

# 多小波自适应阈值降噪在故障诊断中的应用

张建宇<sup>1</sup>, 李文斌<sup>1</sup>, 张随征<sup>1</sup>, 宫兆盛<sup>2</sup>, 崔玲丽<sup>1</sup>, 阳子婧<sup>1</sup>

(1. 北京工业大学 北京市先进制造技术重点实验室, 北京 100124;

2. 中石化胜利油田分公司 孤岛采油厂, 山东 东营 257231)

**摘要:** 为了提取淹没在强背景噪声下的微弱故障信息, 引入多小波自适应阈值降噪方法实现滚动轴承的信号去噪, 并结合包络解调提取故障特征. 多小波具有多个尺度函数和小波函数, 具备单小波无法同时满足的对称性、正交性、紧支性和高阶消失矩等优良特性, 可匹配信号中的不同特征信息. 基于轴承外圈点蚀故障的仿真信号, 分别利用 GHM 多小波和 Db2 小波对其进行降噪处理. 通过信噪比的定量分析表明, 相比单小波而言, 多小波的降噪优势明显. 针对滚动轴承的微点蚀实验信号和现场实采集的工程数据, 多小波自适应阈值技术比单小波方法具有更好的降噪效果, 且更易于提取出滚动轴承的早期故障信息.

**关键词:** 滚动轴承; 多小波; 单小波; 自适应阈值降噪

中图分类号: TP 306+.3

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2013)02-0166-08

## Application of Multiwavelet Adaptive Threshold Denoising in Fault Diagnosis

ZHANG Jian-yu<sup>1</sup>, LI Wen-bin<sup>1</sup>, ZHANG Sui-zheng<sup>1</sup>, GONG Zhao-sheng<sup>2</sup>, CUI Ling-li<sup>1</sup>, YANG Zi-jing<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Gudao Oil Production Plant, Shengli Oilfield Branch, Sinopec Group, Dongying 257231, Shandong, China)

**Abstract:** To extract the weak fault information submerged in strong background noise of the bearing vibration signal, multiwavelet denoising method with adaptive threshold and envelope demodulation method are applied in this paper. Due to several scaling functions and wavelet functions, multiwavelets have many excellent properties that single wavelet cannot satisfy simultaneously, such as symmetry, orthogonality, compact support, and high vanishing moments, which make it match different characteristics of analyzed signal. GHM multiwavelet and Db2 wavelet are used to analyze the simulated outer race fault signal of rolling bearings, in which adaptive threshold selection strategy is introduced in multiwavelet denoising. Based on the comparison of denoising effects, multiwavelet adaptive threshold denoising is much more effective than single wavelet. Furthermore, multiwavelet denoising method is applied to experimental signal and engineering data individually. Results show that the denoising method can identify the incipient fault feature as early as possible, which cannot be realized by single wavelet.

**Key words:** rolling bearing; multiwavelet; single wavelet; adaptive threshold denoising

在滚动轴承的故障诊断研究中, 振动信号分析方法因其对故障信息的敏感性而获得了广泛应用.

但是, 由于现场设备的振源丰富, 信号中夹杂的背景噪声使故障特征的有效提取变得异常困难. 为了有

收稿日期: 2010-12-06.

基金项目: 国家 863 计划资助项目(2009AA4Z417).

作者简介: 张建宇(1975—), 男, 副教授, 主要从事机电设备故障诊断方面的研究, E-mail: zhjy\_1999@bjut.edu.cn.

效地去除噪声,同时考虑到轴承故障的非平稳振动特征,众多学者都将小波分析作为特征提取方法的首选<sup>[1]</sup>. Sun 等<sup>[2]</sup>采用连续小波变换,成功检测出轴承运行中的局部损伤故障; Nikolaou 等<sup>[3]</sup>将小波包变换作为分析系统振动信号的工具,有效诊断出轴承的局部缺陷;史东锋等<sup>[4]</sup>提出基于高斯函数的小波包络解调分析方法,解决了传统包络解调中人为选定共振频带的问题;程军圣等<sup>[5]</sup>提出时间-小波能量谱自相关分析法应用于滚动轴承故障诊断,在诊断出轴承故障的同时,能有效地识别故障模式;雷文平等<sup>[6]</sup>将小波-能量算子解调法用于滚动轴承的早期故障诊断,实例证明该方法比 Hilbert 解调法具有更高的精度和更小的运算量.

尽管与小波分析相关的信号处理方法获得了长足发展,但是上述研究均基于传统的小波函数,其特征提取结果很大程度上取决于基函数类型. 针对单小波的不足,多小波分析方法应运而生. 由于同时具备对称性、正交性、紧支性、高阶消失矩等特性,多小波可匹配信号中的不同特征<sup>[7]</sup>. 近些年来,多小波在图像处理、数据压缩和故障诊断等领域都获得了广泛应用,并确立了相对单小波的分析优势<sup>[8]</sup>. 例如: Khadem 等<sup>[9]</sup>将多小波用于振动信号分析,并用来诊断齿轮故障,信号经多小波分解后能精确诊断到发生故障的轮齿部位; Liu 等<sup>[10]</sup>将多小波包应用于电力系统的故障信号去噪和数据压缩,指出其效果比单小波及小波包更好;钱勇等<sup>[11]</sup>应用 CL 多小波对电力系统中的多态性局部放电现象进行消噪处理,其结果表明多小波对局放的先验知识要求较低,能有效地处理多种形态的局放信号.

针对滚动轴承的冲击故障特征,本文将围绕多小波分析方法完成滚动轴承故障信号的降噪处理,引入自适应阈值的选取策略,并将 Db 系小波作为单小波的代表进行对比研究,通过降噪前后信号的定量分析,验证多小波降噪的比较优势.

## 1 多小波的基本理论

多小波是基于小波构造理论的新小波理论. 同单小波一样,多小波也是基于多分辨分析,不同之处在于多小波有多个尺度函数和小波函数,即  $V_0$  由  $r$  个尺度函数的平移  $\phi_0(t-k), \phi_1(t-k), \dots, \phi_{r-1}(t-k)$  生成. 于是  $r \times r$  的矩阵  $H_k$  和  $G_k$  满足矩阵的尺度方程<sup>[12]</sup>:

$$\phi(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} H_k \phi(2x-k) \quad (1)$$

$$\psi(x) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} G_k \psi(2x-k) \quad (2)$$

式中:  $\phi(x)$  为尺度函数;  $\psi(x)$  为  $\phi(x)$  对应的多小波函数.

根据多小波的多分辨分析,可得到多小波的分解和重构公式如下:

$$s_{j-1,n} = \sum_k H_{k-2n} s_{j,k}; \quad d_{j-1,n} = \sum_k G_{k-2n} s_{j,k}$$

$$s_{j,k} = \sum_n H_{k-2n}^* s_{j-1,n} + \sum_n G_{k-2n}^* d_{j-1,n} \quad (3)$$

式中:  $s_{j-1,n}$  为  $r$  维低频分量;  $d_{j-1,n}$  为  $r$  维高频分量.

在实际应用中,通常取多小波的维数  $r=2$ . 本文采用由 Geronimo、Hardin 和 Massopust 构造的多小波体系,即 GHM 多小波<sup>[13]</sup>. 该二维多小波同时具备对称性、正交性、紧支性及二阶消失矩,其包含的  $2 \times 2$  滤波器系数矩阵分别为

$$H_0 = \begin{pmatrix} 3/5 & 4\sqrt{2}/5 \\ -1/10\sqrt{2} & -3/10 \end{pmatrix} \quad H_1 = \begin{pmatrix} 3/5 & 0 \\ 9/10\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 9/10\sqrt{2} & -3/10 \end{pmatrix} \quad H_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1/10\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_0 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & -3 \\ 1 & 3\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad G_1 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 9/10\sqrt{2} & -10 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 9/10\sqrt{2} & -3 \\ 9 & -3\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad G_3 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

GHM 多小波对应的尺度函数及小波函数如图 1 所示.

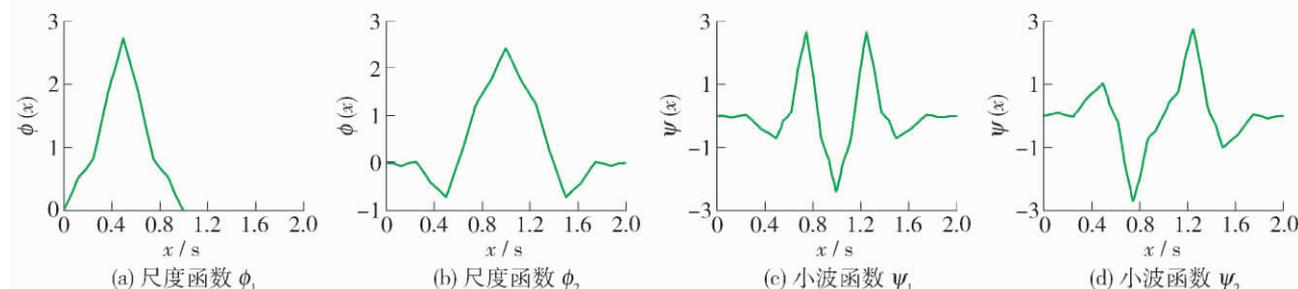


图 1 GHM 多小波尺度函数和小波函数

Fig. 1 GHM scaling functions and wavelet functions

### 2 多小波降噪方法研究

与小波阈值降噪类似,多小波降噪仍然围绕如下理论展开:假定故障信号中特征成分的能量主要集中在有限的几个小波系数中,而噪声能量却分布于整个小波域内.因此,经过小波分解后,信号的小波变换系数要大于噪声的小波变换系数,选择合适的 $\lambda$ 作为阈值,当 $d_{j,k}$ 小于该阈值时,认为此时 $d_{j,k}$ 主要由噪声引起;而当 $d_{j,k}$ 大于该阈值时,认为该系数主要是信号引起的<sup>[14]</sup>.考虑到各层小波系数中的噪声水平不同,固定阈值去噪将导致有用信息被剔除或者残留大量背景噪声<sup>[15]</sup>,因此将根据各层小波系数的噪声水平自适应选择阈值.

#### 2.1 多小波自适应阈值降噪算法

多小波降噪流程如图2所示,原始信号经多尺度小波分解后,基于设定阈值完成降噪处理,之后进行信号重构.与单小波降噪不同的是,信号降噪之前需要进行矢量化处理,以适应多小波函数的多维特性;降噪之后,多小波输出信号必须经后处理恢复成一维振动信号.针对GHM多小波的特性,信号预处理选择GHM.int方法,该方法对GHM多小波滤波器响应的改善效果最佳<sup>[16]</sup>.

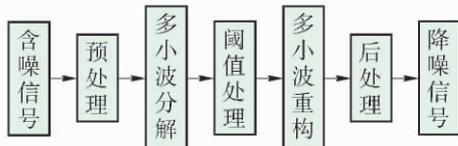


图2 多小波降噪流程

Fig.2 Flowchart of multiwavelet denoising

多小波降噪流程的关键在于阈值的合理选择,这将直接决定降噪效果的优劣.传统的固定阈值并不适于多噪声源的轴承振动信号,因此引入自适应阈值的选取策略,即根据各层 $r$ 维小波系数的噪声水平,利用能量比自适应选择阈值,在此基础上明确给出了标准去噪阈值的计算方法.首先,定义各层 $r$ 维总能量

$$E^j = \sum_{i=1}^r E_i^j = \sum_{i=1}^r \sum_{n=1}^M |d_i^j(n)|^2 \quad (4)$$

式中: $E^j$ 为第 $j$ 层 $r$ 维小波系数的总能量; $E_i^j$ 为第 $j$ 层、第 $i$ 维小波系数能量; $d_i^j(n)$ 为第 $j$ 层、第 $i$ 维小波系数.

进而,定义能量比

$$\mu = \frac{E_i^j}{E^j} \quad (5)$$

根据每层( $j$ )、各维( $i$ )小波系数的噪声水平自适应计算阈值 $\beta_i^j = \lambda_i^j \mu$ ,其中 $\lambda_i^j$ 定义为

$$\lambda_i^j = \sigma_i^j \sqrt{2 \ln n}, \quad \sigma_i^j = \text{MAD} / 0.6745 \quad (6)$$

式中:MAD是小波系数中值的绝对值; $n$ 为信号长度.

#### 2.2 基于故障仿真信号的降噪算法验证

针对轴承外圈故障的振动特性,构造仿真信号如图3(a)所示.标准信号中叠加SNR=7dB的高斯白噪声后,其时域波形如图3(b)所示.

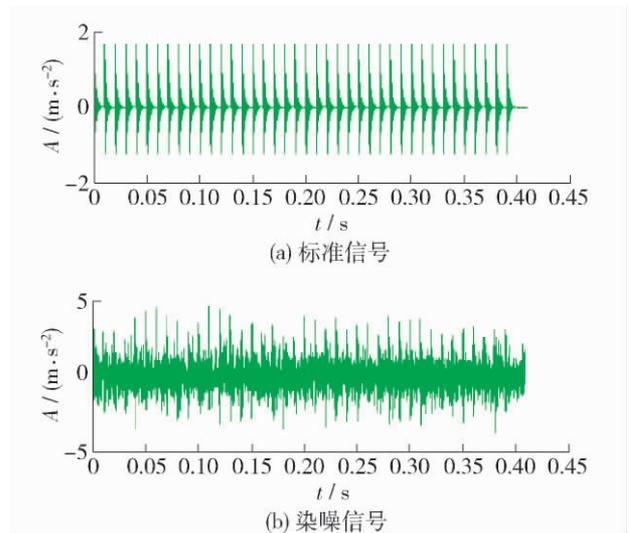


图3 故障仿真信号

Fig.3 Simulation fault signal

为了衡量多小波的降噪效果,选择Db2小波与之进行对比研究.Db2小波具有紧支性和二阶消失矩,其特性与GHM多小波相近.此外,选择信噪比(SNR)和均方根误差(RMSE)2个参数对降噪效果进行定量评价,SNR和RMSE的定义如式(7)(8)所示.降噪信号的SNR越高,其与标准信号的RMSE越小,表明二者越接近,降噪效果越好.

信噪比的定义为

$$\text{SNR} = 10 \lg \left( \frac{\sum_{i=1}^n x^2(i)}{\sum_{i=1}^n (x(i) - \hat{x}(i))^2} \right) \quad (7)$$

均方根误差的定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x(i) - \hat{x}(i))^2} \quad (8)$$

式中: $x(i)$ 为标准信号; $\hat{x}(i)$ 为降噪信号; $n$ 为离散信号长度.

利用GHM多小波对图3(b)的染噪信号进行4层多小波分解,然后采用自适应阈值分别进行软、硬阈值处理,重构信号如图4所示.针对同组仿真信号采用Db2小波完成相同流程后,结果如图5所

示,分解层数同为4层.此外,Db2小波的降噪阈值基于Stein无偏似然估计进行自适应选取.经2类小波降噪后,其SNR和RMSE两个指标的计算结果如表1.可见,无论是选择软阈值还是硬阈值降噪方法,GHM多小波自适应阈值的降噪效果都要明显优于Db2小波降噪,即SNR更高、RMSE更小.

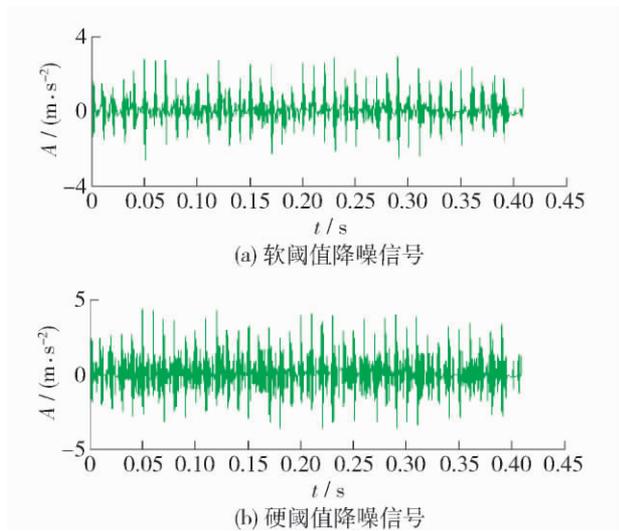


图4 GHM多小波自适应阈值降噪信号

Fig.4 Denoised signal of GHM multiwavelet with adaptive threshold

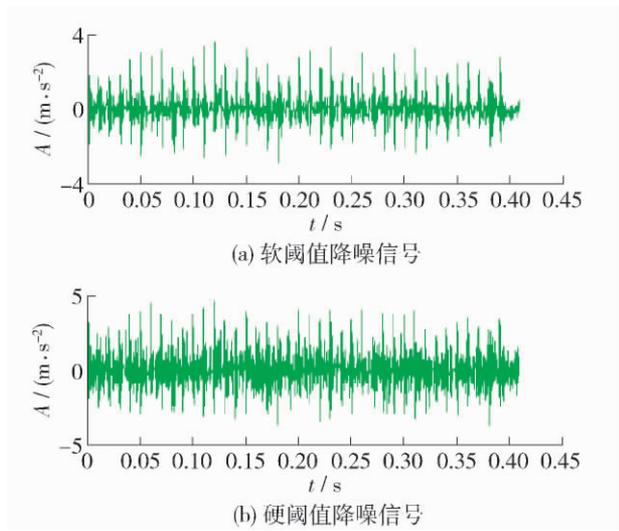


图5 Db2小波自适应阈值降噪信号

Fig.5 Denoised signal of Db2 wavelet with adaptive threshold

表1 仿真信号小波降噪效果

Table 1 Index for denoised signal with different wavelets

	小波	GHM	Db2
SNR	软阈值	15.110 5	13.890 3
	硬阈值	10.014 5	8.699 1
RMSE	软阈值	0.333 7	0.384 0
	硬阈值	0.599 9	0.698 0

### 3 轴承点蚀故障的多小波降噪分析

点蚀是滚动轴承最常见的故障类型之一,早期点蚀由于尺寸较小,激励起的冲击振动并不明显,故障特征多被噪声淹没,造成提取特征困难.本文设计了1.5和0.5 mm两类点蚀缺陷,并将后者作为早期点蚀的代表,采用多小波进行降噪处理.实验轴承的结构参数如表2所示,缺陷采用电火花加工,点蚀直径为1.5和0.5 mm,深度均为0.2 mm.故障信号采用加速度传感器拾取,采样频率为12.8 kHz,采样点数8 192,电机转速为1 496 r/min.根据上述参数,可知外圈点蚀的理论特征频率为76.33 Hz.

表2 实验轴承结构参数

Table 2 Parameters of experimental rolling bearing

型号	外径 $D/mm$	内径 $d/mm$	滚珠 $d'/mm$	滚珠 个数	接触角 $\alpha/(^\circ)$
6307	80	35	13.494	8	0

图6(a)、(b)分别为1.5和0.5 mm点蚀故障振动信号的时域波形,可见1.5 mm点蚀的故障特征异常明显,而0.5 mm点蚀则很难找到与缺陷对应的冲击特征,其振动特征与无故障轴承几乎没有差别.考虑到轴承故障的早期特征多集中在高频段,因此首先对该信号进行带通滤波,滤波器的通带宽度为[1 500 4 500] Hz,滤波后的时域波形及包络解调谱如图7所示.图7(b)中,虽然可找到76.56 Hz,但存在许多噪声频率成分使其不够明显.因此该信号需要进行降噪,然后再提取故障特征.

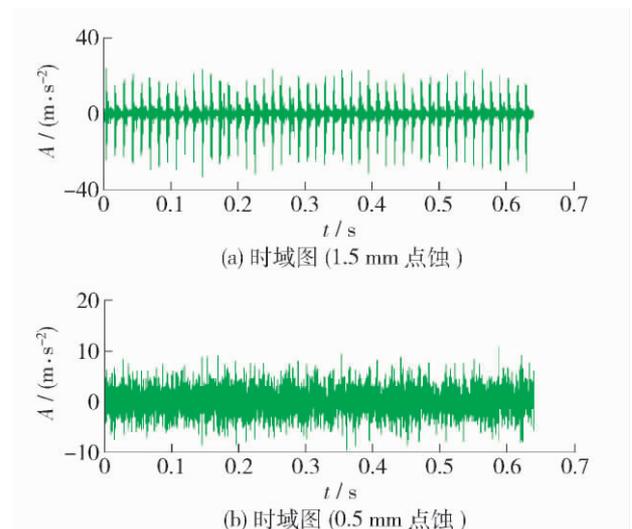


图6 滚动轴承振动信号

Fig.6 Vibration signal of rolling bearing

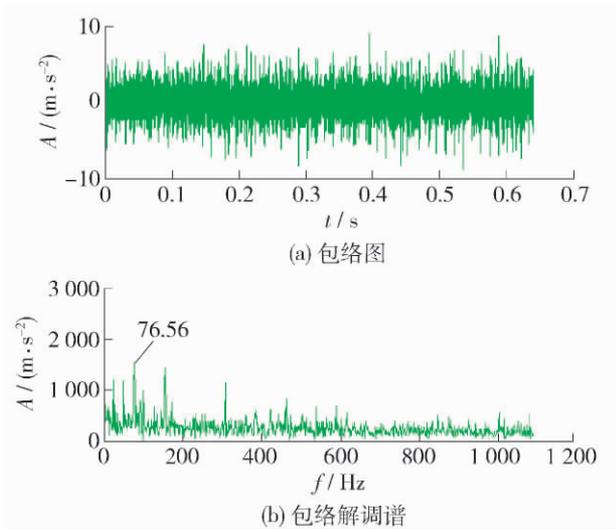


图7 滤波后的早期点蚀故障信号及其包络解调谱

Fig. 7 Incipient fault signal after bandpass filtering and envelope spectrum

与2.2节仿真信号的分析过程类似,分别采用GHM多小波和Db2小波对图7(a)的实验信号完成4层分解,之后进行软阈值降噪处理。2类小波的阈值选取策略亦与2.2节相同。但是,由于分析对象为实测信号,无法定量评估信噪比,本文采用峭度指标和脉冲指标2个量纲为1的参数描述信号中的冲击特性。对降噪信号而言,这2个特征值越大,表明故障信息越突出,降噪效果越好。这2个参数的定义如下:

峭度指标

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{x^4(i)}{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x^2(i)\right)^2} - 3$$

脉冲指标

$$I = \frac{\max |x(i)|}{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} |x(i)|}$$

式中:  $x(i)$  为每个采样点数值;  $N$  为总样本点数。

实验信号经2类小波降噪后的时域波形如图8所示,显然,由波形图无法直接评价信号中冲击特性的强弱。2组降噪信号的统计指标见表3。无论是峭度指标还是脉冲指标,GHM多小波的降噪指标都超过Db2小波1倍左右,说明前者提取的冲击特征更为明显。

为了准确识别信号中的故障特征频率,对降噪信号进行包络解调分析,结果如图9所示。图9(a)为多小波降噪信号的解调谱,可见76.56 Hz(外圈故障特征频率)及其各阶倍频均较为清晰(最高可

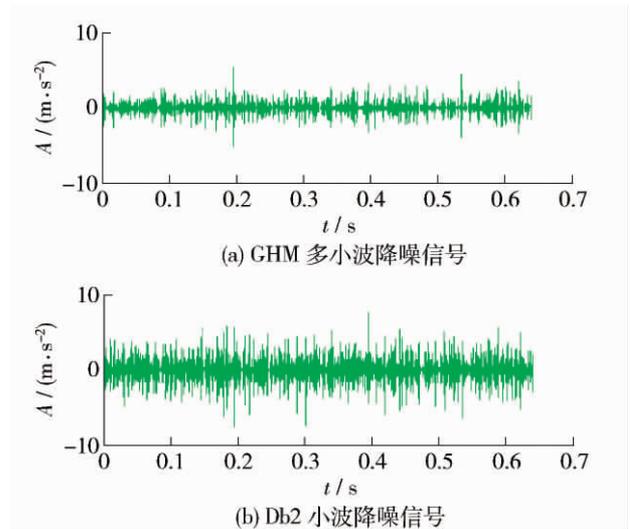


图8 小波降噪后的时域波形

Fig. 8 Time domain waveform after wavelet denoising

表3 小波降噪后的统计指标

Table 3 Index of denoised signal

小波类型	GHM 多小波	Db2 小波
峭度指标(K)	9.117 4	5.151 2
脉冲指标(I)	17.297 1	8.350 5

识别8倍频)。图9(b)中Db2小波降噪后的解调谱虽能找到76.56 Hz,但其倍频信息明显弱于图9(a)2倍频之后的高阶倍频均不易识别。此外,图9(b)中的2倍频(154.7 Hz)与图9(a)的2倍频(153.1 Hz)相比,与准确值(153.12 Hz)之间误差更大。上述结果表明,GHM多小波在信号降噪及故障特征提取方面,明显优于Db2小波。

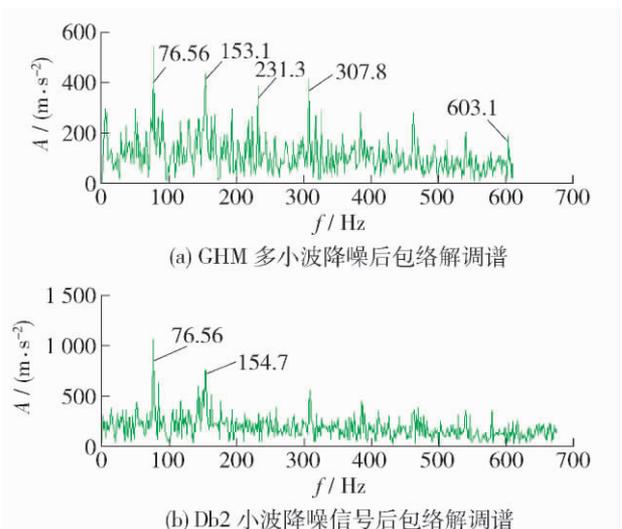


图9 降噪信号的包络解调谱

Fig. 9 Envelope spectrum of denoised signal

#### 4 基于多小波的工程信号降噪分析

冶金企业的齿轮箱多在恶劣的工况(高速、重载)下运行,加之其结构复杂,箱体振动信号相比轴承实验信号,包含更强烈的背景噪声.本文将研究多小波自适应阈值降噪对此类工程信号的应用效果.

2008年3月28日,某高线精轧机的I轴轴承发生内圈断裂,实物如图10所示.现场安装的监测系统准确地捕获了此次故障.为了验证多小波分析对早期故障特征的提取效果,对故障发生前1个月(即2月29日)的监测数据进行分析,当日电机转速为3 906 r/min(即转频65.1 Hz),其时域波形及频谱如图11所示,采样频率12 kHz,采样点数2 048.

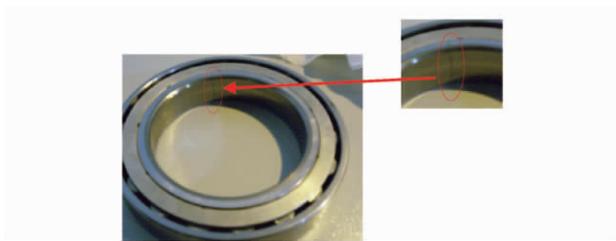


图10 内圈断裂故障轴承

Fig. 10 Rolling bearing with broken inner race

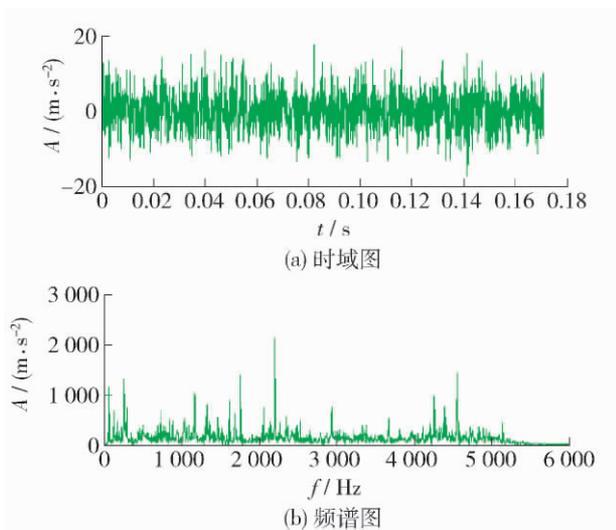


图11 2月29日齿轮箱振动信号

Fig. 11 Vibration signal of gearbox on Feb. 29

图11(a)时域波形未见明显的冲击特征,其频谱图也找不到相应的特征频率.仍然采用GHM多小波和Db2小波对图11信号进行降噪处理,降噪结果如图12所示.图12(a)已能识别一定的周期冲击,而图12(b)并不明显.从降噪信号的统计指标分析可知,针对故障早期的工程信号,GHM多小

波降噪效果明显优于Db2小波,如表4所示.

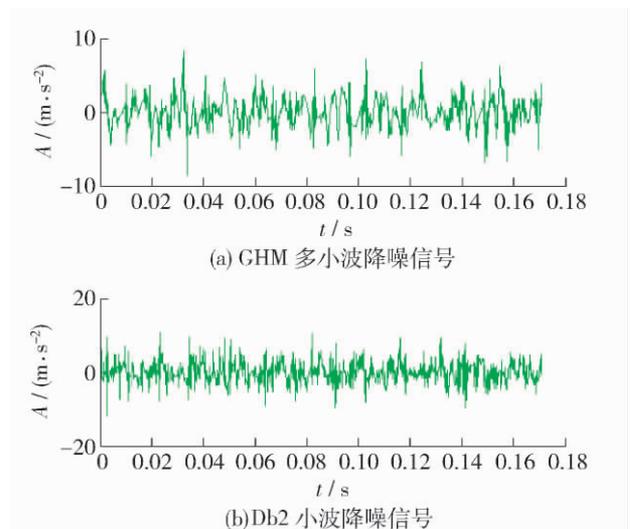


图12 GHM多小波和Db2小波降噪结果

Fig. 12 Time domain waveform after wavelet denoising

表4 工程信号小波降噪后的统计指标

Table 4 Index for denoised engineering signal

小波类型	GHM多小波	Db2小波
峭度指标	3.248 9	1.885 0
脉冲指标	6.407 3	5.306 5

2类小波降噪后的解调谱如图13所示.图13(a)为多小波降噪解调谱,图中故障特征频率(64.45 Hz)及其谐波成分(最高至4倍频)清晰可见.由此即可断定,该齿轮箱在拆箱检修前1个月已存在故障隐患.而Db2小波的降噪解调谱中,无法找到与故障对应的谐波特征,该基频成分(64.45 Hz)也基本被噪声频谱掩盖,无法识别.因此根据

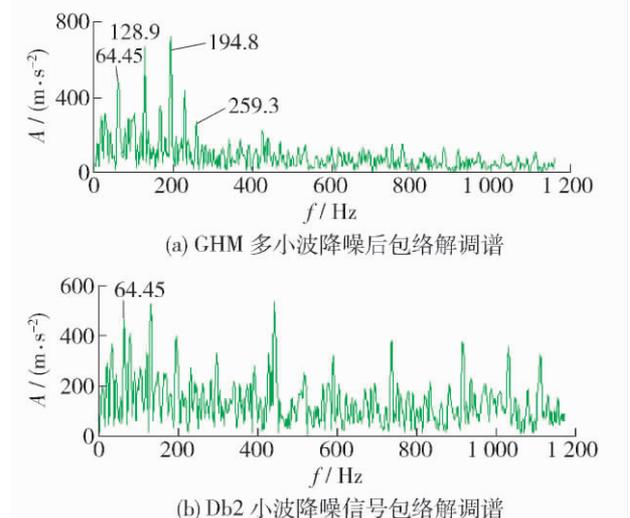


图13 降噪信号的包络解调谱

Fig. 13 Envelope spectrum of denoised signal

Db2 小波的分析结果并不能推断出 1 个月前已经存在的故障特征.

## 5 结论

1) 针对滚动轴承外圈点蚀的仿真信号,分别采用 GHM 多小波和 Db2 小波进行自适应阈值降噪,通过 SNR 和 RMSE 的定量对比,表明 GHM 多小波降噪效果明显优于 Db2 单小波.

2) 利用 GHM 多小波和 Db2 单小波分别对早期故障信号(包括实验信号和工程数据)进行降噪处理,基于峭度指标和脉冲指标的定量分析,同样表明 GHM 多小波对于实测信号的降噪效果也优于单小波.更为重要的是,2 类小波降噪信号的解调分析表明,GHM 多小波比 Db2 小波提取的故障特征更清晰、更准确,这为机械故障的早期诊断提供了一种新思路.

## 参考文献:

- [1] 寿海飞,曹志锡,楼建勇. 基于小波变换的齿轮振动信号降噪分析[J]. 机械设计与制造, 2007, 7(10): 125-126.  
SHOU Hai-fei, CAO Zhi-xi, LOU Jian-yong. Wavelet transform based on de-noising analysis of vibration signal for gear[J]. Machinery Design & Manufacture, 2007, 7(10): 125-126. (in Chinese)
- [2] SUN Q, TANG Y. Singularity analysis using continuous wavelet transform for bearing [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2002, 16(6): 1025-1041.
- [3] NIKOLAOU N G, ANTONIADIS I A. Rolling element bearing fault diagnosis using wavelet packets [J]. NDT & EInternational, 2002, 35(3): 197-205.
- [4] 史东锋,鲍明,屈梁生. 小波包络分析在滚动轴承诊断中的应用[J]. 中国机械工程. 2000, 11(12): 1382-1385.  
SHI Dong-feng, BAO Ming, QU Liang-sheng. Application of wavelet envelope analysis to rolling bearing diagnosis [J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(12): 1382-1385. (in Chinese)
- [5] 程军圣,于德介,邓乾旺,等. 时间-小波能量谱在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2004, 23(2): 33-36.  
CHENG Jun-sheng, YU De-jie, DENG Qian-wang, et al. Application of time-wavelet power spectrum to fault diagnosis of rolling bearings [J]. Journal of Vibration and Shock, 2004, 23(2): 33-36. (in Chinese)
- [6] 雷文平,韩捷. 小波-能量算子解调法的滚动轴承故障诊断[J]. 武汉理工大学学报, 2008, 30(5): 128-131.  
LEI Wen-ping, HAN Jie. Fault diagnosis of rolling bearing by using wavelet and energy operator demodulation [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(5): 128-131. (in Chinese)
- [7] 袁静,何正嘉,王晓东. 平移不变多小波相邻系数降噪方法及其在监测诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2009, 45(4): 155-160.  
YUAN Jing, HE Zheng-jia, WANG Xiao-dong. Translation-invariant multiwavelets denoising using neighboring coefficients and its application to monitoring and diagnosis [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(4): 155-160. (in Chinese)
- [8] 段汕,何娟,刘少英. 多小波变换在信号去噪中的应用[J]. 中南民族大学学报: 自然科学版, 2009, 28(2): 99-103.  
DUAN Shan, HE Juan, LIU Shao-ying. Application of multiwavelet transform in signal de-noising [J]. Journal of South-Central University for Nationalities: National Sciences Edition, 2009, 28(2): 99-103. (in Chinese)
- [9] KHADEM S E, REZAEI M. Development of vibration signature analysis using multiwavelet systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 261(4): 613-633.
- [10] LIU Zhi-gang, ZHANG Da-bo, MA Dan-dan. De-noising and compression of power fault signals based on best multiwavelet packet [C] // IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific, Dalian, August 15-17, 2005: 1-5.
- [11] 钱勇,黄成军,陈陈,等. 多小波消噪算法在局部放电检测中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(6): 89-95.  
QIAN Yong, HUANG Cheng-jun, CHEN Chen, et al. Application of multi-wavelet based on denoising algorithm in partial discharge detection [J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(6): 89-95. (in Chinese)
- [12] 王晓冬,何正嘉,訾艳阳. 多小波自适应构造方法及滚动轴承复合故障诊断研究 [J]. 振动工程学报, 2010, 23(4): 438-444.  
WANG Xiao-dong, HE Zheng-jia, ZI Yan-yang. Adaptive construction of multiwavelet and research on composite fault diagnosis of rolling bearing [J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(4): 438-444. (in Chinese)
- [13] GERNIMO J S, HARDIN D P, MASSOPUST P R. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions [J]. Journal of Approximation Theory, 1994, 78: 373-401.
- [14] 夏国荣,徐志胜. 多小波阈值降噪法在钢丝绳缺陷检

- 测中的应用[J]. 测试技术学报, 2007, 21(4): 311-323.
- XIA Guo-rong, XU Zhi-sheng. Application of multiwavelet threshold denoising method in wire rope faults detection [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2007, 21(4): 311-323. (in Chinese)
- [15] 刘志刚, 钱清泉. 自适应阈值多小波故障暂态信号去噪方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(7): 878-880.
- LIU Zhi-gang, QIAN Qing-quan. Adaptive shrinkage value de-noising method of fault transient signals with multiwavelets [J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(7): 878-880. (in Chinese)
- [16] STRELA V, HOLLER P N, STRANG G, et al. The application of multi-wavelet filter banks to image processing [J]. IEEE Trans on Image Processing, 1999, 8(4): 548-563.
- (责任编辑 杨开英)

---

(上接第165页)

- [7] MAMMAR S, KOENING D. Vehicle handling improvement by active steering [J]. Vehicle System Dynamics, 2002, 38(3): 212-242.
- [8] KOEHN P, ECKRICH M. Active steering—the BMW approach towards modern steering technology [C] // SAE 2004 World Congress & Exhibition. Detroit: SAE Technical Paper, 2004-01-1105.
- [9] 谷正气. 汽车空气动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2005: 56-78.
- [10] KLASSCN J. A generalised crosswing model for vehicle simulation purpose [J]. Vehicle System Dynamics, 2002, 37(supp): 350-359.
- [11] 丁能根, 余贵珍. 汽车动力学及其控制[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2009: 211-214.
- [12] ORABY W A H, EL-DEMERDASH S M, SELIM A M, et al. Improvement of vehicle lateral dynamics by active front steering control [C] // Proceedings of the 2004 SAE Automotive Dynamics, Stability & Controls Conference and Exhibition. Detroit: SAE Technical Paper, 2004-01-2081: 386-398.
- [13] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 133-134.
- (责任编辑 杨开英)