3 \sin \omega_3$ ;  $B_{22} = \cos \lambda_3 \cos \omega_3$ ;  $B_{23} = -\sin \lambda_3$ .  $\omega_3 \mathcal{D} \lambda_3 \mathcal{D}$  为刃磨群钻内刃前刀面的刃磨参数. 将式(9)代入式(7)即可得左、右内刃前刀面方程分别为

$$B_{21} x + B_{22} y + B_{23} z = y_{m4}$$
 (10)

$$-B_{21} x - B_{22} y + B_{23} z = y_{mA}$$
 (11)

#### 1.5 辅助圆柱面的数学模型

辅助圆柱面与内刃前刀面在同一姿态调整中磨出,经砂轮圆角圆弧插补形成. 刃磨辅助圆柱面的目的是避免内刃及圆弧刃后刀面在钻削过程中产生干涉现象. 根据经验对其有下面几个要求:①不破坏已经修磨好的横刃及其他切削刃;②它与端平面的夹角应稍大于圆弧刃后角,一般取  $2^\circ \sim 3^\circ$ ;③应适当修磨圆弧刃后刀面,避免对圆弧刃后角产生影响;等等. 为此,将钻头绕 z 轴顺时针转过  $(\pi/2-\psi)$ ,绕 x 轴转过  $\lambda_a$  (一般取 $\lambda_a = \alpha_a + 3^\circ$ )来调整刃磨姿态.

辅助圆柱面在机床结构坐标系 Ox,, v,, z,,中的方程为[5]

$$(x_{m} - x_{m3})^{2} + (z_{m} - z_{m3})^{2} = R_{3}^{2}$$
(12)

式中:  $x_{m3}$ 、 $z_{m3}$ 为辅助圆柱面在机床结构坐标系中的圆心坐标;  $R_3$ 为辅助圆柱面半径, 一般  $R_2$  = (0.4~0.5) d.

为了保证群钻的钻型应适当修磨后刀面,设辅助圆柱面起始半径与 $x_m z_m$ 平面上投影的夹角为 $\theta$ (见图 5). 依经验一般取 $\theta = 40^\circ$ ,故圆心坐标为

$$O_3$$
  $R_3$   $Z_m$   $O_m$   $A$   $X_m$ 

$$x_{\rm m3} = -R_3\cos\theta; z_{\rm m3} = z_{\rm m4} - R_3\sin\theta$$
 (13) 图5 辅助圆柱面圆心式中:  $z_{\rm m4}$  为横刃修磨终点在机床结构坐标系中的坐标,且有 $z_{\rm m4} = -(b\psi\sin\lambda_4)$  / 2. 代人式(13)有

 $x_{m3} = -R_3 \cos \theta; z_{m3} = -(b \psi \sin \lambda_4)/2 - R_3 \sin \theta$ 根据坐标变换原理,类似于式(9),求出钻头结构坐标系与机床结构坐标系的关系后得到

$$x_{\rm m} = x \sin \psi + y \cos \psi; z_{\rm m} = -x \sin \lambda_4 \cos \psi + y \sin \lambda_4 \sin \psi + z \cos \lambda_4$$
 (15)  
将式(14)、(15)代人式(12),即得辅助圆柱面在钻头结构坐标系中的方程.

### 2 结束语

结合 KIM-750 型虚拟轴测量加工中心的具体特性,成功地建立了基于此并联机器人的基本型群钻数学模型. 在此基础上能够求解刃磨参数,利用此并联机器人专用的 SAM 语言编写程序,在该机器人上实现了基本型群钻的模拟刃磨.

#### 参考文献:

- [1] 赵新华. 并联机器人研究进展[J]. 天津理工学院学报, 1998, 14(4): 32-35.
- [2] 李迎, 龚光容, 施祖康. 虚拟轴机床的应用研究与发展趋势 [J]. 机械设计与制造工程, 1999, 28(3). 2-4.
- [3] 倪志福, 陈璧光. 群钻——倪志福钻头[M]. 上海: 上海科技出版社, 1999.
- [4] 曹正铨. 钻尖的数学模型与钻削实验研究[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1993.

# Mathematical Model of Multifork Drill on LAPIK Parallel Machine Tool

LIU De-zhong, LI Shi-liang, YUE Su-ping, GAO Xue-jin (College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

**Abstract:** After studying the design parameter of multifork drill and based on the character of KIM-750 virtual axis machining center, the authors establish the mathematical model of multifork drill, and realize, through program control, the automatic cutter grinding of multifork drill on the machine tool.

Key words: multifork drill; parallel machine tool; virtual axis machining; mathematical model