# 非稳态工况下 薄层通道板式超滤器的计算<sup>†</sup>

### 王湛谭立扬张增 奚其炎

(北京工业大学化学与环境工程学系,100022)
 ЮГЧесноков НА Марцулевич О М Флискок
 (俄罗斯圣彼得堡工艺大学)

摘 要 在脉冲进料非稳态工况下,对板式超滤器中的表面剪切力进行了研究,并建立了相 应的数学模型.研究结果表明: 膜表面沉积物厚度在很大程度上取决于膜通道中流体的流速, 振幅、频率等物理量.在 Re < 200 时脉动进料的非稳态剪切力可十分有效地去除膜表面上的 沉积物垢层并提高膜通量.

关键词 板式超滤器,表面剪切力,非稳态,数学模型 分类号 TQ 028.8, TQ 021.4

## 0 引言

超滤作为一项节能、高效、无环境污染的新型技术已在工业生产的各个领域得到了广 泛推广和应用.同时,该项技术在实际应用中还存在着一系列需要解决的工程难题.其中 首要的问题是膜的污染,即处理料液中的胶体,大分子等物质吸附和沉积在膜表面或膜孔 中,使膜的过滤能力降低.目前用于清除膜污染的方法很多:膜通道中高流体流速法;料 液预处理法;膜通道中安装湍动器法;化学试剂法;机械或人工刮削法等<sup>[1]</sup>.上述方法要

么复杂,要么就费用高.尤其是在膜通道中流体 流速较小的情况下,以上各类方法就显得更是力 不从心了.此时,最简单经济的方法是在非稳态 的工况下进行膜滤过程<sup>[2,3]</sup>.通过对4种常见非 稳态工况(④进料流体流量随时间脉动变化; ®反 冲洗; ⑥周期性短时间关闭过滤器清水管线上阀 门; ⑩周期性短时间关闭过滤器非清水管线上阀 门)的研究结果表明<sup>[2]</sup>:在膜通道入口处的雷诺数 小于 200 时, ⑥, ⑩工况效果均不明显.效果最 佳的为反冲洗工况 ⑧和脉动进料的 ④工况见图 1.



收稿日期:1996—12—18

† 国家教委留学回国人员启动项目

)

由于反冲洗工况®所需附助设备多且工艺流程复杂.我们选择工艺流程简单,费用低且易 在工业上实施的脉动流体进料的@工况作为研究对象.

## 1 薄层通道板式超滤器中非稳态脉动剪切力的求取

非稳态二维不可压缩牛顿流体在薄层通道板式超滤器中的层流运动可用以下方程组来 定量描述<sup>[4]</sup>:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$$
(2)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right)$$
(3)

$$U\mid_{y=\pm h}=0 \tag{4}$$

$$V|_{y=\pm h} = V_m \tag{5}$$

$$\frac{\partial U}{\partial v} \mid_{v=0} = 0 \tag{6}$$

$$Q = \int_{-h}^{h} U |_{x=0} dy = Q_0 (1 + A_m \cos \omega t)$$
(7)

$$Q_0 = \frac{1}{2} (Q_{\min} + Q_{\max}), A_m = (Q_{\max} - Q_0) / Q_0$$

并假定脉动流动的流体速度和压力的变化遵循下列变化规律:

$$U^{(1)} = U_0(y) + U_1(y) e^{-it}$$
(8)

$$-\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x} = a_0(x) + a_1(x) e^{-it}$$
(9)

公式(1)~(9)中, *U*, *V*分别为流体沿 x轴和y轴的速度(m/s); *t*为时间(s);  $\rho$ 为流体的密度(kg/m<sup>3</sup>);  $\mu$ 为流体的粘度(cp); *h*为膜通道的半高(m); *V*<sub>m</sub>为流体在膜壁上的流速(m/s); x为沿膜通道长度方向上的变化(m); *Q*, *Q*<sub>0</sub>, *Q*<sub>max</sub>, *Q*<sub>min</sub>分别为进料流体的流量, 平均流量、量大流量、最小流量(m<sup>3</sup>/s); *A*<sub>m</sub>为流体的相对振幅;  $\omega$ 为流体的频率(1/s); *U*<sup>(1)</sup>为沿 x轴的无因次速度; *U*<sub>0</sub>(y), *U*<sub>1</sub>(y)  $e^{-ii}$ 为稳态与非稳态沿 x轴的无因次 速度分量;  $p^{(1)}$ 为无因次压力;  $a_0(x)$ ,  $a_1(x)e^{-ii}$ 为稳态与非稳态的无因次压力分量.

考虑到反渗透, 超滤, 微滤等借助于半透膜的分离过程中,以过滤速率为基准的雷诺数的数量级 (10<sup>-3</sup> – 10<sup>-2</sup>)与以进口速率为基准的雷诺数的数量级 (10<sup>2</sup>)相比相对较小, 按以过滤速为基准的雷诺数展开级数法求解上述方程组,并对结果进行合理简化. 从而,可得相应的整个振动周期中无因次脉动剪切力的最大值:

$$\zeta_{\max}^{(1)} = 3 + \sqrt{a_{1c}^2 + [a_{1s} + \alpha^2 A_m]^2}$$
(10)

式中

$$a_{1c} = \frac{F_1 B_2}{B_1^2 + B_2^2}, \qquad a_{1s} = -\frac{F_1 B_1}{B_1^2 + B_2^2}$$

$$F_1 = 2A_m\beta^2, \qquad \beta = h\sqrt{\frac{\omega\rho}{2\mu}}$$

$$B_1 = 1 - \frac{\sin 2\beta + \sin 2\beta}{2\beta (\cos 2\beta + \sin 2\beta)} \qquad B_2 = \frac{\sin 2\beta - \sin 2\beta}{2\beta (\cos 2\beta + \sin 2\beta)}$$

公式(10)中, $\zeta_{max}^{(1)}$ 为无因次最大脉动剪切力;  $\alpha$ 为瓦默斯里准数 ( $\alpha = h\sqrt{\omega\rho / \mu}$ ).

#### 2 流体脉动进料时数学模型的建立

用于超滤计算的模型很多,如浓度极化层,边界层,胶质层等理论模型.但都各有其局限 性.西方学者早就认为对大多数液体而言,分子扩散传质在过滤过程中不起决定性作用<sup>[5]</sup>.俄 罗斯的学者则认为过滤过程中与自然对流传质相抗衡的是分子的扩散传质而不取决于流体的工 况和溶解物质的类型<sup>[6~14]</sup>.并且以此为基础建立了非稳态数学模型<sup>[15~17]</sup>.而我们所做的大量 超滤分离预实验表明:在以进口速率为标准的 Re < 200 时,膜表面上沉积物的形成及其厚度大 小在很大程度上决定于膜通道中流体流动的频率及振幅,它们是制约膜过滤能力的主要因素.

对薄层流道板式超滤器而言,类似于稳态工况<sup>[3]</sup>,有:过滤速率

$$J(x) = \frac{\Delta p}{\mu (R_1 + R_2 + R_3)}$$
(11)

流体沿膜通道方向上的变化

$$U(x) = U(o) - \frac{2}{h} \int_{o}^{x} J(x) \, \mathrm{d} x \tag{12}$$

膜表面上沉积物的厚度沿膜通道长度方向上的变化

$$\frac{d \,\delta(x)}{dx} = A[J(x) - K \cdot \xi_{\max} \cdot \delta(x)] \tag{13}$$

边界条件

. . .

 $\delta(o) = 0$  (14) 公式(11)~(14)中, J(x)为膜的过滤速率(m/s); Δp 为过程的推动力(Pa); R<sub>1</sub>为 膜本身的阻力(m<sup>-1</sup>); R<sub>2</sub>为膜表面上沉积物的阻力(m<sup>-1</sup>); R<sub>3</sub>为膜表面上浓度极化层的 阻力(m<sup>-1</sup>); U(x)为膜通道中距入口为 x处的速度(m/s); U<sub>0</sub>为膜通道入口处的速度

 $(m/s); p_0$ 为膜通道人口处的压力 (Pa);  $\delta(x)$ 为沉积层厚度 (m); A, K为模型参数; $<math>\zeta_{max}$  为最大脉动剪切力  $(s^{-1})$ .

这样,(11)~(14)式就构成了非稳态工况下,用于计算薄层流道板式超滤器中非稳态 表面剪切力对膜通量和沉积物厚度影响的数学模型.它与稳态数学模型唯一的差别就是表 面剪切力的数学表达式不同.

#### 3 计算参数的确定

3.1 △P的确定

原则上讲, 膜通道中压力也是按(9)式非稳态变化的. 为简化起见, 将压力的变化做

$$P(x) = P_0 \left\{ 1 - \frac{\rho U_0^2}{2p_0} \frac{x}{h} \left\{ c_f \left[ 1 - 2 \frac{J(x)}{U_0} \frac{x}{h} + \frac{4}{3} \left( \frac{J(x)}{U_0} \right)^2 \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right] - \frac{J(x)}{U_0} \cdot \left[ 1 + \frac{J(x)}{U_0} \frac{x}{h} \right] \right\}$$
(15)

1998年

此式中, p(x)为膜通道中距入口距离为 x 处的压力;  $c_r$ 为有效阻力系数;

#### 3.2 $R_1, r_0 \delta_0, R_3, c_1$ 的确定

根据文献 [1]来确定  $R_1$ ,  $r_0\delta_0$ 值和  $R_3$ 值.  $c_f$ 的确定则依据文献 [19, 20]. 对新配制的 Fe ( **OH**)<sub>3</sub>溶液而言,若选用聚酰胺 – 1 000 00,在水温为 18°C,无滤液透过膜下实验, $c_f$ 随 进口流体流速雷诺数的实验结果在 Re = 50~450 范围内采用最小二乘法加以拟合,可得:

 $c_f = 0.228.6 - 1.191.286 \times 10^{-3} \text{Re} + 2.071.429 \times 10^{-6} \text{Re}^2$  (精度为 0.01) (16)

3.3 非稳态表面剪切力ζ ""的求取

$$\zeta_{\max} = \zeta_{\max}^{(1)} \cdot \frac{U_0}{h}$$
(17)

式中, $\overline{U}_{a}$ 为进料流体的平均流速(m/s);

## 4 计算结果与讨论

计算是针对板式薄层流道超滤器进行的. 它由 6 块平板膜组成, 膜通道总长为 0.931 m, 膜通道高 0.46 × 10<sup>-3</sup> m, 膜材料为聚酰胺 – 1 000 00. 所用流体为新配制的 Fe (OH)<sub>3</sub>溶液. 测得其  $R_1$ 为 5.4 × 10<sup>12</sup> / m,  $r_0$ 值为 3.5 × 10<sup>18</sup> / m<sup>2</sup>; 进口处的压降为 0.2 × 10<sup>6</sup> / Pa; 流体密度为 1 000 kg / m<sup>3</sup>, 粘度为 1.0 × 10<sup>-3</sup> Pa · s. 经实验校核本数学模 型后,确定 A 值取 0.1, K 值取 0.01 (计算框图略).

不同的频率和振幅情况下, J / J<sub>0</sub>, r<sub>0</sub>δ (x)沿膜通道长度方向上的变化如图 2, 3 所示. 不难看出:当以进口流速为基准的雷诺数较小时,即当稳态表面剪切力无法有效地去除膜 上沉积物时<sup>[3]</sup>,借助于脉动进料这一非稳态工况不仅可去除膜表面上沉积物中松散堆积的 胶状物或结合强度较差的胶体物,而且对结合强度较强的胶状物也有相当的去除作用.并 且,随着振幅和频率的增大,非稳态剪切力的作用也不断加强,表现为过滤能力的不断增



127

#### 5 结论

 任意悬浮液、胶体物质和乳浊液在薄层流道板式过滤器中的非稳态过程,都可根据 该模型进行定量计算,定量地评价非稳态工况对改善膜污染、提高过滤能力的影响.对脉 动进料工况,借助于该模型可定量地评价流体振幅和频率两因素对改善膜过滤能力的影响.

2. 当膜通道中以进料流体流速为基准的雷诺数小于 200 时,稳态工况已无法有效地 改善膜污染问题.此时,可借助流体脉动进料这一非稳态工况有效地去除膜表面上的松散 沉积物和结合沉积物,从而维持较高的膜通量,减少附加清洗费用,提高膜的寿命和膜设 备的运行周期.

#### 参考文献

- 1 Ван Чжань Марцу^евич Н А, Флисюк О М. Об Оценке Относительной Проницаемос ти Осадка При Разделении Суспензий На Мембранах. ЖПХ. 1992, 65(9): 2155~2158
- 2 Марцулевич Н А, Ван Чжань, Флискок О М. Нестационарные Режины Мембранной Фильтраци. ЖПХ. 1993, 66(6): 1259~1263
- 3 王湛,纪树兰,吕晓猛,等.稳态工况下板式超滤器的计算.水处理技术,1996,22(6): 3278~332
- 4 Чесноков Ю Г, Марцулевич Н А, Ван Чжань. Пульсационное Движение Жидкости В Плоском Канале С Проницаемыми Стенкамн. ЖПХ, 1993, 66(12): 2744~2751
- 5 Porter M C. Cocentration Polarization With Membrane Ultrafiltration. Ind Eng Chem Prod Res Develop, 1972, 11: 234~248
- 6 Старов В М. Концентрирование и Очистка Растворов Высоко Молекулярных Соединени. Химия и Технология Воды. 1987, 9(8): 195~199
- 7 Филиппов А Н, Старов В М, Лялин В А. Образование Гельслоя на Поверхности Мембраны. Химия и Технология Воды, 1987, 11(1): 291~296
- 8 Золотарев П П, Колосов Н В. К Теории Одномерной Ультрафильтрации с Учетом Гелеобразования на Поверхности Мембраны: Тез докл І. Республиканской Конференции Мембраны и Мембранная Технология. Киев, 1989. 291~296
- 9 Поляков С В, Максимов Е Д. К Расчету Процесса Ультрафильтрадии в Плоском Канале при Образовании Геля на Поверхности Мембраны. ТОХТ, 1986, 20(4): 448~453
- 10 Ткачено С В, Котов В В. Математическое Описание Процесса Диафильтрации Латекса: Тез докл. 1 Республиканской Конференции Мембрана и Мембранная Технология. Киев.1987. 63~65
- 11 Лялин В А, Старов В М, Филиппов А Н. Классификации и Математинеское Моделирование Режимов Ультрафильтрации. Химия и Технология Воды, 1990, 12(5): 387~393

- 12 Золотарев П П, Колосов Н В. Теоретическое Описание Процесса Ультрафильтрации С Унстом Гелеобразования. Химия и Технология Воды, 1989, 11(1): 7~9
- 13 Жарких Н И, Духин С С. Формирование Динаминеской Мембраны в Процессе Гелеобразования. Химия и Технология Воды, 1987, 9(1): 16~19
- 14 Старов В М, Элленгорн С М, Лялин В А. Образование Гелеобразного Слоя Молекул Биополимера в Примембранной Области. Химия и Технология Воды, 1989, 11(1): 39
- 15 Дуфин С С, Дубяга А В, Листовниний А В, и др. Химия и Технология Воды, 1991, 13(10): 867~880
- 16 Старов В М, Горбатюк В И. Послойное Формирование Динамических Мембран. Химия и Мехнология Воды, 1983, 5(5): 387~391
- 17 Горбатюк В И, Старов В М. Уменьшение Толщины Неперемешиваемого Слоя при Наложении Пульсаций Давления в Межмебранном Пространстве. Химия и Технология Воды, 1987, 9(1): 3~6
- 18 Марцулевич Н А, Гуляренко В А, Кононов В П. Гидродинамика Мембранных Аппаратов Кассетного Типа. ЖПХ, 1991, 64(4): 818~823
- 19 Марцлевич Н А, Ван Чжань, Флисюк О М. Гидродинамические Характеристики Мембранного Аппарата Кассетного Типа. Журн Прикл Химии, 1992, 65(5): 1135~ 1138
- 20 Гуляренко В А, Марцулевич Н А, Соколов С Е. Гидравлическое Сопротивление Мембранного Аппарата Кассетного Типа. Журн Прикл Химии, 1991, 64(11): 2424~ 2425

## Calculation of Plated UF Device Under Instable Condition

Wang Zhan Tan Liyang Zhang Zeng Xi Qiyan (Department of Chemistry and Environmental Engineering, Beijing Polytechnic University, 100022) Ю Г Чесноков Н А Марцулевич О М Флисюк

( Russia Saint Petersburg State Technical University )

Abstract Under instable condition on pulsation feed, the surface shearing stress along membrane passage of the plate-frame UF device was studied. The result from shows experiments that to a great extent the, thickness of deposit foul cover on membrane surface dependes on the fluid flowing velocity in membrane channel, the amplitude and frequency. When Re < 200, the instable surface shearing stress can efficiently eliminate foul cover deposited on membrane surface and thus increase membrane flux.

Keywords plate-frame UF device, shearing stress, instable state, mathematical mode