

## 2种坐标系下月球车转向动力学模型

魏英姿<sup>1,2</sup>, 谷侃锋<sup>3</sup>

(1. 沈阳理工大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110159;

2. 中国科学院 沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016;

3. 中国科学院 沈阳自动化研究所 装备制造技术研究室, 沈阳 110176)

**摘要:** 结合汽车理论和车辆地面力学相关原理, 建立六轮式月球车在2种坐标系(地面坐标系和车体坐标系)的转向动力学模型, 并分别对这2种模型的特征方程进行了对比分析. 结果表明, 在2种坐标系下, 六轮式月球车的转向动力学方程本质是一致的, 且均是多输入多输出线性微分方程组. 通过对方程组及其特征方程的分析, 得到了月球车的行驶性能与月球车的主要结构参数、行驶速度等参量之间的具体关系式, 为进一步深入研究和设计月球车的力学特性及运动控制提供了理论基础. 最后通过仿真实验验证了月球车在转向时并不是车速越小越好, 而是应该根据车体质量、结构参数、路面条件等因素选择合理的行驶速度.

**关键词:** 月球车; 转向动力学; 六轮移动机器人; 相对坐标系; 固定坐标系

**中图分类号:** TH 16

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0254 - 0037(2012)12 - 1868 - 07

## Steering Dynamics Models for Lunar Rover in Two Different Coordinates

WEI Ying-zi<sup>1,2</sup>, GU Kan-feng<sup>3</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China;

2. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Science, Shenyang 110016, China;

3. Advanced Equipment Department, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Science, Shenyang 110176, China)

**Abstract:** Using the automotive theory and terra-mechanics theory, steering dynamic models of the rover in two different coordinates (relative coordinate and fixed coordinate) are established, respectively. Two characteristic equations of the models under two different coordinates are deduced and compared. Results show that the two models are consistent in nature and are both analytical linear different equations with multiple inputs and multiple outputs. Based on the analysis of the equations and their eigenvalue equations, the specific relationships among the rover's running performances, the main structure parameters of the rover and the travel speed are obtained. All these relationships provide a theoretical basis for further research on the steering dynamic characteristics and motion control of rovers. Finally, the simulation validates that the rover should be chosen according to the vehicle mass, structural parameter, surface conditions, and other factors, but not the smaller the better.

**Key words:** lunar rover; steering dynamics; six-wheeled mobile robot; relative coordinate; fixed coordinate

收稿日期: 2012-04-06.

基金项目: 机器人学国家重点实验室开放基金资助项目(RLO201005); 辽宁省博士启动基金计划资助项目(20101125-Y0L6170601).

作者简介: 魏英姿(1973—), 女, 教授, 主要从事机器人学、智能计算、模式识别方法等方面的研究, E-mail: wings\_syit@126.com.

月球车是一种重要的月面探测工具. 为确保月球车在月面上安全行驶, 就需要研究其行驶动力学问题<sup>[1]</sup>. 转向动力学是月球车动力学的重要组成部分, 直接关系到月球车的机动性能、决定月球车的工作质量<sup>[2-3]</sup>. 而在建立月球车的运动模型时, 根据基准坐标系设定的不同, 问题的描述可变得或简洁或复杂. 因此, 需要针对所研究的具体问题来合理地选择基准坐标系.

本文研究的六轮摇臂式月球车如图 1 所示, 该车为六轮独立驱动, 前后四轮协调转向. 由于该车本质上属多刚体系统, 行驶在不平整的月面上, 精确地描述其运动将需要建立极其复杂的动力学模型. 然而, 过于复杂的模型往往会淹没一些原本可用简单的模型就能清晰地显示出来的特性和规律. 因此, 本文将不考虑月球车构型和不平地面等复杂因素的影响, 而是将它简化为单刚体四轮转向的六轮车, 考察其在平整路面上行驶的运动特性, 由此可显现出一些由复杂模型很难看出来的规律, 这些规律对于设计和控制月球车具有重要的指导价值.

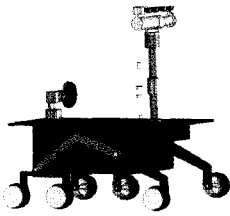


图 1 六轮摇臂转向架式月球车  
Fig. 1 Six wheeled rocker bogie lunar rover

本文结合汽车理论和车辆地面力学原理<sup>[4-6]</sup>, 详细地推导了月球车相对于 2 种坐标系(地面坐标系和车体坐标系)的转向动力学模型, 可供具体问题选用, 为进一步研究月球车的转向动力学特性以及转向控制提供基础.

### 1 车体坐标系下月球车转向动力学模型

为建立月球车转向动力学模型, 作如下假设<sup>[7-8]</sup>: 1) 将月球车看成是投影在地面的不计高度的刚体, 不考虑垂直及俯仰运动, 不计车体侧倾的影响; 2) 同侧的 3 个车轮的轮心始终处于同一个平面内; 3) 所有车轮完全相同, 且均为刚性.

设固定于地面上水平面内的坐标系为  $X-Y$ , 并以投影于运动面的月球车质心  $P$  为原点, 取固定于车体的坐标系为  $x-y$ , 月球车的纵向为  $x$ , 与之垂直的方向为  $y$ , 绕铅直轴的角度以逆时针转向为正, 如图 2 所示.

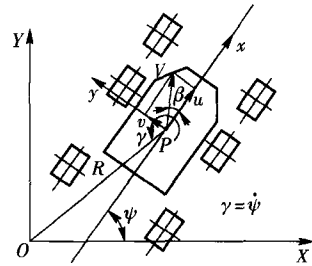


图 2 月球车在车体坐标系中的运动描述  
Fig. 2 Movement of lunar rover under ground coordinate system

假定月球车以一定的速度在水平面内运动, 相对于  $X-Y$  坐标系, 记点  $P$  的位置矢量为  $\mathbf{R}$ , 则其速度矢量  $\dot{\mathbf{R}}$  和加速度矢量  $\ddot{\mathbf{R}}$  可分别表示为

$$\dot{\mathbf{R}} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} \quad (1)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} = \dot{u}\mathbf{i} + u\dot{\mathbf{i}} + \dot{v}\mathbf{j} + v\dot{\mathbf{j}} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  分别为  $x, y$  方向的单位矢量;  $u, v$  分别为点  $P$  的  $x, y$  方向的速度分量.

由于  $x-y$  坐标系固定于月球车上, 月球车绕点  $P$  的铅直轴存在横摆角速度  $\gamma$ . 记  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  在  $\Delta t$  时间内的变化分别为  $\Delta\mathbf{i}, \Delta\mathbf{j}$ , 则有:  $\Delta\mathbf{i} = \gamma\Delta t\mathbf{j}, \Delta\mathbf{j} = -\gamma\Delta t\mathbf{i}$ . 可得

$$\dot{\mathbf{i}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{i}}{\Delta t} = \gamma\mathbf{j}, \dot{\mathbf{j}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{j}}{\Delta t} = -\gamma\mathbf{i}$$

由此, 点  $P$  的加速度矢量  $\ddot{\mathbf{R}}$  可表示为

$$\ddot{\mathbf{R}} = (\dot{u} - v\gamma)\mathbf{i} + (\dot{v} + u\gamma)\mathbf{j} \quad (3)$$

如图 2 所示, 月球车的行驶方向  $V$  和纵向  $x$  所成的角度  $\beta$ , 即月球车质心的侧偏角为

$$\beta = \arctan \frac{v}{u}$$

通常, 由于  $u \gg v$ , 因此可认为  $|\beta| \ll 1$ , 则有

$$\begin{cases} u = V\cos\beta \approx v \\ v = V\sin\beta \approx V\beta \\ \dot{u} = -V\sin\beta\dot{\beta} \approx -V\beta\dot{\beta} \\ \dot{v} = V\cos\beta\dot{\beta} \approx V\dot{\beta} \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)代入式(1)和(3)可得

$$\dot{\mathbf{R}} = V\mathbf{i} + V\beta\mathbf{j} \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} = -V(\dot{\beta} + \gamma)\beta\mathbf{i} + V(\dot{\beta} + \gamma)\mathbf{j} \quad (6)$$

由式(5)和(6)可知, 加速度矢量  $\ddot{\mathbf{R}}$  和速度矢量  $\dot{\mathbf{R}}$  之间的内积  $\ddot{\mathbf{R}} \cdot \dot{\mathbf{R}} = 0$ , 即  $\ddot{\mathbf{R}}$  正交于  $\dot{\mathbf{R}}$ , 正交于点  $P$  的行驶方向. 因此, 由式(5)可知, 如果  $\beta$  很小, 则点  $P$  具有垂直于月球车行驶方向、大小为  $V(\dot{\beta} + \gamma)$  的

加速度。

由于月球车具有侧向的速度分量,因此在其质心会产生侧偏角,从而在车轮上将产生侧偏力。如图3所示,设左右前轮相对于月球车纵向的夹角,即前轮转角均为 $\delta_f$ ;左右后轮相对于月球车纵向的夹角,即后轮转角均为 $\delta_r$ 。各车轮的旋转面与行驶方向的夹角,即侧偏角分别为: $\beta_{f1}$ 、 $\beta_{f2}$ 、 $\beta_{m1}$ 、 $\beta_{m2}$ 、 $\beta_{r1}$ 、 $\beta_{r2}$ 。其中:下标f代表前轮、m代表中轮、r代表后轮;1代表左、2代表右。相应地,作用于这些车轮上纵向力分别为: $F_{f1}^x$ 、 $F_{f2}^x$ 、 $F_{m1}^x$ 、 $F_{m2}^x$ 、 $F_{r1}^x$ 、 $F_{r2}^x$ ;侧向力(垂直于各车轮的旋转面)分别为: $F_{f1}^y$ 、 $F_{f2}^y$ 、 $F_{m1}^y$ 、 $F_{m2}^y$ 、 $F_{r1}^y$ 、 $F_{r2}^y$ 。其中,上标x代表车轮纵向、y代表车轮侧向。

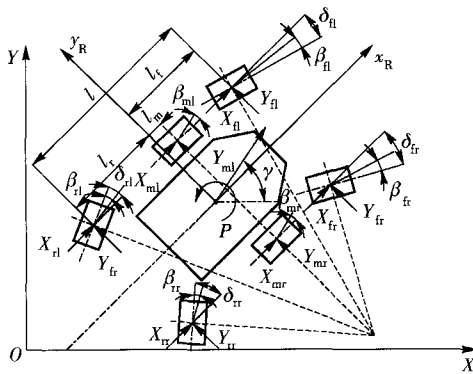


图3 在车体坐标系中月球车的运动描述

Fig.3 Movement of lunar rover under bodywork coordinate system

月球车的侧向运动可描述为

$$Mv \left( \frac{d\beta}{dt} + \gamma \right) = Y_{f1} + Y_{f2} + Y_{m1} + Y_{m2} + Y_{r1} + Y_{r2} \quad (7)$$

式中: $Y_{fi} = F_{fi}^x \sin \delta_f + F_{fi}^y \cos \delta_f$ ,  $Y_{mi} = F_{mi}^y$ ,  $Y_{ri} = F_{ri}^x \sin \delta_r + F_{ri}^y \cos \delta_r$ ,  $i = 1, 2$ ;  $M$ 为月球车的惯性质量。

绕过月球车质心的铅直轴的横摆运动可描述为

$$I_z \frac{d\gamma}{dt} = l_f(Y_{f1} + Y_{f2}) + l_m(Y_{m1} + Y_{m2}) - l_r(Y_{r1} + Y_{r2}) - \frac{B}{2}(X_{f1} + X_{m1} + X_{r1}) + \frac{B}{2}(X_{f2} + X_{m2} + X_{r2}) \quad (8)$$

式中: $X_{fi} = F_{fi}^x \cos \delta_f - F_{fi}^y \sin \delta_f$ ,  $X_{mi} = F_{mi}^x$ ,  $X_{ri} = F_{ri}^x \cos \delta_r - F_{ri}^y \sin \delta_r$ ,  $i = 1, 2$ ;  $I_z$ 为月球车绕质心的横摆转动惯量; $B$ 为左右侧轮距; $l_f$ 、 $l_m$ 、 $l_r$ 分别为月球车前、中、后车轮至月球车质心的距离,同时假定所有侧偏力的作用点都位于前、中、后车轮的轮轴心处。这样,式(7)和(8)就给出了不计底盘变形而以一定速度在水平面内运动的月球车的基本方程式。

显然,侧向力的计算很复杂,不便于进一步的研

究应用。下面参照汽车理论中对轮胎侧向力的处理方法寻求侧向力的简化计算<sup>[2-4]</sup>。

根据上文的分析,一般可认为 $|\beta|$ 、 $\left| \frac{l_f \gamma}{v} \right|$ 、

$$\left| \frac{l_m \gamma}{v} \right|, \left| \frac{l_r \gamma}{v} \right|, \left| \frac{d_f \gamma}{2v} \right|, \left| \frac{d_m \gamma}{2v} \right|, \left| \frac{d_r \gamma}{2v} \right| \ll 1, \text{故忽略}$$

其2次及其以上的各微小项。

记 $d_f$ 、 $d_m$ 、 $d_r$ 分别为月球车两前轮、两中轮、两后轮之间的距离,一般 $d_f = d_m = d_r = B$ 。假设月球车在运动中两前轮、两中轮、两后轮的侧偏角分别相等,则两前轮、两中轮、两后轮的侧偏角可分别表示为

$$\beta_f = \beta_{f1} = \beta_{f2} = \beta + \frac{l_f \gamma}{v} - \delta_f \quad (9)$$

$$\beta_m = \beta_{m1} = \beta_{m2} = \beta + \frac{l_m \gamma}{v} \quad (10)$$

$$\beta_r = \beta_{r1} = \beta_{r2} = \beta - \frac{l_r \gamma}{v} - \delta_r \quad (11)$$

若忽略月球车底盘的变形,在月球车左右车轮的侧偏角相等且其值很小,前后转向轮转角也很小的情形下,就相当于前、中、后的左右车轮分别被等价集中在一起的单轮。从而可通过考察该假想的前后两轮转向的三轮车的运动来研究原两前两后四轮转向的六轮月球车的运动,如图4所示。

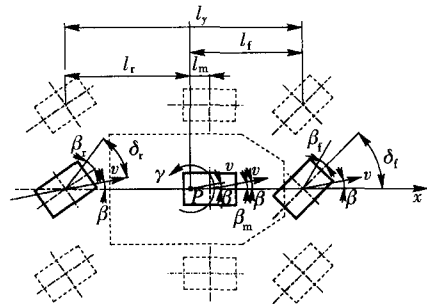


图4 与六轮月球车等价的三轮月球车模型

Fig.4 Model of three-wheel rover equivalent to the six-wheel rover

假定作用于左右车轮上的纵向力项和侧向力项没有差异。设前、中、后车轮的纵向力项和侧偏力分别为 $X_f$ 、 $X_m$ 、 $X_r$ 和 $Y_f$ 、 $Y_m$ 、 $Y_r$ ,则有

$$X_{f1} = X_{f2} = X_f, X_{m1} = X_{m2} = X_m, X_{r1} = X_{r2} = X_r,$$

$$Y_{f1} = Y_{f2} = Y_f, Y_{m1} = Y_{m2} = Y_m, Y_{r1} = Y_{r2} = Y_r,$$

由上文的分析知,可认为前中后各车轮的侧偏力沿y方向作用,由此,描述月球车运动的式(7)和(8)变为

$$Mv \left( \frac{d\beta}{dt} + \gamma \right) = 2(F_f^x \sin \delta_f + F_f^y \cos \delta_f + F_m^y \sin \delta_r + F_r^y \cos \delta_r) \quad (12)$$

$$I_z \frac{d\gamma}{dt} = 2l_f(F_f^x \sin \delta_f + F_f^y \cos \delta_f) + 2l_m F_m^y - 2l_r(F_r^x \sin \delta_r + F_r^y \cos \delta_r) \quad (13)$$

设前、中、后车轮的侧偏系数分别为  $K_f, K_m, K_r$ , 如果侧偏角很小, 则  $\frac{F_f^y \cos \delta_f}{F_{nf}}, \frac{F_m^y}{F_{nm}}, \frac{F_r^y \cos \delta_r}{F_{nr}}$  与侧偏角  $\beta_f, \beta_m, \beta_r$  成正比. 若取  $x-y$  坐标如图 3 所示, 并取角度均以逆时针方向为正, 则侧偏角为正时  $F_f^y \cos \delta_f, F_m^y, F_r^y \cos \delta_r$  沿  $y$  的负方向作用. 则有

$$F_f^y \cos \delta_f = -K_f F_{nf} \beta_f = -K_f F_{nf} \left( \beta + \frac{l_f \gamma}{v} - \delta_f \right) \quad (14)$$

$$F_m^y = -K_m F_{nm} \beta_m = -K_m F_{nm} \left( \beta + \frac{l_m \gamma}{v} \right) \quad (15)$$

$$F_r^y \cos \delta_r = -K_r F_{nr} \beta_r = -K_r F_{nr} \left( \beta - \frac{l_r \gamma}{v} - \delta_r \right) \quad (16)$$

将式(9)~(11)代入式(12)和(13), 可得相对于车体坐标系(相对坐标系)的月球车转向动力学方程为

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{2(K_f F_{nf} l_f + K_m F_{nm} l_m - K_r F_{nr} l_r) + Mv^2}{Mv} \beta - \frac{2K_f F_{nf} l_f}{Mv} \delta_f + \frac{2K_r F_{nr} l_r}{Mv} \delta_r \quad (17)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{2(K_r F_{nr} l_r - K_m F_{nm} l_m - K_f F_{nf} l_f)}{I_z} \beta - \frac{2(K_f F_{nf} l_f^2 + K_m F_{nm} l_m^2 + K_r F_{nr} l_r^2)}{v I_z} \gamma + \frac{2K_f F_{nf} l_f}{I_z} \delta_f - \frac{2K_r F_{nr} l_r}{I_z} \delta_r \quad (18)$$

## 2 地面坐标系下月球车转向动力学模型

利用相对于地面坐标系来描述月球车的运动较为方便. 如图 5 所示, 取月球车直线前行的路线方向为  $X$  轴, 与之垂直的方向为  $Y$  轴的地面坐标系  $X-Y$ , 设月球车纵向与  $X$  轴的夹角, 即月球车的横摆角为  $\theta$ , 月球车的行驶方向与  $X$  轴的夹角为  $\gamma$ , 月球车质心  $P$  偏离  $X$  轴的侧向位移为  $y$ , 则月球车运动质心的  $Y$  方向运动为

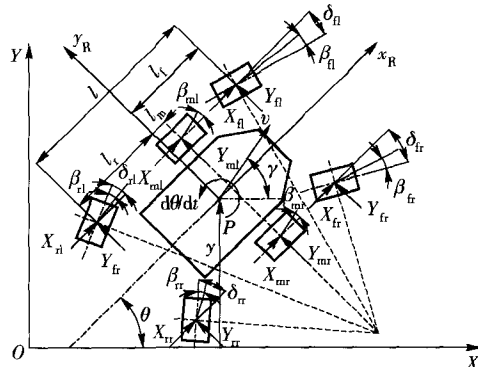


图 5 月球车在地面坐标系中的运动描述

Fig. 5 Movement of lunar rover under ground coordinate system

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = 2Y_f + 2Y_m + 2Y_r \quad (19)$$

横摆运动为

$$I_z \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 2l_f Y_f - 2l_m Y_m - 2l_r Y_r \quad (20)$$

即

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = 2(F_f^x \sin \delta_f + F_f^y \cos \delta_f + F_m^y \sin \delta_r + F_r^y \cos \delta_r) \quad (21)$$

$$I_z \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 2l_f(F_f^x \sin \delta_f + F_f^y \cos \delta_f) + 2l_m F_m^y - 2l_r(F_r^x \sin \delta_r + F_r^y \cos \delta_r) \quad (22)$$

前、中、后轮行进方向相对于  $X$  轴的角  $\gamma_f, \gamma_m, \gamma_r$  分别为

$$\gamma_f = \frac{v\gamma + l_f \frac{d\theta}{dt}}{v} = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{l_f}{v} \frac{d\theta}{dt} \quad (23)$$

$$\gamma_m = \frac{v\gamma + l_m \frac{d\theta}{dt}}{v} = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{l_m}{v} \frac{d\theta}{dt} \quad (24)$$

$$\gamma_r = \frac{v\gamma - l_r \frac{d\theta}{dt}}{v} = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} - \frac{l_r}{v} \frac{d\theta}{dt} \quad (25)$$

另一方面, 前、中、后轮方向和  $X$  轴之间的夹角  $\theta_f, \theta_m, \theta_r$  可分别表示为

$$\begin{cases} \theta_f = \theta + \delta_f \\ \theta_m = \theta \\ \theta_r = \theta - \delta_r \end{cases} \quad (26)$$

则前、中、后轮的侧偏角  $\beta_f, \beta_m, \beta_r$  可分别表示为

$$\beta_f = \gamma_f - \theta_f = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{l_f}{v} \frac{d\theta}{dt} - \theta - \delta_f \quad (27)$$

$$\beta_m = \gamma_m - \theta_m = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{l_m}{v} \frac{d\theta}{dt} - \theta \quad (28)$$

$$\beta_r = \gamma_r - \theta_r = \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} - \frac{l_r}{v} \frac{d\theta}{dt} - \theta + \delta_r \quad (29)$$

式(21)和(22)各力项的处理同相对固定坐标系时一样,则作用于前中后轮的各侧向力项  $F_{nf}^y \cos \delta_f$ 、 $F_m^y$ 、 $F_{nr}^y \cos \delta_r$  分别可表示为

$$F_{nf}^y \cos \delta_f = -K_f F_{nf} \beta_f = K_f F_{nf} \left( \theta + \delta_f - \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} - \frac{l_f}{v} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (30)$$

$$F_m^y = -K_m F_{nm} \beta_m = K_m F_{nm} \left( \theta - \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} - \frac{l_m}{v} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (31)$$

$$F_{nr}^y \cos \delta_r = -K_r F_{nr} \beta_r = K_r F_{nr} \left( \theta - \delta_r - \frac{1}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{l_r}{v} \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (32)$$

将式(30)~(32)代入式(21)和(22),并整理可得相对于地面坐标系(绝对坐标系)的月球车转向动力学方程为

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2(K_f F_{nf} + K_m F_{nm} + K_r F_{nr})}{v} \frac{dy}{dt} + \frac{2(l_f K_f F_{nf} + l_m K_m F_{nm} - l_r K_r F_{nr})}{v} \frac{d\theta}{dt} - 2(K_f F_{nf} + K_m F_{nm} + K_r F_{nr}) \theta = 2K_f F_{nf} \delta_f - 2K_r F_{nr} \delta_r \quad (33)$$

$$2(l_f K_f F_{nf} + l_m K_m F_{nm} - l_r K_r F_{nr}) \frac{dy}{dt} + I_z \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2(l_f^2 K_f F_{nf} + l_m^2 K_m F_{nm} + l_r^2 K_r F_{nr})}{v} \frac{d\theta}{dt} - 2(l_f K_f F_{nf} + l_m K_m F_{nm} - l_r K_r F_{nr}) \theta = 2l_f K_f F_{nf} \delta_f - 2l_r K_r F_{nr} \delta_r \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} Ms^2 + \frac{2(k_f + k_m + k_r)}{v} s & \frac{2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r)}{v} s - 2(k_f + k_m + k_r) \\ \frac{2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r)}{v} s & I_z s^2 + \frac{2(l_f^2 k_f + l_m^2 k_m + l_r^2 k_r)}{v} s - 2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k_f & -2k_r \\ 2l_f k_f & -2l_r k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (38)$$

月球车相对于地面坐标系运动的特征方程为

$$\begin{vmatrix} Ms^2 + \frac{2(k_f + k_m + k_r)}{v} s & \frac{2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r)}{v} s - 2(k_f + k_m + k_r) \\ \frac{2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r)}{v} s & I_z s^2 + \frac{2(l_f^2 k_f + l_m^2 k_m + l_r^2 k_r)}{v} s - 2(l_f k_f + l_m k_m - l_r k_r) \end{vmatrix} = 0 \quad (39)$$

将式(39)展开并整理得

$$MI_z s^4 \left\{ s^2 + \frac{2I_z(k_f + k_m + k_r) + 2M(k_f l_f^2 + k_m l_m^2 + k_r l_r^2)}{MvI_z} s + \frac{2}{I_z} (k_f l_r - k_m l_m - k_r l_f) + \frac{4}{MI_z v^2} [k_f k_m (l_f - l_m)^2 + k_r k_m (l_f + l_m)^2 + k_m k_r (l_m + l_r)^2] \right\} = 0 \quad (40)$$

### 3 2种坐标系下转向动力学方程的特征方程

假定月球车在水平面上行驶时各车轮轴上的法向载荷近似不变,为记述方便,令  $k_f = K_f F_{nf}$ 、 $k_m = K_m F_{nm}$ 、 $k_r = K_r F_{nr}$ 。

#### 3.1 车体坐标系下的特征方程

对式(17)和(18)进行拉普拉斯变换得

$$\begin{bmatrix} Mvs + 2(k_f + k_m + k_r) & \frac{2}{v}(k_f l_f + k_m l_m - k_r l_r) + Mv \\ -2(k_f l_r - k_m l_m - k_r l_f) & I_z s + \frac{2}{v}(k_f l_f^2 + k_m l_m^2 + k_r l_r^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ \gamma(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k_f & 2k_r \\ Mv & Mv \\ 2k_f l_f & -2k_r l_r \\ I_z & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_f(s) \\ \delta_r(s) \end{bmatrix} \quad (35)$$

式中: $s$ 为拉普拉斯算子; $\beta(s)$ 、 $\gamma(s)$ 、 $\delta(s)$ 分别表示 $\beta$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ 的拉普拉斯变换。由此可得月球车相对于车体坐标系运动的特征方程为

$$\begin{vmatrix} Mvs + 2(k_f + k_m + k_r) & \frac{2}{v}(k_f l_f + k_m l_m - k_r l_r) + Mv \\ -2(k_f l_r - k_m l_m - k_r l_f) & I_z s + \frac{2}{v}(k_f l_f^2 + k_m l_m^2 + k_r l_r^2) \end{vmatrix} = 0 \quad (36)$$

展开并整理得

$$MI_z v \left\{ s^2 + \frac{2I_z(k_f + k_m + k_r) + 2M(k_f l_f^2 + k_m l_m^2 + k_r l_r^2)}{MvI_z} s + \frac{2}{I_z} (k_f l_r - k_m l_m - k_r l_f) + \frac{4}{MI_z v^2} [k_f k_m (l_f - l_m)^2 + k_r k_m (l_f + l_m)^2 + k_m k_r (l_m + l_r)^2] \right\} = 0 \quad (37)$$

#### 3.2 地面坐标系下的特征方程

对式(33)和(34)进行拉普拉斯变换得

对比式(37)和(40)可知,若在式(40)中省略左边的  $s^2$ ,则与式(37)一致,这表明不论基准坐标系是固定于车体还是固定于地面,所描述对象的运动是一致的,且在月球车结构参数确定的条件下,特征方程的根的数值即月球车的行驶性能与车速有关.但是,式(40)的左边和式(37)的左边不同,带有  $s^2$ .  $s^2$ 单独出现在特征方程中,在数学上是表示月球车不论在直线路面的何处,都能通过转向控制自由地行驶,比如,月球车通过转向控制自由地作行驶路线的变更和绕过障碍物等,一边作侧向运动一边向前沿预先规划的路线行驶.同时,这个  $s^2$ 也表示月球车在沿预定轨迹行驶时,如果不施加适当的转向控制,则可能引起的对行驶路线的侧向偏离  $|y|$  将不断变大.

#### 4 仿真实验

下面考察前后车轮转角成比例条件下,六轮月球车时域特性——角阶跃响应特性关系. 设后轮转向角与前轮转向角满足关系<sup>[9]</sup>

$$C(\delta_r) = \frac{\delta_r}{\delta_l} \quad (41)$$

式中  $C$  为前轮转角  $\delta_r$  的函数,为一比例系数.

由式(41),取以前轮转角  $\delta_l$  为输入,对由式(17)和(18)确定的车体坐标系下的运动方程组求取阶跃响应:不同车速下月球车车体质心的侧偏角  $\beta$  随时间  $t$  变化的仿真结果如图 6 所示. 月球车的横摆角速度  $\gamma$  随时间  $t$  变化的仿真结果如图 7 所示. 分别取车速  $v = 0.1, 0.3, 0.5$  m/s,其余参数为:  $M = 100$  kg;  $I_z = 2.5$  kg/m<sup>2</sup>;  $k_t = 6$  N/rad;  $k_m = 6$  N/rad;  $k_r = 6$  N/rad;  $l_f = 0.697$  m;  $l_m = 0.235$  m;  $l_r = 0.381$  m;  $C = 1.5$ .

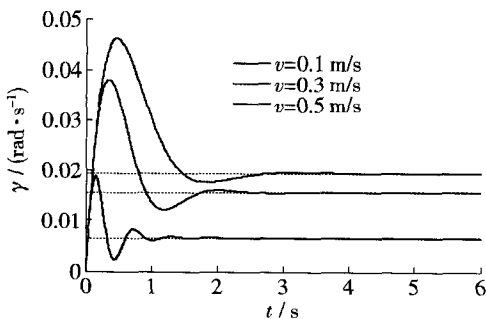


图 6 不同车速下横摆角速度  $\gamma$  随时间  $t$  的变化  
Fig. 6 Yaw velocity versus time under various vehicle speeds

仿真的开始时刻,在 3 种速度的情况下,小车车体的横摆角速度  $\gamma$  都迅速增大,然后趋于稳定. 图 7

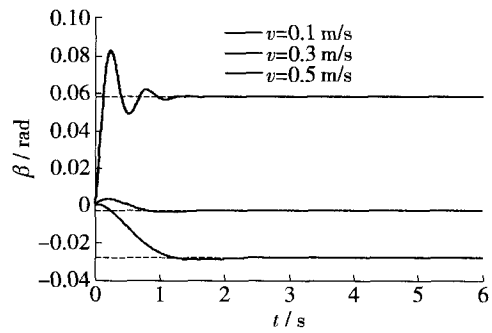


图 7 不同车速下车体质心侧偏角  $\beta$  随时间  $t$  的变化  
Fig. 7 Sideslip angle at mass center of the rover versus time under various speeds

中  $v = 0.5$  m/s 时横摆角速度  $\gamma$  的稳定值最大,为  $0.02$  rad/s,  $v = 0.1$  m/s 时最小,为  $0.0065$  rad/s. 因此,月球车车体的横摆角速度  $\gamma$  随着月球车纵向速度  $v$  的增大而增大. 如图 6 所示,当月球车纵向速度  $v = 0.1$  m/s 时,月球车质心的侧偏角  $\beta$  的均值最大,为  $0.058$  rad,  $v = 0.5$  m/s 时,  $\beta$  的均值最小,为  $-0.027$  rad,而在  $v = 0.5$  m/s 时,  $\beta$  的稳定值几乎为 0,且超调量不仅最小而且几乎没有震荡,这意味着月球车转向时的稳定性最好. 由此可看出,月球车在转向时并不是车速越小越好,应该根据车体质量、路面条件等因素选择合理的行驶速度.

#### 5 结论

1) 基于地面力学理论,建立了相对和绝对坐标系下六轮式月球车的 2 自由度转向动力学模型,通过对特征方程的对比,解析证明了 2 种坐标系下动力学模型本质是一致的. 绝对坐标系下模型的特征方程整体上比相对坐标系下模型的特征方程多出一个微分因子  $s^2$ ,而这正是月球车相对于地面固定坐标系的运动可操控性,从而验证了模型推导的正确性.

2) 根据推导得到的动力学模型,理论分析月球车转向运动车速对车体质心侧偏角和横摆角速度的影响. 仿真结果表明,月球车在转向时并不是车速越小越好,车速过小,质心侧偏角振荡大,适当增大车速,可使小车转向时具有更好的稳定性. 但是速度过大,会使车体灵活性过大,不仅难以控制,甚至由于离心力的作用,还会发生倾翻. 因此,一方面,月球车在转向时应根据车体质量、路面条件等因素选择合理的行驶速度;另一方面,应当深入研究月球车的转向控制方法,对车体施加以有效的控制率.

3) 自由度转向动力学模型能揭示月球车运动

的最本质的特征,这些特征是确保月球车具有优良的运动性能的内在根据,对于设计和控制月球车具有重要的指导意义。

#### 参考文献:

- [1] ZHAN Qiang, DING Xi-lun, LI Duan-liang. Design and control of Lunar Rover[C]//2002 International symposium on deep space exploration technology and application. Qingdao, August 12-15, 2002; 119-124.
- [2] 安部正人. 汽车的运动和操纵[M]. 陈辛波, 译. 北京: 机械工业出版社, 1998.
- [3] 王佐伟, 吴宏鑫. 月球探测车转向系统动力学建模与分析[J]. 中国空间科学技术, 2004(3): 14-20.  
WANG Zuo-wei, WU Hong-xin. Dynamics modeling and analysis of Lunar Rover steering system[J]. Chinese Space Science and Technology, 2004(3): 14-20. (in Chinese)
- [4] WONG J Y. Theory of ground vehicles[M]. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [5] YOSHIDA K, ISHIGAMI G. Steering characteristics of a rigid wheel for exploration on loose soil[C]//Proceedings 2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, September 28-October 2, 2004; 3995-4000.
- [6] KAZUYA Y, HIROSHI H. Motion dynamics of a rover with slip-based traction model[C]//Proceedings of 2002 IEEE International Conference on Robotics & automation, Washington, May 11-15, 2002; 3155-3160.
- [7] IAGNEMMA K, RZEPNIEWSKI A, et al. Control of robotic vehicles with actively articulated suspensions in rough terrain[J], Autonomous Robots, 2003, 14(1): 5-16.
- [8] IAGNEMMA K, DUBOWSKY S. Traction control of wheeled robotic vehicles with application to planetary rovers [J]. The International Journal of Robotics Research, 2004, 10: 1029-1040.
- [9] FIORINI P. Ground mobility systems for planetary exploration [C] // Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, April 24-28, 2000; 908-913.
- (责任编辑 吕小红)
- 
- (上接第 1771 页)
- [9] 张昌凡, 王耀南, 何静. 水磁同步伺服电机的变结构智能控制[J]. 中国电机工程学报, 2007, 22(7): 13-17.  
ZHANG Chang-fan, WANG Yao-nan, HE Jing. Variable structure intelligent control for PM synchronons servo motor drive[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 22(7): 13-17. (in Chinese)
- [10] 刘斌, 苏宏业, 褚建. 一种基于最小二乘支持向量机的预测控制算法[J]. 控制与决策, 2004, 19(12): 1399-1402.  
LIU Bin, SU Hong-ye, CHU Jian. Predictive control algorithm based on least squares support vector machines [J]. Control and Decision, 2004, 19(12): 1399-1402. (in Chinese)
- [11] 王定成, 姜斌. 在线稀疏最小二乘支持向量机回归的研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 132-137.  
WANG Ding-cheng, JIANG Bin. Online sparse least square support vector machines regression [J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 132-137. (in Chinese)
- [12] 程萍. 基于最小二乘支持向量机的非线性广义预测控制[D]. 太原: 太原理工大学信息学院, 2010: 15-16.  
CHENG Ping. Generalized predictive control algorithm based on least squares support vectro machines [D]. Taiyuan: College of Information Engineering, Taiyuan University of Technology, 2010; 15-26. (in Chinese)
- [13] 王伟. 广义预测控制理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [14] 阮学斌. 广义预测控制在空调监控系统中的应用[J]. 控制工程, 2007, 14(1): 18-20.  
RUAN Xue-bin. Application of generalized predictive control to air-condition monitor and control system [J]. Control Engineering of China, 2007, 14(1): 18-20. (in Chinese)
- [15] 陈永新, 柯尊忠, 伍德林. 精校机电液位置伺服系统的广义预测控制[J]. 机床与液压, 2011, 39(9): 71-73.  
CHEN Yong-xin, KE Zun-zhong, WU De-lin. General predictive control of electro-hydraulic positon servo system of precise straightening press [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2011, 39(9): 71-73. (in Chinese)
- (责任编辑 吕小红)