

# 柔顺机构自由度的一种简化计算方法

陈知泰, 余跃庆, 杜兆才

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022)

摘要: 针对柔顺机构的运动和结构特点, 对机构中柔顺元素的柔顺自由度进行了类型分析与判断, 提出通过对柔顺机构进行相应的伪刚体模型的转化, 计算伪刚体模型的自由度确定柔顺机构自由度的思想. 所给算例表明, 该方法能快速、准确地计算和验证柔顺机构的自由度数目.

关键词: 柔顺机构; 伪刚体; 自由度计算

中图分类号: TH 122

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2005)03-0225-04

柔顺机构利用杆的弹性变形实现运动和力的传递, 而不是把杆的弹性变形作为系统误差考虑加以克服, 并且在保证操作精度以及实施、控制等方面比刚性机构有更好的特性<sup>[1]</sup>. 其自由度的计算和刚性机构的自由度计算相比有很大的不同. 特别是柔顺构件的柔性自由度, 它随着运动情况的变化而不同. 柔顺杆运动时有时类似于刚体, 有时类似于柔性关节. 与刚性机构相比, 一个最大的区别就是从刚体运动学角度来看, 通常意义下它的自由度为零时柔顺机构仍然能够运动. 如果按照刚性机构的标准这是完全不能解释的, 因此, 从某种意义上来说, 称为柔顺机构广义自由度更合理, 它表示柔顺机构可能的最大允许输入的运动数目. 目前, 国内外许多学者对柔顺机构的自由度计算做了一定的研究<sup>[2-5]</sup>, 但是他们大多是从柔性变形的角度出发, 理论复杂, 计算繁琐. 作者针对柔顺机构的运动特点提出了一种计算自由度的方法, 通过求解柔顺机构的等效伪刚体模型自由度来计算或验证文献<sup>[3]</sup>中提出的柔顺机构自由度计算方法的正确性.

## 1 柔顺杆构件的自由度确定

文献<sup>[6]</sup>提出了较明确的柔顺概念, 并对柔顺的特点作了详细说明. 文献<sup>[2]</sup>更进一步阐述了柔顺段的分类情况, 通过实例明确指出, 不同的柔顺情况有不同的自由度. 谢先海等<sup>[3]</sup>对段的划分考虑了杆的运动特性并认为杆的挠曲是不连续的. 但他们推出的公式较复杂, 不易理解和说明.

在考虑自由度时相对刚性机构增加了柔性, 故在计算柔顺杆构件自由度时增加了杆的柔顺自由度, 并且柔顺自由度数目因运动特性变化而变化. 下面以平面机构为研究对象来确定柔顺杆构件的自由度.

一般来讲, 在平面运动中刚性杆构件有 3 个自由度, 即 2 个沿坐标方向的移动和 1 个绕某点的转动.

由于柔顺杆在运动中发生变形时其挠曲线方程通常与构件变形的一些参数(如杆两端在同平面相对转角、两端的相对位移等)有关, 所以杆柔顺自由度与参数个数有一定联系. 一般地, 柔顺杆变形根据具体约束情况决定其自由度.

1) 通常情况, 柔顺杆构件不发生柔顺变形时和刚体构件一样有 3 个自由度; 变形时有 3 个柔顺自由度  $dx$ 、 $dy$ 、 $d\theta$ , 如图 1 所示, 即  $AB$  杆  $B$  端相对  $A$  端的位移变化, 所以有 3 个刚性自由度和 3 个柔性自由度, 共 6 个自由度.

2) 若杆  $AB$  是线性变形(如图 2 所示), 即柔顺杆  $AB$  中发生柔性变形部分为  $CB$ ,  $AC$  部分仍为刚性, 相当于  $CB$  段绕  $C$  点转动, 则  $AB$  杆有 1 个柔顺自由度  $d\theta$ , 共有 4 个自由度.

收稿日期: 2003-11-26.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(503750030).

作者简介: 陈知泰(1968-)男, 湖北荆州人, 讲师, 硕士.

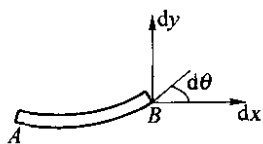


图1 3个柔顺自由度杆

Fig.1 Link with three compliant degrees of freedom

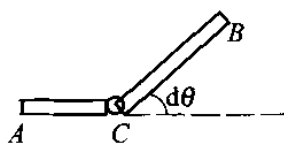


图2 1个转动柔顺自由度杆

Fig.2 Link with one rotating compliant degree of freedom

3) 若杆  $AD$  是大弯曲变形(如图3所示),即杆  $AD$  中  $AB$  为刚性,杆中  $BD$  为柔顺部分,相当于  $DC$  绕  $C$  点转动,同时  $CB$  绕  $B$  点转动,则有2个柔顺自由度  $d\alpha_1$ 、 $d\alpha_2$ ,共有5个自由度。

4) 若杆只沿杆轴线  $s$  方向变形(如图4所示),则杆  $AB$  只有1个柔顺自由度  $ds$ ,共有4个自由度。

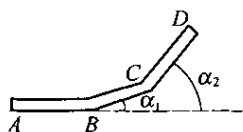


图3 2个柔顺自由度杆

Fig.3 Link with two compliant degrees of freedom

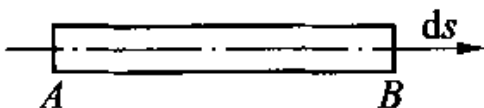


图4 沿轴向变形的1个柔顺自由度杆

Fig.4 Link with one compliant degree of freedom along its axis deformation

## 2 柔顺杆的约束类型

通常情况下柔顺杆的约束有以下几种情况:

- 1) 固结型. 柔顺杆的两端固定连接,杆只能是柔顺变形,限制3个刚性自由度。
- 2) 铰链型. 柔顺构件与其他构件以活动铰连接,限制2个刚性移动自由度。
- 3) 柔顺杆连接型. 把柔顺杆件看成一个关节,连接2个刚性杆,限制2个刚性自由度。

## 3 柔顺机构的等效伪刚体模型

伪刚体模型是在研究柔顺机构的运动学基础上提出来的.在柔顺机构的运动分析与设计中,通常分3个步骤:①柔顺机构的伪刚体建模.②模型参数修改.③柔顺机构运动分析.在机构分析过程中得出伪刚体模型的运动特性和对应的柔顺机构一样<sup>[5,6]</sup>,如同刚性机构的高副低代,也可以把它看成是一种机构的瞬时替代.这2种机构的自由度数应该相同,通过计算伪刚体模型机构的自由度可以方便地求出柔顺机构的自由度或验证文献<sup>[3]</sup>中公式计算的结果。

柔顺杆机构的伪刚体转化是基于梁变形的欧拉-伯努利方程的原理,根据杆运动特点,通常将柔顺杆转换成上面所述的几种刚体形式,然后再与其他构件用铰连接.对于非杆状的柔顺构件(如柔顺凸轮等)在进行转换时直接将其刚体化。

## 4 自由度计算比较实例

文献<sup>[3]</sup>根据机构的自由度等于机构全部构件在无约束时自由度减去被约束的自由度,得出平面柔顺机构自由度公式为

$$F = \sum_{j=4}^6 j n_{j, cseg} + 3 n_{rseg} - \sum_{j=1}^2 (3-j) n_{j, c} - \sum_{j=1}^2 (3-j) n_{j, k} - 3 n_f$$

其中:  $n_{j, cseg}$  表示自由度等于  $j$  的柔顺段的数目;  $n_{rseg}$  表示除机架外的刚性杆数目;  $n_{j, k}$  表示自由度为  $j$  的刚性运动副的数目;  $n_f$  表示两段是固定连接的柔顺杆数目;  $n_{j, c}$  表示柔顺度为  $j$  的柔顺运动副数目。

1) 算例 1

图 5 为一柔顺 4 杆机构, AC 为柔顺杆, AB、BD 为刚性杆. 图 6 为其对应的伪刚体模型. 该伪刚体模型的自由度  $F = 3n - 2p_1 - p_h = 1$ . 因为柔顺杆 AC 是固定端小位移变形, 故有 1 个柔顺自由度, 加上 3 个刚性自由度, AC 杆自由度共计 4 个. 另有刚性杆 2 根 (AB、BD 杆). 经过计算, 该柔顺机构自由度为 1.

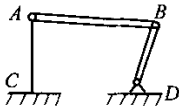


图 5 4 杆柔顺机构

Fig.5 A 4-link compliant mechanism

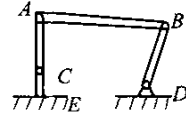


图 6 4 杆柔顺机构的等效伪刚体模型

Fig.6 Equivalent pseudo-rigid-body for 4-link compliant mechanism

2) 算例 2

图 7 为一凸轮柔顺机构, 其对应的伪刚体模型见图 8. 同理, 该凸轮伪刚体模型的自由度  $F = 1$ . 图 7 中凸轮为一柔顺构件, 有 6 个自由度. 另有 1 根柔顺杆 4 个自由度, 1 个刚性构件即推杆. 经过计算得出该柔顺机构自由度为 1.

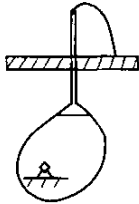


图 7 凸轮柔顺机构

Fig.7 A cam compliant mechanism

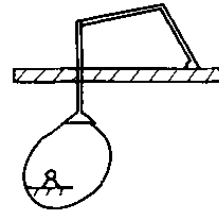


图 8 凸轮柔顺机构的等效伪刚体模型

Fig.8 Equivalent pseudo-rigid-body for cam compliant mechanism

3) 算例 3

图 9 为柔顺滑块机构. 图 10 为其伪刚体模型. 伪刚体模型的自由度  $F = 1$ . 柔顺杆有 1 根, 其自由度数为 4, 另外刚性构件有 2 个, 该柔顺机构自由度为 1.



图 9 柔顺曲柄滑块机构

Fig.9 A compliant slide-crack mechanism

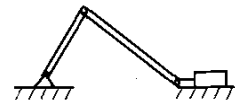


图 10 柔顺曲柄滑块机构的等效伪刚体模型

Fig.10 Equivalent pseudo-rigid-body for compliant slider-crack mechanism

5 结束语

作者提出了运用伪刚体模型计算柔顺机构的自由度的思想, 并通过多个简单实例表明该方法简单、正确. 柔顺机构作为机构分析和研究的一个发展方向, 有关柔性的特点, 构件柔顺的确定, 运动时构件柔顺变形大小的判断, 柔顺自由度的定性分析以及对任意一个柔顺机构进行精确的伪刚体模型的转化等等都有待进一步研究.

参考文献:

[1] HOWELL L L. Compliant Mechanism[M]. New York: McGraw-Hill, 2001.

- [ 2 ] MIDHA A , NORTON T W , HOWELL L L. On the nomenclature , classification , and compliant mechanisms[ J ]. Journal of Mechanical Design , 1994 ,116( 2 ) 270-279.
- [ 3 ] 谢先海 ,罗锋武 ,廖道训. 柔顺机构自由度的一种计算方法[ J ]. 华中理工大学学报 2000 ,28( 2 ) 40-41.  
XIE Xian-hai , LUO Feng-wu , LIAO Dao-xun. A method for the determination of degree-of-freedom of compliant mechanisms[ J ]. J Huazhong Univ of Sci & Tech , 2000 ,28( 2 ) 40-41. ( in Chinese )
- [ 4 ] HER I , MIDHA H. A compliant number concept for compliant mechanisms and type synthesis[ J ]. Journal of Mechanisms , Transmissions and Automation in Design , 1987 ,109( 3 ) 348-355.
- [ 5 ] HOWELL L L , MIDHA A. Parametric deflection approximations for end-loaded , large-deflection beams in compliant mechanism[ J ]. Journal of Mechanical Design , 1995 ,117( 1 ) 156-165.
- [ 6 ] ANANTHASURESH G K , KOTA S. Designing compliant mechanism[ J ]. Mechanical Engineering , 1995 ,117( 11 ) 93-96.

## A Simplification Method for Determinating Degree-of-freedom of Compliant Mechanisms

CHEN Zhi-tai , YU Yue-qing , DU Zhao-cai

( College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology , Beijing University of Technology , Beijing 100022 , China )

**Abstract :** According to the kinematics and the structural characters of compliant mechanism , degree-of-freedom of compliant component is analysed and judged in types. By transforming compliant mechanism into pseudo-rigid-body model and counting the degree-of-freedom of pseudo-rigid-body , a new notion for determinating the degree-of-freedom of compliant mechanism is proposed. Some case studies demonstrate that this method is feasible and accurate.

**Key words :** compliant mechanism ; pseudo-rigid-body ; calculation for degree of freedom