

凸肩接触面光滑滑动时叶盘系统动力学特性分析

王亲猛, 刘赵森

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022)

摘要: 利用带罚函数固定界面模态综合技术, 结合系统的准循环特点, 对航空发动机中带凸肩叶片/轮盘系统在凸肩接触面光滑条件下的振动特性进行了分析和计算. 该方法在确保计算精度的前提下显著地降低了求解的规模.

关键词: 带凸肩叶片; 振动分析; 模态综合技术; 光滑滑动接触面

中图分类号: O 343.2

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2001)04-0451-05

为了提高效率, 现代航空发动机的风扇叶片一般比较细长, 常采用带凸肩结构, 其涡轮叶片也常带有叶冠. 这些附加结构在增强刚度的同时也起到了摩擦阻尼作用. 对这种带凸肩(叶冠)/轮盘系统的振动特性的研究在 70 年代就开始了. 较早进行这方面研究的是 Cottney 和 Ewins. 早期的研究主要假设叶片/轮盘系统各叶片凸肩(叶冠)之间的接触面位移连续^[1,3], 一般称之为固接状态. Yang 和 Griffin^[4]对凸肩(叶冠)的接触问题进行了更深入的研究. 对凸肩(叶冠)接触面的正压力不保持常值的情况用谐波平衡法进行了讨论, 建立公式预测接触面粘连、滑动和分离的转换过程, 从而可以得到接触面上的摩擦力的情况, 最终用于优化凸肩的设计. 对于凸肩(叶冠)接触面来说, 如何处理它们之间的位移关系是非常关键的. 同时能够在不失精度的前提下提高分析容量和分析速度也很重要. 根据凸肩相对运动情况的不同, 一般处理方式有 3 种^[5]. 本文将研究其中假设凸肩接触面完全光滑滑动时其耦合系统的振动特性.

1 基本假设

以带凸肩风扇叶片/轮盘系统为例, 对凸肩接触面为光滑接触提出 4 个假设: ① 忽略带凸肩叶片和轮盘间在不同转速下具有不同连接刚性的问题, 认为叶片在根部和轮盘连成一体; ② 忽略叶片由于几何非线性大变形所形成的“扭转恢复”效应; ③ 认为凸肩(叶冠)接触面间在振动过程中不分离, 且凸肩(叶冠)沿接触面只有切线方向滑移、法向位移连续; ④ 凸肩(叶冠)接触面在振动过程中仍保持平面. 通过上述假设, 得到一个准循环对称的系统. 可将其分成相应的单个扇区, 引入罚函数应用固定界面子结构技术进行分析.

2 动力学研究

2.1 一般描述

带凸肩叶片/轮盘系统可以通过上面提到的假设定义为一个准循环对称结构, 建立带有一个叶片和部分轮盘的相应扇区的分析模型(如图 1). 图 2 为相邻的两个扇区, 即第 S 个和第 $S+1$ 个扇区. 对相应的 N 个扇区应用固定界面子结构技术进行分析, 扇区间的凸肩界面自由度得到固定后, 进而求解各扇区的固定界面主模态和对接界面约束模态.

引入罚函数来处理凸肩接触面对应点相对位移的约束条件, 在不增加结构方程数的情况下求解约

收稿日期: 2000-12-27.

作者简介: 王亲猛(1971-), 男, 讲师, 博士.

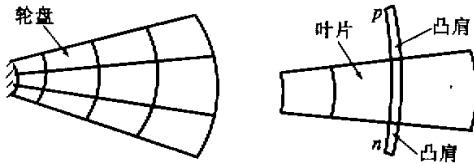


图1 重复扇形区

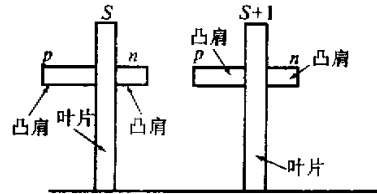


图2 相邻扇形区

束方程,即相当于在结构的总体刚度矩阵中再加入与约束有关的新元素。但罚函数的系数选取必须限制在一定范围内,当其值足够大时才有效,而数值过大又会使刚度矩阵非对角项过大,增加求解的困难。利用罚函数处理接触面约束条件的过程实际上等于在原来的系统刚度矩阵里加入一些在凸肩接触面对应点上形成的单元刚度矩阵的组集,不需要重新计算系统的刚度矩阵。在此基础上形成系统模态综合的假设模态,再根据各扇区凸肩对接面上的位移协调条件,建立在模态坐标上的系统运动方程,求解此方程以提取这个特征方程的前几阶模态作为系统的优势模态,则可得到精度较好的近似解。采用此法,将上述叶片/轮盘系统的原运动方程有效缩减到对接面自由度上求解,显著减少了最终特征值的规模,且各扇区的固定界面主模态和约束模态间存在一定关系,故不必逐个计算,因此可在确保分析精度前提下,使求解规模进一步减少。

2.2 约束问题处理

对于准循环对称结构,接触面的约束条件成为最重要的问题,如何确定约束方程将决定分析的效果。

在有限元分析中,结构的线性约束关系为 $t = C\delta - Q$ 。其中: δ 为节点的位移矢量; C 为常数矩阵; Q 为常数向量。当 $t = 0$ 时 $C\delta = Q$,即意味着约束条件得到了满足。此时在系统的势能中增加罚函数项 $t^T \epsilon t / 2$,其中 ϵ 是一个常数矩阵,且 $\epsilon = \text{diag}(\epsilon_i)$ 。根据 Hamilton 原理得到 Lagrange 函数的最小值,得

$$M\ddot{\delta} + (K + C^T \epsilon C)\delta = F + C^T \epsilon Q \quad (1)$$

其中: M 、 K 为质量和刚度矩阵; F 为等效节点载荷。当 $\epsilon = 0$ 意味着方程(1)没有考虑约束,并且没有阻尼。这表明,如果 $t \neq 0$,随着 ϵ 的增加,违反约束条件的惩罚变得更为重要。

根据假设,如果凸肩接触面上法向单位矢量为 $V = [\alpha, \beta, \gamma]^T$,为了简化系统,令 $\epsilon_i = \epsilon_0 (i = 1, 2, \dots, 6)$,则式(1)可写为: $M\ddot{\delta} + (K + \sum_{i=1}^6 K_c)\delta = 0$ 。其中 $K_c = C_c^T \epsilon_0 C_c$, $C_c = [V^T, -V^T]$ 。

2.3 子结构划分

对实际的带凸肩叶片/轮盘系统进行分析,可以将其分解成 N 个重复的扇形区,如图1所示,每一个扇区包含 $2\pi/N$ 个轮盘和一个叶片。其中带凸肩叶片和轮盘扇区成为了两个子结构。

第 S 个扇区的节点位移为

$${}^{(S)}\delta = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta_i \\ {}^{(S)}\delta_j \end{bmatrix}, \quad {}^{(S)}\delta_j = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta_b \\ {}^{(S)}\delta_d \end{bmatrix}$$

其中下标 i 和 j 分别表示内节点和界面节点。第 S 扇区的刚度矩阵与质量矩阵为

$${}^{(S)}k = \begin{bmatrix} {}^{(S)}k_{ii} & {}^{(S)}k_{ij} \\ {}^{(S)}k_{ji} & {}^{(S)}k_{jj} \end{bmatrix}, \quad {}^{(S)}m = \begin{bmatrix} {}^{(S)}m_{ii} & {}^{(S)}m_{ij} \\ {}^{(S)}m_{ji} & {}^{(S)}m_{jj} \end{bmatrix} \quad (2)$$

当 ${}^{(S)}\delta_j = 0$,则特征方程变为 $({}^{(S)}k_{ii} - {}^{(S)}\omega^2 {}^{(S)}m_{ii}){}^{(S)}\delta_i = 0 (S = 1, 2, \dots, N)$ 。

高级模态可引出为:

$${}^{(S)}\mu_{kk} = {}^{(S)}\Phi_{ik}^T {}^{(S)}m_{ii} {}^{(S)}\Phi_{ik} = I_{kk} \quad (3a)$$

$${}^{(S)}\Omega_{kk} = {}^{(S)}\Phi_{ik}^T {}^{(S)}k_{ii} {}^{(S)}\Phi_{ik} = \text{diag}({}^{(S)}\omega_k^2) \quad (3b)$$

$${}^{(S)}\Phi_{ik} = \{ {}^{(S)}\Phi^{(1)}, {}^{(S)}\Phi^{(2)}, \dots, {}^{(S)}\Phi^{(N)} \} \quad (3c)$$

为了恢复系统,系统的自由度必须释放。这样约束模态可以得到 ${}^{(S)}C_{ij} = -{}^{(S)}k_{ii}^{-1}{}^{(S)}k_{ij}$ 。

实际计算中,只需要计算单个扇区的质量和刚度矩阵以及子结构的模态,然后同时用坐标转换到其他扇区,可表述为: ${}^{(S)}C_{ij} = R_i^T{}^{(1)}C_{ij}R_j$ 。其中 R 是相应的转换矩阵。

2.4 运动方程建立

每一个扇区的界面上的节点位移可以用下列表达式:

$${}^{(S)}\delta_j = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta_{sp} \\ {}^{(S)}\delta_{dp} \\ {}^{(S)}\delta_{dn} \\ {}^{(S)}\delta_{sn} \end{bmatrix}$$

由接触面上位移连续性条件,显然有 ${}^{(S)}\delta_{dn} = {}^{(S+1)}\delta_{dp}$,如图2。

根据假设,接触面上的单位法向矢量为 ${}^{(S)}V = [{}^{(S)}\alpha, {}^{(S)}\beta, {}^{(S)}\gamma]^T$ 。然后 B_1 和 B_2 定义为

$${}^{(S)}B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{{}^{(S)}\alpha}{{}^{(S)}\gamma} & -\frac{{}^{(S)}\beta}{{}^{(S)}\gamma} \end{bmatrix}, \quad {}^{(S)}B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{{}^{(S)}\alpha}{{}^{(S)}\gamma} & \frac{{}^{(S)}\beta}{{}^{(S)}\gamma} & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

令

$${}^{(S)}\delta_{sn} = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta_{sn1} \\ {}^{(S)}\delta_{sn2} \\ \vdots \\ {}^{(S)}\delta_{snL} \end{bmatrix}, \quad {}^{(S)}\delta'_{sn} = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta'_{sn1} \\ {}^{(S)}\delta'_{sn2} \\ \vdots \\ {}^{(S)}\delta'_{snL} \end{bmatrix}, \quad {}^{(S+1)}\delta_{sp} = \begin{bmatrix} {}^{(S+1)}\delta_{sp1} \\ {}^{(S+1)}\delta_{sp2} \\ \vdots \\ {}^{(S+1)}\delta_{spl} \end{bmatrix} \quad (5)$$

同时 ${}^{(S)}B_3 = \text{diag}({}^{(S)}B_1)$, ${}^{(S)}B_4 = \text{diag}({}^{(S)}B_2)$ 。

$${}^{(S)}B_5 = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^{(S)}B_3 \end{bmatrix}, \quad {}^{(S)}B_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ {}^{(S)}B_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

可以得到位移协调方程 ${}^{(S)}\delta_j = {}^{(S)}B_{jv}v$ 。其中 ${}^{(S)}B_{jv} = [O_{4 \times 3} | \cdots | {}^{(S)}B_5 | {}^{(S)}B_6 | \cdots | O_{4 \times 3}]$ 。 ${}^{(S)}B_j$ 由块矩阵构成,第 S 块是 ${}^{(S)}B_5$,第 $(S+1)$ 块是 ${}^{(S)}B_6$,如果第一块是 ${}^{(S)}B_6$,则第 N 块是 ${}^{(S)}B_5$,其他块为 $O_{4 \times 3}$,且

$$v = \text{col} \{ {}^{(S)}v \}, \quad {}^{(S)}v = \begin{bmatrix} {}^{(S)}\delta_{sp} \\ {}^{(S)}\delta_{dp} \\ {}^{(S)}\delta_{sn} \end{bmatrix}$$

令 $w = \text{col} \{ {}^{(S)}\delta_j \}$, w 是系统的非界面自由度, v 是系统的界面自由度,子结构的位移与系统位移的关系为 $U = \text{col} \{ {}^{(S)}\delta \} = TX$ 。其中 $X^T = [w^T, v^T]$, $T = \text{col} \{ {}^{(S)}t \}$,并且

$${}^{(S)}t = \begin{bmatrix} O & O & \cdots & I & \cdots & O & O \\ O & O & \cdots & O & \cdots & O & {}^{(S)}B_{jv} \end{bmatrix} \quad (7)$$

通过利用无耦合子结构组的质量和刚度矩阵和全局组合矩阵 T ,可以形成综合系统的高级模态的部分 Ritz 基。

$$X_{MK} = \begin{bmatrix} \text{diag}({}^{(S)}\Phi_{i,k}) \\ O_{i,k} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中下标 M 是系统独立的自由度, $K = \sum_{s=1}^N {}^{(s)}k$, 且 K 为总的约束子结构保留正则模态的总和.

另一部分 Ritz 基是 $X_{M_0} = \left[\frac{\text{col} \{ {}^{(s)}C_{ij} {}^{(s)}B_j \}}{I_{vv}} \right]$. 所以可以得到全部 Ritz 基 $X_{M_0} = [X_{M_0}, X_{M_0}]$.

经 Ritz 基的转换, 自由度由 N 减小到 q , 表述为: $X = X_{M_0}q$. 其中 $q = K + v$ 是 Ritz 坐标的维数. 最后可以得到较小规模的只包含前 r 阶模态 Q_r 的特征方程, 并且它们是系统的高级模态, 已经是足够精确的近似解. 可用 $X = X_{M_0}Q_r$ 计算系统的物理模态, 其中 $Q_r = [\bar{q}^{(1)}, \bar{q}^{(2)}, \dots, \bar{q}^{(r)}]$.

3 实例分析

考虑带凸肩叶片/轮盘耦合系统, 实际分析模型为一个带有 24 个带凸肩叶片/轮盘系统. 如图 3 所示是带凸肩叶片/轮盘系统的一个扇区; 图 4 所示为带凸肩叶片/轮盘系统的有限元网格, 其中 24 个轮盘中心孔的节点全部约束.

考察凸肩接触面光滑接触时对系统的固有频率的影响. 用前述方法分析了叶片/轮盘系统的固有频率, 作为对照, 同时列出了单个叶片以及完全固接时叶片/轮盘耦合系统的固有频率, 如表 1 所示.

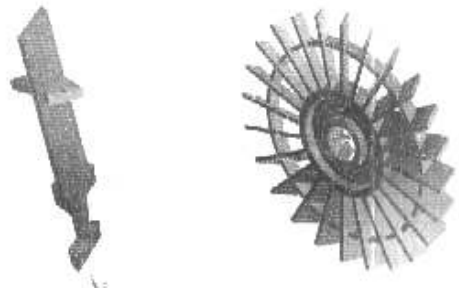


图3 叶片/轮盘单个扇区 图4 叶片/轮盘耦合系统

表1 带凸肩叶片/轮盘耦合系统固有频率

		Hz									
阶	次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
单个叶片 ^[6]	固有频率	469	2 705	3 005	3 005	8 571	11 473	13 574	13 745	15 854	16 617
叶/盘系统	固有频率	556	1 389	1 389	1 389	1 913	2 089	2 089	2 163	2 163	2 202
光滑接触	振型	节圆	一节径	一节径	二节径	二节径	三节径	三节径	四节径	四节径	五节径
叶/盘系统	固有频率	800	2 167	2 167	2 167	2 327	2 530	2 530	2 953	2 953	2 953
完全固接 ^[6]	振型	节圆	一节径	一节径	二节径	二节径	三节径	三节径	四节径	四节径	四节径

从表 1 可以看出, 接触面光滑接触时叶片/轮盘耦合系统第一阶固有频率介于单个叶片的固有频率与叶片/轮盘耦合系统的固有频率之间. 显然由于凸肩法向存在约束, 使得其固有频率比单个叶片增高, 而切向能够相互运动又使其频率要比叶片在凸肩接触面处完全固接时要低. 从表中还可以看到凸肩接触面光滑接触时前七阶振型与凸肩固接时相同, 但从第八阶起振型发生了变化, 没有出现二阶节圆. 这说明由于凸肩接触面间可以相互滑动, 使得系统更容易发生节径振动. 由此也可看出在引入罚函数后应用固定界面子结构技术进行分析是有效的. 图 5 和图 6 分别是耦合系统的第一阶和第四阶振型云图. 很显然, 第一阶振型是节圆而第四阶振型为二节径.

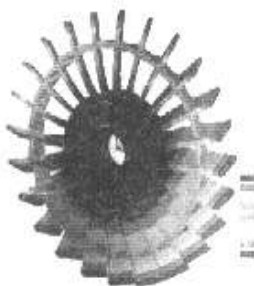


图5 第一阶振型云图

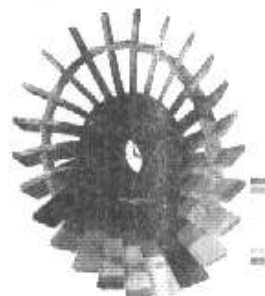


图6 第四阶振型云图

4 结束语

通过带罚函数固定界面模态综合技术,解决了准循环结构各个子结构之间的位移约束问题,因此能够进行相应的振动特性分析. 从实例分析结果可以看出,该方法具有较好的实用性,可以在工程分析中得到进一步的应用.

参考文献:

- [1] SRINIVASAN A V, LIONGERGER S R, BROWN K W. Dynamic analysis of an assembly of shrouded blades using component modes[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1978, 100(3): 520-527.
- [2] WACHTER J, WOLFS H. Investigation of vibration of shrouded turbine blades[A]. ASME Design Engineering Technical Conference[C]. Hartford: CT, 1981.
- [3] WAGNER L F, GRIFFIN J H. A continuous analog model for grouped-blade vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 163(3): 421-438.
- [4] YANG M T, GRIFFIN J H. Exploring how shroud constraint can affect vibratory response intTurbomachinery[J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1995, 117(1): 198-206.
- [5] 王亲猛. 带干摩擦阻尼结构非线性动力学研究[D]. 北京: 北京航空航天大学动力系, 2000.

Analysis on Dynamics Characteristics of Blade / Disc Systems in Shroud Contact Surface Smooth Slipping Motion

WANG Qin-meng, LIU Zhao-miao

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing Polytechnic University, Beijing 100022, China)

Abstract: Theoretical aspects of a new capability to determine the coupling vibration of turbomachines subjected to shrouded blades and disc assemblies are presented. Turbosystems such as advanced turbo-fan aeroengines with shrouded fan blades and disc coupling systems which have freely slipping shroud contact surfaces can be investigated using this capability. By means of fixed interface modal synthesis technique combined with penalty function, the coupling vibration characteristics of the quasi-periodically symmetric assemblies are analyzed. The developed numerical method by using finite element analysis and the corresponding software system are both accomplished. The scale of calculation can be reduced remarkably under the pre-condition of ensured sufficient accuracy of dynamic analysis. Therefore, the obviously economic benefits are emerged. It already has been analyzed and the practical conclusions can be effectively applied for academic and industrial fields.

Key words: shrouded blades; vibration analysis; modal synthesis technique; smooth slipping contact interface