

多指手操作系统的运动学通解及活动性分析

李剑锋¹, 张玉茹², 王新华¹, 魏源迁¹, 伍良生¹, 吴光中¹

(1. 北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022; 2. 北京航空航天大学 机器人研究所, 北京 100083)

摘要: 探讨了多指手操作系统运动学通解的构造及活动性分析问题. 给出了多指手操作的运动学方程, 并通过在物体及关节速度空间分别定义内积将这两个空间进行正交分解. 并提出一种适用于各类多指手操作系统的、构造运动学方程通解的方法. 基于得到的通解表达式分析了各速度子空间之间的映射关系, 进一步给出了系统活动性分析的计算公式.

关键词: 多指手操作; 运动学通解; 活动性

中图分类号: TP 24.2

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2003)02-0278-06

除通过指端与物体接触外, 多指手也可通过指节、手掌等与物体形成多处接触. 文献[1, 2]将这类多接触、多约束的抓持定义为 power grasp. 近年来, 还提出一些新的抓持和操作方式, 如全体肢操作^[3], 多肢体操作^[4]及包络抓持^[5]等; 它们共同的特点是系统具有明显的运动学退化性质, 相应地, 多指手雅克比矩阵的秩 $\text{rank}(J)$ 小于接触约束数目; 此时, 系统不具有在操作空间上实现任意构形所需要的自由度数目; 因此, 可将这类系统称为运动学退化操作系统. 由于退化性质的存在, 其运动学方程的通解不能采用适用于非退化系统的方法来获得. 对这一问题发表的文献相对较少, 文献[4]从操作运动学方程出发, 给出一种适用于各类多指手操作系统的构造运动学方程通解的方法. 通过对物体及关节速度空间进行正交分解并根据接触的运动学约束, 作者给出一种相对简洁的构造多指手操作运动学通解及分析系统活动性的方法.

1 操作运动学方程

在图 1 所示的多指手-物体系统中, 设 c_i 为物体与多指手间的第 i 个接触, c_{oi} 和 c_{fi} 分别为接触 c_i 在物体和手指上的接触位置. $B-XYZ$ 和 $o-xyz$ 分别为建立在手掌上的基坐标系和固联于物体的坐标系. $c_{oi} - t_i o_i n_i$ 为建立在物体接触表面的接触坐标系; n_i, t_i 和 o_i 分别为在基坐标系中表示的物体接触表面处的接触法矢及两彼此正交的切矢; $c_{fi} - t_i o_i n_i$ 为建立在手指接触表面处的接触坐标系, 令其在运动的每一瞬时都与坐标系 $c_{oi} - t_i o_i n_i$ 重合.

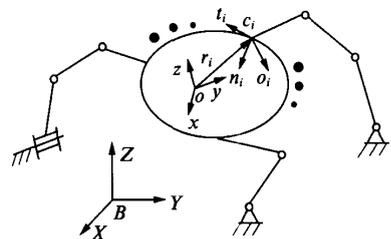


图1 多指手-物体系统

设 ${}^o \dot{c}_i = ({}^o v_{t_i} \quad {}^o v_{n_i} \quad {}^o \omega_{t_i} \quad {}^o \omega_{n_i})^T$ 和 ${}^f \dot{c}_i = ({}^f v_{t_i} \quad {}^f v_{n_i} \quad {}^f \omega_{t_i} \quad {}^f \omega_{n_i})^T$ 分别为在 $c_{oi} - t_i o_i n_i$ 系中表示的 c_{oi} 及 c_{fi} 系的绝对速度. $u = (v, \omega)^T$ 为在基坐标系中表示的物体绝对速度, \dot{q}_i 为第 i 个手指的关节速度. 则由物体和关节速度在接触 c_i 约束方向上产生的速度(在 $c_{oi} - t_i o_i n_i$ 中表示)分别为^[6]

$${}^o \dot{x}_i = H_i G_i^T u \tag{1}$$

$${}^f \dot{x}_i = H_i J_i \dot{q}_i \tag{2}$$

收稿日期: 2002-10-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(59985001).

作者简介: 李剑锋(1964-), 男, 副教授, 博士.

式中 G_i, J_i 及 H_i 为对应于接触 c_i 的接触矩阵、雅可比矩阵和选择矩阵. 其中接触矩阵

$$G_i = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{r}_i \times & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_i \times = \begin{bmatrix} 0 & r_{iz} & -r_{iy} \\ -r_{iz} & 0 & r_{ix} \\ r_{iy} & -r_{ix} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

\mathbf{r}_i 为在基坐标系中表示的接触 c_i 在物体坐标系中的位置矢量; 雅可比矩阵

$$J_i = \begin{bmatrix} J_{L_{i_1}} & J_{L_{i_2}} & \cdots & J_{L_{i_{m_i}}} \\ J_{A_{i_1}} & J_{A_{i_2}} & \cdots & J_{A_{i_{m_i}}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: m_i 为接触 c_i 对应的手指关节数目; $J_{L_j}, J_{A_j} (j = 1, 2, \dots, m_i)$ 的算法见文献[6].

而接触的约束速度 $\dot{\mathbf{x}}$ 取决于接触形式. 若设接触模型分别为硬指接触、软指接触和全约束接触, 有

$$\dot{\mathbf{x}}_i = (v_{t_i} \ v_{o_i} \ v_{n_i})^T, \quad \dot{\mathbf{x}}_i = (v_{t_i} \ v_{o_i} \ v_{n_i} \ \omega_{n_i})^T, \quad \dot{\mathbf{x}}_i = (v_{t_i} \ v_{o_i} \ v_{n_i} \ \omega_{t_i} \ \omega_{o_i} \ \omega_{n_i})^T \quad (5)$$

对于图示建立的接触坐标系, 相应的选择矩阵 H_i (其作用是得到接触坐标系的速度矢量在接触约束方向上的分量) 分别为

$$H_i = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T \\ \mathbf{o}_i^T \ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{n}_i^T \end{bmatrix}, \quad H_i = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T & & & \\ \mathbf{o}_i^T & \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \\ \mathbf{n}_i^T & & & \\ \mathbf{o}_{1 \times 3} & & \mathbf{n}_i^T & \end{bmatrix}, \quad H_i = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_i^T \\ \mathbf{o}_i^T \ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{n}_i^T & & & \\ & & & \mathbf{t}_i^T \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & & \mathbf{o}_i^T & \\ & & & \mathbf{n}_i^T \end{bmatrix} \quad (6)$$

如果多指手与物体之间共有 n 个接触, 则由式(1)、(2)集成有

$$\dot{\mathbf{x}} = [G_1 \ H_1^T \ G_2 \ H_2^T \ \cdots \ G_n \ H_n^T] \mathbf{u} = \mathbf{G}^T \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} H_1 J_1 & & & \\ & H_2 J_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & H_n J_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{G} \in R^{6 \times l}$ 为抓持矩阵; $\mathbf{J} \in R^{l \times m}$ 为多指手雅可比矩阵; l 和 m 分别为接触约束数目及指关节数目.

在操作过程中, 假设物体与手指在接触处不产生相对滑动, 且物体及多指手构件均为刚性体. 由式(7)、(8)可知, 物体和关节运动之间应满足下述方程

$$\mathbf{G}^T \mathbf{u} - \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (9)$$

2 速度空间分解及运动学通解

一般地, 任意给定物体速度 \mathbf{u} , 可由方程(9)确定与之相对应的关节速度 $\dot{\mathbf{q}}$, 但方程是否有解以及如何求解则与操作系统的结构组成有关. 如果抓持矩阵的秩 $\text{rank}(\mathbf{G})=6$, 且有多指手雅可比矩阵的秩 $\text{rank}(\mathbf{J})=m=l$, 对应于给定的物体速度 \mathbf{u} , 可直接由方程(9)确定与之相对应的关节速度 $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{u}$. 若操作系统的 $\text{rank}(\mathbf{G})=6, \text{rank}(\mathbf{J})=l < m$, 则关节速度与物体速度之间的关系为 $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+ \mathbf{G}^T \mathbf{u} + \dot{\mathbf{q}}_0$. 其中: \mathbf{J}^+ 为 \mathbf{J} 的广义逆; $\dot{\mathbf{q}}_0$ 为不影响物体运动的关节自运动. 对于以上两种情形, 任意的物体运动皆可由关节运动生成, 即多指手可灵巧地操作物体. 考察 $\text{rank}(\mathbf{G})=6, \text{rank}(\mathbf{J}) < l$ 的情形, 对于任意的 \mathbf{u} , 由式(7)可确定相应的 $\dot{\mathbf{x}} \in R^l$, 但由于 $\text{rank}(\mathbf{J}) < l$, 式(8)为矛盾方程. 因此, 并非任意的物体速度所要求的指端速度 $\dot{\mathbf{x}} \in R^l$ 皆可由关节速度生成. 这说明 $\text{rank}(\mathbf{J}) < l$ 的多指手操作系统可实现的物体运动属于 $R(\mathbf{G}^T)$ 的一个子空间, 因此, 系统具有运动学退化性质. 当此类系统操作物体时, 必须确定物体的可运动空间并建立物体与指关节运动之

间的关系. 以上仅讨论了 $\text{rank}(\mathbf{G}) = 6$ 的情况, 当 $\text{rank}(\mathbf{G}) < 6$ 时, 运动学方程的求解就更为复杂.

下面给出一种基于速度空间正交分解的运动学通解构造方法. 令 $N(\mathbf{G}^T)$ 和 $N(\mathbf{J})$ 分别为矩阵 \mathbf{G}^T 和 \mathbf{J} 的零空间, N_{G^T} 和 N_J 分别为由 $N(\mathbf{G}^T)$ 及 $N(\mathbf{J})$ 的基向量为列构成的矩阵, 则属于 $N(\mathbf{G}^T)$ 及 $N(\mathbf{J})$ 空间上的物体及关节速度分量可分别表示为

$$\mathbf{u}_N = N_{G^T} \mathbf{y}_{G^T}, \quad \dot{\mathbf{q}}_N = N_J \mathbf{y}_J \quad (10)$$

式中 \mathbf{y}_{G^T} 及 \mathbf{y}_J 为任意的系数向量.

设 $N^+(\mathbf{G}^T)$ 及 $N^+(\mathbf{J})$ 分别为零空间 $N(\mathbf{G}^T)$ 及 $N(\mathbf{J})$ 基于内积 $\mathbf{p}_u = \mathbf{u}^T \mathbf{u}$, $\mathbf{p}_q = \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}}$ 的正交补空间. $\mathbf{u}_{N^+} \in N^+(\mathbf{G}^T)$, $\dot{\mathbf{q}}_{N^+} \in N^+(\mathbf{J})$ 为属于正交补空间上的物体及关节速度矢量, 由内积的定义有

$$\mathbf{u}_{N^+}^T \mathbf{u}_{N^+} = 0, \quad \dot{\mathbf{q}}_{N^+}^T \dot{\mathbf{q}}_{N^+} = 0 \quad (11)$$

进一步由式(10)、(11)得

$$\mathbf{y}_{G^T}^T N_{G^T}^T \mathbf{u}_{N^+} = 0, \quad \mathbf{y}_J^T N_J^T \dot{\mathbf{q}}_{N^+} = 0.$$

令 $\mathbf{A} = N_{G^T}^T$, $\mathbf{B} = N_J^T$. 可知 \mathbf{u}_{N^+} 属于矩阵 \mathbf{A} 的零空间, $\dot{\mathbf{q}}_{N^+}$ 属于矩阵 \mathbf{B} 的零空间. 又令 N_A 、 N_B 分别为由矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 的零空间基向量为列构成的矩阵, 则有式(12)及式(13), 式中 \mathbf{y}_A 、 \mathbf{y}_B 为任意的系数向量.

$$\mathbf{u}_{N^+} = N_A \mathbf{y}_A \quad (12)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{N^+} = N_B \mathbf{y}_B \quad (13)$$

根据上述分析可知, 物体速度 $\mathbf{u}_N = N_{G^T} \mathbf{y}_{G^T}$ 在各接触运动约束方向上生成的速度为零. 说明属于 $N(\mathbf{G}^T)$ 空间上的物体运动与关节的运动无关, 不能由关节运动生成和控制. 关节速度 $\dot{\mathbf{q}}_N = N_J \mathbf{y}_J$ 在各接触运动约束方向上生成的速度也为零, 属于 $N(\mathbf{J})$ 空间上的关节运动不对物体运动产生影响. 因此, 接触速度 ${}^o\dot{\mathbf{x}}$ 、 ${}^f\dot{\mathbf{x}}$ 只能分别由属于 $N^+(\mathbf{G}^T)$ 及 $N^+(\mathbf{J})$ 空间上的物体及关节运动生成, 即

$${}^o\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}^T N_A \mathbf{y}_A, \quad {}^f\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J} N_B \mathbf{y}_B \quad (14)$$

在无滑动假设下, 由式(9)知满足接触约束的物体运动与关节运动之间的关系为

$${}^o\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}^T N_A \mathbf{y}_A = {}^f\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J} N_B \mathbf{y}_B \quad (15)$$

将式(15)写成矩阵形式

$$[\mathbf{G}^T N_A - \mathbf{J} N_B] \begin{pmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (16)$$

令 $\mathbf{C} = [\mathbf{G}^T N_A - \mathbf{J} N_B]$, 并设 N_C 为由矩阵 \mathbf{C} 的零空间基向量为列构成的矩阵, 由式(16)得

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_A \\ \mathbf{y}_B \end{pmatrix} = N_C \mathbf{y}_C = \begin{bmatrix} N_{CA} \\ N_{CB} \end{bmatrix} \mathbf{y}_C \quad (17)$$

综合式(10)、(12)、(13)和(17)可得到物体与关节运动之间的微分运动学关系 $\mathbf{u} = N_{G^T} \mathbf{y}_{G^T} + N_A N_{CA} \mathbf{y}_C$, $\dot{\mathbf{q}} = N_B N_{CB} \mathbf{y}_C + N_J \mathbf{y}_J$. 再令 $\mathbf{D} = N_A N_{CA}$, $\mathbf{E} = N_B N_{CB}$, 最后可得矩阵形式的运动学通解表达式

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} N_{G^T} & \mathbf{D} \\ \mathbf{E} & N_J \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_{G^T} \\ \mathbf{y}_C \\ \mathbf{y}_J \end{pmatrix} \quad (18)$$

3 速度子空间的物理意义及系统的活动性分析

由式(18)知, $N(\mathbf{J})$ 为操作系统的冗余子空间, 属于此空间的关节运动不影响物体的运动; $N(\mathbf{G}^T)$ 为系统的不定子空间, 此空间上的物体运动不受接触约束的影响, 且不能由关节运动生成和控制. 由矩阵 \mathbf{E} 的列向量张成的子空间为 $N(\mathbf{J})$ 的正交补空间 $N^+(\mathbf{J})$, 即 $\mathbf{R}(\mathbf{E}) = N^+(\mathbf{G}^T)$, 属于该空间上的任意关节运动都将生成相应的物体运动. 对于 $\text{rank}(\mathbf{J}) = l$ 的非退化操作系统, 矩阵 \mathbf{D} 的列向量张成 $N(\mathbf{G}^T)$ 的整个正交补空间. 若系统为运动学退化的, 即 $\text{rank}(\mathbf{J}) < l$, 则由矩阵 \mathbf{D} 的列向量张成的子空间一般不是 $N(\mathbf{G}^T)$ 的整

个正交补空间,只是它的一个子空间,有 $R(D) \subseteq N^+(G^T)$. 若设 $R(D) \oplus R(F) = N^+(G^T)$,可知属于子空间 $R(F)$ 上的运动为由于系统退化而不可实现的独立物体运动. 综合以上分析有多指手操作系统速度子空间之间的映射关系如图2所示.



图2 操作系统速度空间之间的映射关系

多指手操作系统的活动性可由如下定义的系统的 N_i 不定度、冗余度 N_r 、对动度 N_c 及活动度 N_m 来描述^[4]. N_i 为当所有关节锁定,确定被持物体相对于基坐标系的位置和姿态所需要的最少独立参数的数目; N_r 为当被操作物体固定不动时,确定操作系统各构件相对于基坐标系的位置和姿态所需要的最少独立参数的数目; N_c 为确定被持物体相对于基坐标系的位置和姿态所需要的最少独立参数的数目; N_m 为系统冗余度及对动度之和为系统的活动度.

由以上定义及式(18)不难看出,如果多指手各关节均处于确定位形,则在满足接触约束条件的前提下,确定物体相对于基坐标系的位置及姿态所需的最少独立参数的数目为矩阵 N_{G^T} 的秩. 当物体的位姿固定不变时,所需要的确定多指手各构件相对与基坐标系位姿的最少独立参数的等于矩阵 N_j 的秩. 由于属于子空间 $N(J)$ 上的关节运动不影响物体的运动,故操作系统的对动度为矩阵 N_{G^T} 及矩阵 D 的秩的和. 相应地有操作系统 N_i 、 N_r 、 N_c 及 N_m 的计算公式分别为

$$\begin{aligned}
 N_i &= \text{rank}(N_{G^T}) \\
 N_r &= \text{rank}(N_j) \\
 N_c &= \text{rank}(N_{G^T}) + \text{rank}(D) \\
 N_m &= \text{rank}(N_j) + \text{rank}(N_{G^T}) + \text{rank}(D)
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

4 算例

对于不同接触模型各类操作系统,均可按前述方法得到解析形式的运动学通解表达式^[7]. 为既说明方法的有效性,又不致使算例过于复杂,本节给出的算例为系统在给定操作位形处的运动学关系式.

图3所示两指操作系统中,设 c_1 、 c_2 均为硬指接触. 各杆长 $l_1 = 3 / 10$ m, $l_2 = \sqrt{3} / 10$ m, $l_3 = 3 / 20$ m. 物体为半径 $R = 0.1$ m的圆盘. 令基坐标系 $B-XYZ$ 与物体坐标系 $o-xyz$ 重合,两接触坐标建立如图3所示.

图3中位形处, $q_1 = 90^\circ$, $q_2 = 120^\circ$, $q_3 = 330^\circ$. 相对于图示坐标系,有

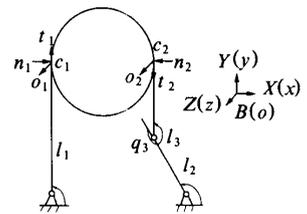


图3 两指操作系统

$$G^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -0.1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.1 & 0 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3/10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/20 & 0 \\ 0 & 3/10 & 3/20 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \tag{20}$$

由式(20)知, $N(J)$ 为只含零向量的空间, $N(G^T)$ 为一维空间, 对应地 $N_{G^T} = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T$. 得 $A = N_{G^T}^T = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$. 由式(12)得

$$u_{N^t} = N_A y_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} y_A \quad (21)$$

又根据式(9)及式(20)有式(22)进一步得到(23).

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3/10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & 0 & -\sqrt{3}/20 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3/10 & -3/20 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_A \\ \dot{q} \end{pmatrix} = 0 \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} y_{A1} \\ y_{A2} \\ y_{A2} \\ y_{A3} \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 10 \\ -10/3 & 0 \\ 0 & -40/\sqrt{3} \\ -20/3 & 80/\sqrt{3} \end{bmatrix} y_C \quad (23)$$

将求得的 y_A 代入式(21)并与得到的关节速度 \dot{q} 组合, 再由式(18)可得在相应位形处的运动学通解为

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & -10/3 & 0 \\ 0 & 0 & -40/\sqrt{3} \\ 0 & -20/3 & 80/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_{G^T} \\ y_C \end{pmatrix} \quad (24)$$

根据以上分析及式(19), 可知此操作系统的 $N_r = 0$, $N_i = 1$, $N_c = 3$, $N_m = 3$.

5 结束语

作者给出了一种构造多指手操作运动学通解的方法. 由于在定义内积的基础上, 先对物体及指关节

速度空间进行了正交分解,并将物体的不确定运动及指关节的冗余运动从运动学方程中分离出去。因此,在运动学通解的构造过程中避免了与大维数矩阵相关的复杂运算,与已有方法相比,此方法相对简洁。得到的通解表达式可用于多指手操作系统的运动学控制,还可进一步建立各速度子空间之间的映射关系,并对系统的活动性进行分析。

参考文献:

- [1] CURKOSKY M R. On grasp choice, grasp models, and design of hands for manufacturing tasks[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1989, 5(3): 267-279.
- [2] ZHANG Yuru, GRUVER W A. Classification of grasps by multi-fingered robot hands[A]. Proc of 1996 IEEE Conf on Intelligent Robots and Systems[C]. New Mexico: IEEE Robotics and Automation Society, 1996.1052-1059.
- [3] BICCHI A. On the problem of decomposing grasp and manipulation forces in multiple whole-limb manipulation[J]. J Robotics and Autonomous Systems, 1994, 13(2): 127-147.
- [4] BICCHI A, MELCHIORRICO C. On the mobility and manipulability of general multiple limb robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1995, 11(2): 215-228.
- [5] HOWARD S W, KUMAR V. Modeling and analysis of the compliance and stability of enveloping grasps[A]. Proc of 1995 IEEE Int Conf on Robotics and Automation[C]. Nagoya: IEEE Robotics and Automation Society, 1995. 1367-1373.
- [6] 熊有伦. 机器人学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- [7] 李剑锋. 多指手的操作灵巧性设计及操作运动学研究[D]. 北京: 北京航空航天大学机器人研究所, 1999.

General Kinematic Solution and Mobility Analysis of Multi-fingered Hand Manipulation System

LI Jian-feng¹, ZHANG Yu-ru², WANG Xin-hua¹,

WEI Yuan-qian¹, WU Liang-sheng¹, WU Guang-zhong¹

(1. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology,
Beijing University of Technology, Beijing 100022, China;

2. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The authors explore the constitution of the general kinematic solution and the mobility analysis of multi-fingered hand manipulating systems. First, the kinematics equation of the multi-fingered hand manipulation is presented and the velocity spaces of object and finger joints are, respectively decomposed orthogonally by introducing appropriate inner products. Then a method suitable to all kinds of multi-fingered hand manipulating systems, and the general solution of structural kinematics formula is proposed. According to the obtained analytic expression formula of the general solution, the mapping relations between the velocity subspaces are analyzed, and the mobility analysis formulae of multi-fingered hand manipulating systems are given.

Key words: multi-fingered hand manipulation; general kinematic solution; mobility