

考虑有效应力的软土固结系数变化规律

张明¹, 赵月平², 王威³, 赵有明¹, 马东辉³, 苏经宇³

(1. 中国铁道科学研究院 深圳研究院设计院, 深圳 518034; 2. 河南省新开元路桥工程咨询有限公司, 郑州 450016;
3. 北京工业大学 抗震减灾研究所, 北京 100124)

摘要: 在渗透系数与孔隙比以及有效应力和孔隙比的2类经验回归拟合关系的基础上, 推导出固结系数和有效应力的表达式, 通过算例和室内试验研究了不同固结应力软土压缩过程中固结系数的变化规律, 同时提出考虑有效应力的软土固结系数三次多项式拟合回归方程。研究结果表明: 随着有效应力的增加, 考虑固结系数变化的软土地基固结速率, 相对于太沙基固结理论预测的固结速率, 会在一定程度上加快(压缩指数 C_c 与渗透指数 C_k 的比值 $C_c/C_k < 1$) 或减缓($C_c/C_k > 1$) 土体的固结, $C_c/C_k = 1$ 时, 与太沙基固结理论假设一致; 采用统一的三次多项式拟合固结系数与有效应力的关系, 达到了很好的拟合效果, 此结果为数值分析中参数选取的准确性提供了保障, 能较准确预估软土地基的变形速率。

关键词: 固结系数; 有效应力; 渗透系数; 孔隙比; 多项式拟合

中图分类号: TU 411.3

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2010)02-0199-07

土的固结系数概念源于太沙基的一维固结模型, 是反映土层固结快慢的1个重要指标。太沙基一维固结理论假定土的渗透系数和压缩系数在压缩过程中是不变的, 其中固结系数 C_v 是一个估计变形速率的重要参数。然而大量的试验结果表明, 在固结过程中, 渗透系数和压缩系数都会随有效应力的变化而变化, 并且其变化值也较大。很显然, 传统的理论将其视为一个常数, 虽然可以简化计算, 但作为数值分析的物理参数并不能反映土体的真实性状。目前的工程设计和数值计算中, 通常假定软土的固结系数在加载过程中为常数, 计算沉降速率和固结度及变形大多数还是基于太沙基固结理论, 导致计算与实际差别很大, 固结系数取为常数是原因之一。特别是在堆载预压法处理过程中, 如何选择合适的固结系数、了解堆载预压过程中软土的变形发展规律, 成为设计、施工者十分关注的课题。

如何有效地确定固结系数受到许多学者的关注。一方面从大量的室内固结试验入手, 得出了 C_v 与有效应力之间的实验关系图; 另一方面通过对太沙基一维固结理论中不合理的假定进行修正, 得出了各自的 C_v 与有效应力之间的关系式。但目前对于固结系数与有效应力之间的关系尚无公认的看法。本文利用2类试验拟合的渗透系数与孔隙比以及有效应力和孔隙比的经验回归关系, 推导出固结系数 C_v 和有效应力的关系计算公式, 并通过算例和室内试验结果进一步研究软土压缩过程中固结系数随有效应力的变化规律, 提出了考虑有效应力的软土固结系数三次多项式拟合回归方程。

1 渗透系数与有效应力的关系

在软土固结过程中, 土中孔隙体积逐渐减小, 土颗粒之间的相对位置也发生变化, 一些大孔隙因受压而闭合, 颗粒间的连通性逐渐变差, 土的渗透性必然发生较大的变化, 研究软土的实际固结过程发现, 在固结过程的不同时刻、不同固结压力作用下其渗透系数是不同的。对于软土来说, 渗透系数不仅与固结压力、孔隙比、排水情况有关, 而且与孔隙水压力消散密切相关。对于渗透系数、孔隙比、有效应力三者的关系研究, 国内外岩土工程师进行了大量的试验, 得到了接近工程实践较为适合的试验回归拟合关系。

收稿日期: 2008-10-09.

基金项目: 国家十一五科技支撑计划资助项目(2006BAJ06B01, 2006BAJ04A03, 2006BAJ13B04, 2006BAJ16B03).

作者简介: 张明(1979—), 男, 湖北京山人, 博士研究生。

1.1 渗透系数与有效应力的回归关系一

很多学者通过大量的试验数据和研究成果得到了渗透系数与孔隙比以及有效应力和孔隙比的回归拟合关系. Mesri 等^[1]指出,线性的 $e\text{-log}k$ 和 $e\text{-log}\sigma'$ 关系能很好地描述大多数天然软土的特性,在大多数工程实践中证明是有效的.

$$e = e_0 + C_k \log \left[\frac{k}{k_0} \right] \quad (1)$$

$$e = e_0 - C_c \log \left[\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right] \quad (2)$$

式(1)和(2)中, C_c 、 C_k 分别为 $e\text{-log}\sigma'$ 和 $e\text{-log}k$ 曲线的斜率,称为压缩指数和渗透指数; e_0 、 σ'_0 分别为 $e\text{-log}\sigma'$ 曲线上任一参考点所对应的初始孔隙比和初始有效应力; k_0 为 $e\text{-log}k$ 曲线上相应于 e_0 的渗透系数.

谢新宇等^[2]基于有效应力与孔隙比以及渗透系数与孔隙比之间的半对数关系式(1)和(2),求解了考虑材料非线性和几何非线性的半无限均质土体大变形固结非线性偏微分方程,并得到了一个不考虑自重固结的完全解析解

$$k = k_0 \left[\frac{\sigma'_0}{\sigma'} \right]^{C_c/C_k} \quad (3)$$

为了尽可能接近于工程实际情况, $k\text{-}e$ 及 $\sigma'\text{-}e$ 关系采用由工程实践荷载范围内实验曲线经数学指数拟合得到的关系式较为合适^[3],即

$$k(e) = A_1 \exp(B_1 e) \quad (4)$$

$$\sigma'(e) = A_2 \exp(-B_2 e) \quad (5)$$

由式(4)和(5)得

$$k(e) = A_1 \left[\frac{\sigma'(e)}{A_2} \right]^{-B_1/B_2} \quad (6)$$

式(6)中, A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 为实验常数. 令 $k_0 = A_1$, $\sigma'_0 = A_2$, $C_c/C_k = B_1/B_2$, 则式(6)变换为

$$k(e) = k_0 \left[\frac{\sigma'_0}{\sigma'(e)} \right]^{C_c/C_k} \quad (7)$$

目前比较一致的观点认为,正常固结土的 $e\text{-log}\sigma'$ 半对数空间曲线呈线性关系, Nader、Burland、Lekha 等^[4-6]经过大量的研究证明了 $e\text{-log}\sigma'$ 的线性关系式(8)能很好地表述天然软土的压缩特性

$$e = a - C_c \log \sigma' \quad (8)$$

式中, C_c 为压缩指数; e 为有效应力 σ' 下的孔隙比; a 为单位初始有效应力对应的孔隙比,为一常数. 相应地,经过大量的研究也得到了孔隙比与渗透系数之间的一般关系近似表达式^[6-7]

$$e' = b + C_k \log(k) \quad (9)$$

式中, C_k 和 b 为直线的斜率和截距, e' 表示单位渗透系数对应的孔隙比. 联立式(8)和(9)得

$$k = 10^{(a-b)/C_k} (\sigma')^{-C_c/C_k} \quad (10)$$

式中,假设: $k_0 = 10^{(a-b)/C_k} (\sigma'_0)^{-C_c/C_k}$, 则变换为式(3)的形式.

1.2 渗透系数与有效应力的回归关系二

Abuhejleh 等^[8]对海河吹填材料、高含水量有机质软土进行了大量的试验研究; Znidarcic 等^[9]通过研究,提出了软黏土孔隙比与有效应力的关系表达式

$$e = A(\sigma' + Z)^B \quad (11)$$

式中, A 、 B 、 Z 为通过试验确定土的材料特征参数, B 通常为负值. Somogyi^[10]定义了一维压缩条件土体的渗透特性为

$$k = Ce^D \quad (12)$$

式中, C 、 D 为土的材料系数, 式(11)和(12)通过试验得到了很好地验证. 美国科罗拉多州立大学

CONDES 计算机分析程序在对软土进行固结数值计算时,也采用了反映软土渗透性和压缩性土体大变形本构关系式(11)和(12)。由式(11)和(12)得

$$k = k_0 \sigma'_m{}^N \quad (13)$$

其中, $k_0 = CA^D$; $\sigma'_m = \sigma' + Z$; $N = BD$ 。

式(3)、(13)为渗透系数与有效应力的试验回归关系。

2 考虑有效应力的固结系数计算公式

在距饱和软土层顶面深度 z 处取一厚度为 dz 的微单元体,根据固结渗流的连续条件,在任一时间 t 内,微单元体流出的水量等于该单元体孔隙体积的变化,即满足太沙基单向固结方程

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (14)$$

$$C_v = \frac{k(1+e_0)}{\alpha \gamma_w} = \frac{\partial u k(1+e_0)}{\partial e \gamma_w} \quad (15)$$

式中, e 为孔隙比; u 为孔隙水压力; γ_w 为水的重度; k 为渗透系数; e_0 、 α 分别为软土层的初始孔隙比和压缩系数。由式(14)和(15)可得

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e \partial u}{\partial u \partial t} = \frac{k(1+e_0)}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (16)$$

由土的压缩曲线 $e \sim \log p$ 的关系可得正常固结状态时

$$e = e_1 - C_c \lg(\sigma'/\sigma'_1) \quad (17)$$

式中, C_c 为土的压缩指数; e_1 为有效应力 σ'_1 时的孔隙比。将 $\sigma' = \sigma - u$ 代入式(17),并对 u 进行求导得

$$\frac{\partial e}{\partial u} = \frac{C_c}{\ln 10(\sigma - u)} \quad (18)$$

将式(18)代入式(16)得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\ln 10 k(1+e_0)}{\gamma_w C_c} (\sigma - u) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (19)$$

$$C_v = \frac{\ln 10 k(1+e_0)}{\gamma_w C_c} \sigma' \quad (20)$$

由式(20)可看出,只要考虑渗透系数 k 在固结过程中的变化,就可得到土的固结系数随有效应力变化的关系式。将式(3)和(13)代入式(20)分别得到固结系数与有效应力的关系式为

$$C_v = \frac{\ln 10(1+e_0)k_0(\sigma'_0)^{C_c/C_k}}{\gamma_w C_c} \sigma'^{(1-C_c/C_k)} \quad (21)$$

$$C_v = \frac{\ln 10(1+e_0)k_0}{\gamma_w C_c} (\sigma' + Z)^N \sigma' \quad (22)$$

3 算例分析

3.1 考虑有效应力的固结系数变化规律

式(3)和(10)在形式上是一样的,当式(21)中参数取文献[3]试验数据(如表1)时,固结系数随有效应力的变化如图1~3所示。

不同试样压缩过程中固结系数与有效应力的关系如图1和图2所示,可以看出,参数 C_c/C_k 是影响土体固结速度的一个极其重要的参数,它的取值范围对固结系数随应力水平的变化规律的影响很大。在 $C_c/C_k = 1$ 时,由于有效应力的增加而减小的孔隙比与由于孔隙比减小而减小的渗透系数达到平衡,在此阶段

表1 非线性试验参数

Table 1 Non-linear test experiment parameters

试验组	e_0	a	C_c	b	C_k	C_c/C_k
1	1.00	1.47	0.32	5.40	0.62	0.52
2	2.14	2.77	0.61	8.10	0.92	0.66
3	0.45	1.05	0.24	2.30	0.24	1.00
4	0.83	1.36	0.33	2.71	0.29	1.14
5	0.52	1.10	0.24	1.70	0.15	1.60

注:表1中部分数据引自文献[3]表2.

土体压缩过程中固结系数保持不变,与太沙基一维固结理论中的假定是一致的.在 $C_c/C_k < 1$ 时,土体压缩过程中,固结系数随着应力的增加而增大,土体实际的固结速率比太沙基固结理论计算的固结速率快,因而加速了土体的固结.在 $C_c/C_k > 1$ 时,土体压缩过程中,在小应力范围,固结系数略有减小;在大应力范围,固结系数基本保持不变,大小应力分界约为100 kPa.在此阶段,土体的固结过程比太沙基固结理论计算的固结速率要小,在一定程度上减缓了土体固结速度.

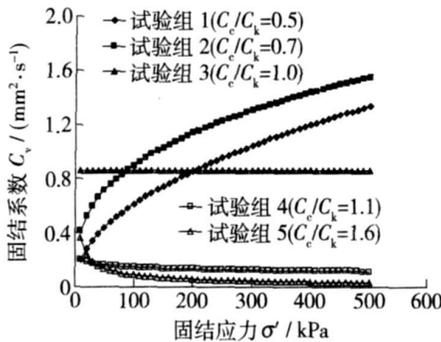


图1 固结系数与固结应力的关系

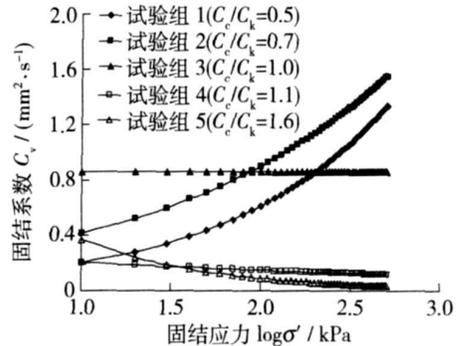
Fig.1 Curve of C_v versus σ' 

图2 固结系数与固结应力的半对数关系

Fig.2 Curve of C_v versus $\log \sigma'$

表2 固结参数

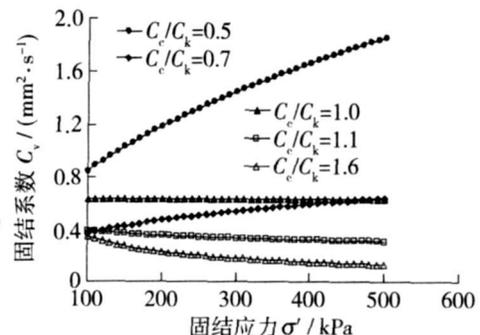
Table 2 Consolidation parameters

试验组	e_0	A	B	Z/kPa	C	D	$N = B \times D$
1	11.44	3.73	-0.30	0.02	3.62×10^{-8}	1.80	-0.54
2	7.89	2.55	-0.28	0.01	3.00×10^{-7}	0.80	-0.22
3	9.36	2.77	-0.29	0.02	6.12×10^{-8}	1.13	-0.33
4	6.70	2.32	-0.22	0.01	4.02×10^{-8}	2.21	-0.49
5	7.52	2.53	-0.22	0.01	4.43×10^{-8}	0.85	-0.19

注:表2中部分数据引自文献[4]表3.

图3为相同初始渗透系数 k_0 条件下固结系数与应力水平的关系曲线,从图中可以看到, $C_c/C_k < 1$ 时,随着 C_c/C_k 的增加,土体在压缩过程中的固结系数增加趋势逐渐变缓; $C_c/C_k > 1$ 时,随着 C_c/C_k 的增加,土体在压缩过程中的固结系数减小趋势逐渐增加; $C_c/C_k = 1$ 时,土体压缩过程中固结系数为常数.

当式(22)取文献[4]表3中的参数(如表2)时,固结系数随有效应力的变化如图4和图5所示.从图4和图5可以看出,土的固结系数随着有效应力的增加而增加,随着固结应力的增加,到一定程度时趋

图3 相同 k_0 条件下固结系数与固结应力的关系Fig.3 Curve of C_v versus σ' for the same k_0

于平稳,较好地反映了土体压缩过程中固结系数的变化特征.

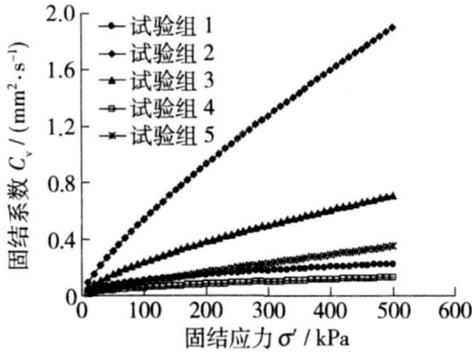


图4 固结系数与固结应力的关系

Fig. 4 Curve of C_v versus σ'

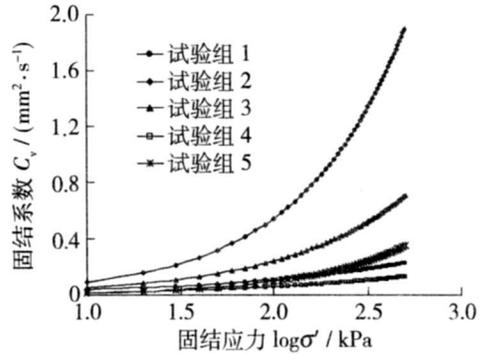


图5 固结系数与固结应力的半对数关系

Fig. 5 Curve of C_v versus $\log \sigma'$

3.2 软土固结系数与有效应力的回归拟合关系

为了进一步分析软土压缩过程中固结系数随有效应力的变化规律,寻求更接近于工程实际的固结系数,对固结度及变形进行数值分析计算.对图1、4中的曲线进行了三次多项式拟合分析,其结果如表3所示.图1描述了固结系数与有效应力的关系式(21),从表3可以看出, $C_c/C_k < 1$ 时,三次多项式能很好地拟合固结系数与有效应力的关系; $C_c/C_k > 1$ 时,三次多项式拟合的相关系数最小值接近于0.9,随着 C_c/C_k 的增加,拟合效果变差.图4描述了固结系数与有效应力的关系式(22),从拟合结果来看,采用三次多项式对固结系数与有效应力的关系进行拟合,不同试验组条件下的相关系数都十分接近于1,达到了很好的拟合效果.

表3 固结系数与有效应力的回归拟合关系

Table 3 Regression and fitting relation between C_v and σ'

名称	曲线特征	拟合多项式	相关系数
图1	$C_c/C_k = 0.5$	$C_v = 8 \times 10^{-8} \sigma'^3 - 9 \times 10^{-5} \sigma'^2 + 0.0483 \sigma' + 2.0261$	0.999
	$C_c/C_k = 0.7$	$C_v = 1 \times 10^{-7} \sigma'^3 - 1 \times 10^{-4} \sigma'^2 + 0.056 \sigma' + 4.3701$	0.997
	$C_c/C_k = 1$	—	—
	$C_c/C_k = 1.1$	$C_v = -2 \times 10^{-8} \sigma'^3 + 2 \times 10^{-5} \sigma'^2 - 0.0058 \sigma' + 1.9473$	0.967
	$C_c/C_k = 1.6$	$C_v = -9 \times 10^{-8} \sigma'^3 + 8 \times 10^{-5} \sigma'^2 - 0.0242 \sigma' + 2.7621$	0.869
图4	试验组1	$C_v = 1 \times 10^{-8} \sigma'^3 - 2 \times 10^{-5} \sigma'^2 + 0.0083 \sigma' + 0.3833$	0.998
	试验组2	$C_v = 5 \times 10^{-8} \sigma'^3 - 5 \times 10^{-5} \sigma'^2 + 0.053 \sigma' + 0.5935$	1
	试验组3	$C_v = 3 \times 10^{-8} \sigma'^3 - 3 \times 10^{-5} \sigma'^2 + 0.0223 \sigma' + 0.4244$	1
	试验组4	$C_v = 8 \times 10^{-9} \sigma'^3 - 9 \times 10^{-6} \sigma'^2 + 0.0047 \sigma' + 0.1738$	0.999
	试验组5	$C_v = 7 \times 10^{-9} \sigma'^3 - 8 \times 10^{-6} \sigma'^2 + 0.0094 \sigma' + 0.0835$	1

4 试验结果分析

选取深圳机场二跑道扩建工程陆域形成区海相沉积软弱淤泥土样,淤泥厚度分布不均匀,最厚处达11.0 m.选取不同深度试样采用逐级加载方法进行侧限压缩试验,加载等级分别为25、50、100、200、400、800 kPa共6级.试验分2组进行,2组试样取样深度分别为2.50~2.80 m、3.10~3.30 m、4.00~4.20 m、7.50~7.70 m和1.80~2.30 m、2.90~3.10 m、4.60~4.80 m、7.30~7.50 m,其基本力学性质指标如表4

所示.

表 4 试样物理力学性质指标

Table 4 Physical mechanics index of soil specimen

土性指标	含水率 $W/\%$	孔隙比 e	液限指数 I_L	塑限指数 I_p	压缩系数 $\alpha_{1-2}/\text{MPa}^{-1}$	压缩模量 E_s/MPa
最大值	90.8	2.488	3.14	25.70	1.96	2.13
最小值	58.3	1.655	1.47	18.00	1.25	1.43
平均值	72.2	1.929	1.98	19.76	1.50	1.85

由时间平方根法计算土样在各级荷载下的固结系数,其结果如图 6 所示.从图中可见,不同深度土体的固结系数随着固结应力的增加呈逐渐增大的趋势,对曲线采用三次多项式进行拟合,效果很好.

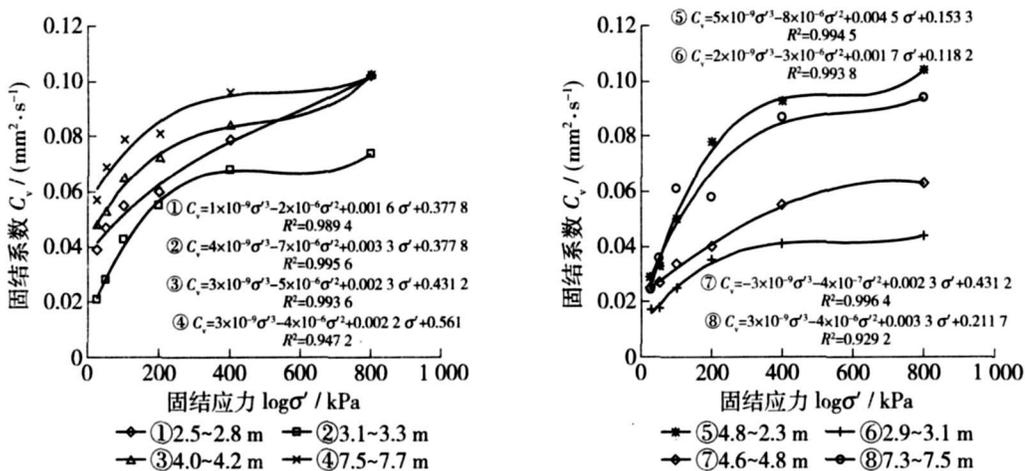


图 6 固结系数随固结应力的变化试验曲线

Fig. 6 Variation curve of C_v with σ'

5 结论

1) 固结系数在压缩过程中不是个常数,其变化规律因不同有效应力、不同土体特性而异,在工程实践中应区别对待.在软土固结压缩过程中,考虑有效应力的固结系数变化,土体固结参数 $C_c/C_k < 1$ 时,固结速率比传统太沙基固结理论计算的固结速率要快; $C_c/C_k > 1$ 时,软土地基固结速率通常比传统太沙基固结理论计算的固结速率要慢.

2) 推导得到了 2 类固结系数与有效应力的关系计算公式,通过算例分析提出了统一的三次多项式回归关系,达到了很好的拟合效果,室内试验结果验证了固结系数随有效应力的变化规律.将其应用于计算软土变形速率的数值分析中,可提高准确性.

参考文献:

- [1] MESRI G, ROKHSAR A. Theory of consolidation for clays[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1974, 100(8): 889-904.
- [2] 谢新宇, 张继发, 曾国熙. 半无限体地基一维非线性大变形固结解析分析方法研究[J]. 水利学报, 2002(7): 16-21. XIE Xin-yu, ZHANG Ji-fa, ZENG Guo-xi. Analytical method for one-dimension non-linear large strain consolidation of semi-infinite saturated clay layer[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002(7): 16-21. (in Chinese)
- [3] 文家海, 张永兴, 柳源. 多层超软土大变形固结的有限差分分解[J]. 重庆大学学报, 2003, 26(6): 101-104. WEN Jia-hai, ZHANG Yong-xing, LIU Yuan. Finite difference method for large strain consolidation of multi-layers super soft ground[J]. Journal of Chongqing University, 2003, 26(6): 101-104. (in Chinese)

- [4] NADER A, HASSAN R, AKBAR A, et al. Finite difference approach for consolidation with variable compressibility and permeability[J]. Computers and Geotechnics, 2007(34): 41-52.
- [5] BURLAND J. On the compressibility and shear strength of natural soils[J]. Geotechnique, 1990, 40(3): 329-378.
- [6] LEKHA K, KRISHNASWAMY N, BASAK P. Consolidation of clays for variable permeability and compressibility[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(11): 1001-1009.
- [7] SRIDHARAN A, PRAKASH K. Consolidation and permeability behavior of segregated and homogeneous sediments[J]. Geotechnical Testing Journal, 2001, 24(1): 109-120.
- [8] ABUHEJLEH A, ZNIDARCIC D. Consolidation characteristics of phosphatic clays[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(4): 295-301.
- [9] ZNIDARCIC D, LIU J. Consolidation characteristics determination for dredged materials[C]//Proceedings of the 22nd Annual Dredging Seminar. Texas: Texas A&M Univ, College Station, 1989: 45-65.
- [10] SOMOGYI F. Analysis and prediction of phosphatic clay consolidation; implementation package, technical report[R]. Lakeland; Florida Phosphatic Clay Research Project, 1979.

Variation Characteristics of Coefficient of Consolidation for Soft Soil Considering Effective Stress

ZHANG Ming¹, ZHAO Yue-ping², WANG Wei³, ZHAO You-ming¹, MA Dong-hui³, SU Jing-yu³

(1. Shenzhen Research and Design Institute, China Academy of Railway Sciences, Shenzhen 518034, China;

2. Henan Provincial Newcentry Highway and Bridge Consultation Ltd, Zhengzhou 450016, China;

3. Institute of Earthquake Resistance and Disaster Reduction, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Based on two kinds of experimental regression and fitting relationship between coefficient of permeability and void ratio as well as the relationship between effective stress and void ratio of soil, an expression between coefficient of consolidation and effective stress is derived. A series of calculation examples and laboratory test are conducted to study the variety law of coefficient of consolidation of soft soil with different consolidation stress under compression, and proposes the cubic polynomial regression and fitting equation on coefficient of consolidation of soft soil considering effective stress. The obtained results verified that when the variety in coefficient of consolidation of soft soil under an increase of effective stress is considered, consolidation rate of soft soil foundation is usually faster ($C_c/C_k < 1$), or slower ($C_c/C_k > 1$) than traditional Terzaghi consolidation theoretical calculation of it. The proposed result reduces to Terzaghi's theory for a special case of $C_c/C_k = 1$. An unified cubic polynomial fitting relationship between coefficient of consolidation and effective stress is adopted in a very good fitting effect. The positive results can increase the accuracy for the numerical analysis of consolidation, and deformation rate of soft soil foundation can be predicted accurately.

Key words: coefficient of consolidation; effective stress; coefficient of permeability; void ratio; polynomial fitting

(责任编辑 张蕾)