

建立混合交通流条件下公交线路 客流费用函数的理论方法

魏 恒

(土木工程学系)

【摘要】 根据混合交通流的规律以及公交乘客出行特性,在理论上推导出公交线路客流费用函数的数学关系式,针对所确定的研究区域进行辅助调查,确定关系式中的系数,从而建立研究区域内的公交线路客流费用函数。

【关键词】 费用函数,混合交通流,客流分配,公交线路网络

【中图分类号】 U491.262

1 问题的提出

机动车交通流量或客流量与机动车或乘客出行(时间)费用之间的关系,即费用函数在交通规划中,如交通分配等计算中起着非常重要的作用。国内外有关机动车交通流费用函数研究的文章较多,而客流费用函数研究的文章则相对较少。本文根据我国混合交通流的规律以及公交乘客出行特性,提出一种建立费用函数的理论方法,即从理论上推导出公交线路客流费用函数的数学关系式,并通过实际辅助调查,研究关系式中的有关系数,从而建立研究区域的公交线路客流费用函数。笔者曾将此函数运用于客流分配研究,初步实践明,本文所确定的客流费用函数具有实用参考价值。

一般交通方式包括步行、自行车、公共电汽车、轨道交通、单位通勤车、出租车以及私人小汽车(我国不普遍)。各种交通方式具有不同的特点,主要反映在其自由选择的程度不同。只要人的身体条件允许,步行和自行车均可自由选择,但一般的选择路线为出行者所熟悉的“最短路”;单位通勤车只能对特定人员(如本单位的上下班职工)在特定时间提供特定路线的交通服务,该类方式的选择属于非自由的;出租车的选择取决于出行者的身份、经济条件以及出行者所处的地点位置,其路线一般依出行者目的而具有相对的唯一性。只有公共电汽车和轨道交通方式是属于半自由选择的出行方式,即有一定的条件限制(如每条线路相对固定),另一方面又可根据个人的意愿选择不同的路线,同一起讫点的乘客可有多种路径的选择。对这类出行方式的客流分配应采用多路径的分配方法,较为符合出行者行为与心理。公交线路客流费用函数将在此类方法中起着非常重要的作用。因此本文以公交线路网络模型为基础研究建立公交线路客流费用函数的方法。

2 客流(时间)费用函数表达式的推导

建立公共交通线路网络模型,目标是确定 $T=q(Q)$ 的关系式,其中的 T 为客流为 Q 时的

乘客出行时间费用。注意在公共交通线路网络模型中,节点表示某条线路的某个站点,节点间的联线表示站点间的某条公交线路^[1-3]。

基本假定前提:①乘客出行时,对公交线路网中各条路径的选择以路径的时间费用和换乘次数为依据;②乘客的出行时间同时受到道路机动车流和其所选择路径上乘客人数2个因素的共同制约与影响。

则乘客选择某一条路径的概率为:

$$P_{ijk} = \exp(-\theta_1 \cdot t_k - \theta_2 \cdot \text{HCS}_k) / \sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_r - \theta_2 \cdot \text{HCS}_r) \quad (1)$$

式中: P_{ijk} 为从 I 区到 J 区第 k 条路径被选择的概率; t_r, t_k 分别为从 I 区到 J 区第 r, k 条路径出行时间费用; $\text{HCS}_r, \text{HCS}_k$ 分别为从 I 区到 J 区第 r, k 条路径上乘客需要换乘的次数; M 为从 I 区到 J 区可选择的路径数; θ_1, θ_2 为分配系数。

网络路径客流为:

$$Q_{ijk} = Q_{ij} \cdot P_{ijk} \quad (2)$$

式中: Q_{ijk} 为从 I 区到 J 区第 k 条路径上分配的客流; Q_{ij} 为从 I 区到 J 区的客流。

于是,网络联线上客流为:

$$Q_s = \sum W_{ijk} \cdot Q_{ijk} = \sum W_{ijk} \cdot Q_{ij} P_{ijk} \quad (3)$$

式中: Q_s — 网络联线 S 上分配客流;

$$W_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{从 } I \text{ 区到 } J \text{ 区第 } k \text{ 条路径经过联线 } S \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

由于混合交通流中公共汽车与其他机动车共同使用同一条道路,客流的增加会使汽车停靠站时乘客上下车时间的增加,从而对出行时间产生一定影响。同时公共汽车的行程时间的“波动”现象还由于道路上其他机动车的增加,而使公共汽车和其他机动车的相互干扰、相互牵制所引起的。出行时间由乘车、等车、换车时间以及到站、离站的步行时间构成,因此认为,乘客出行时间的变化与公共交通线路所在道路上的机动车流的行程时间有着密切的关系^[1]。为了找到机动车流对公交车辆行程时间的影响,假定对于与乘客具有同样起讫点的可供其他机动车驾驶员选择的路径,正是乘客选择的公交线路所在的道路。定义从 I 区域到 J 区域乘客对某条路径 K 的选择概率为 P_{ijk} , 从而路径 k 所占用的道路对从 I 区域到 J 区域的其他机动车的吸引概率 $P_{ijk}(v)$ 为:

$$P_{ijk}(v) = \exp(-\theta_1 \cdot t_k) / \sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_r) \quad (4)$$

其中变量意义同(1)式。由(1)式和(4)式整理得 P_{ijk} 与 $P_{ijk}(v)$ 之间的关系为:

$$P_{ijk} = P_{ijk}(v) \cdot [\sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_r - \theta_2 \cdot \text{HCS}_k) / \sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_r - \theta_2 \cdot \text{HCS}_r)] \quad (5)$$

对于网络上某一节点对间联线 S , 所有经过 S 的各 IJ 区域对间路径的 P_{ijk} 求和,即将(5)式两边同乘以 W_{ijk} , 求和:

$$\sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk} = \sum_{i,j,k} \{ W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v) \cdot$$

$$\left[\sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_1 - \theta_2 \cdot \text{HCS}_k) / \sum_{r=1}^M \exp(-\theta_1 \cdot t_r - \theta_2 \cdot \text{HCS}_k) \right] \} \\ (\text{令}) = 1 / \eta_s (\sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v))$$

$$\text{即: } \eta_s = (\sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v)) / (\sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk}) \quad (6)$$

由式(3)令:

$$Q_s = \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot Q_{ij} \cdot P_{ijk} = A_s \cdot C_s \cdot \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk} \quad (7)$$

同时令:

$$Q_s(v) = \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot Q_{ij}(v) \cdot P_{ijk}(v) = B_s \cdot C_s(v) \cdot \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v) \quad (8)$$

其中: Q_s , $Q_s(v)$ 分别为 S 联线上公交线路上分配客流及该联线所在道路上的机动车分配流量; C_s , $C_s(v)$ 分别为 S 联线公交线路载客能力和所在道路的通行能力; η_s , A_s , B_s 为系数。

整理(6)式与(7)式两式, 得:

$$\begin{cases} Q_s / C_s = A_s \cdot \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk} \\ Q_s(v) / C_s(v) = B_s \cdot \sum_{i,j,k} W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v) \end{cases}$$

将上面两式相比, 并将(6)式代入, 得:

$$\begin{aligned} \{Q_s(v) / C_s(v)\} / \{Q_s / C_s\} \\ = (B_s / A_s) \cdot \{W_{ijk} \cdot P_{ijk}(v) / W_{ijk} \cdot P_{ijk}\} \\ = (B_s / A_s) \cdot \eta_s \\ (\text{令}) = \beta_s \end{aligned}$$

$$\text{即: } \{Q_s(v) / C_s(v)\} / \{Q_s / C_s\} = \beta_s \quad (9)$$

$$\text{根据交通流理论}^{[4]}: Q_s(v) = K_s U_s \quad (10)$$

其中 $Q_s(v)$, K_s , U_s 分别表示 S 联线所在道路上的机动车流量密度和车速。

$$\text{由 Greenshields 公式: } U_s = U_{fs} \cdot (1 - K_s / K_{fs}) \quad (11)$$

式中: U_{fs} 和 U_{jk} 分别表示 S 联线所在道路上的机动车畅行速度和阻塞密度。

$$(11) \text{式代入} (10) \text{式, 得: } Q_s(v) = K_{fs} \cdot (U_s - U_s^2 / U_{fs}) \quad (12)$$

同时: $K_{fs} = 4 C_s(v) / U_s^{[2,3]}$

$$\text{令: } U_s = L / t_s, U_{fs} = L / t_{fs}$$

$$\text{代入} (12) \text{式, 得 } Q_s(v) = C_{fs}(v) \cdot t_{fs} \cdot (1 / t_s - t_{fs} / t_s^2) \quad (13)$$

其中: L 为联线 S 所在道路路段长; t_s 为联线 S 上机动车行程时间; t_{fs} 为机动车“零流量”行程时间。整理, 得:

$$\{Q_s(v) / C_s(v) \cdot t_s^2 - 4 t_{fs} \cdot t_s + t_{fs}^2\} = 0 \quad (14)$$

解得:

$$\begin{aligned}
 t_s &= 2t_{fs} \{ 1 \pm \sqrt{1 - Q_s(v)/C_s(v)} \} / \{ Q_s(v)/C_s(v) \} \\
 &= 2t_{fs} \{ 1 \pm \sqrt{1 - \beta(Q_s/C_s)} \} / (\beta_s \cdot Q_s/C_s)
 \end{aligned} \quad (15)$$

注意到上式中分子式有‘+’，‘-’号。当交通流从非拥挤状态转向拥挤状态时，取负号；反之取正号^[2]。将该费用函数应用到客流分配的过程中，以网络上交通流量为零时作为初始状态^[1]，将分配过程模拟为线路客流量和机动车流量的变化过程。属于上述第一种情况，则公交线路客流(时间)费用函数关系式为：

$$t_s = 2t_{fs} \{ 1 - \sqrt{1 - \beta_s(Q_s/C_s)} \} / (\beta_s \cdot Q_s/C_s) \quad (16)$$

3 客流(时间)费用函数中有关系数的反推与计算

在(16)式中唯一未知系数为 β_s ，其数值应将有关的调查数据代入(16)式反推而得：

$$\beta_s = \{ 4(t_s/t_{fs}) - 1 \} / \{ (Q_s/C_s) \cdot (t_s/t_{fs})^2 \} \quad (17)$$

可选择所研究公交线路网中部分主要线路进行调查。

示例

在北京城区范围内选定一小区作为研究对象，研究系数 β_s 的确定。该小区东起化工路西口、八王坟，西至崇文门、磁器口；北起大北窑，南到铁匠营俱乐部，建立公交线路网络模型。选择网络中的8条主要公交线路调查，包括：35、41、23、28、11、8、3和39路车线。经过为期两周的现场调查与咨询，获得所有线路的有关数据。表1为最后阶段调查表的形式^[5]。表1中为35路车线的有关调查数据，运用(17)式计算出该线路全日内各周期的 β_s 。如： $\beta_s(\text{早高峰}) = 4(1.65 - 1) / (1.00 \times 1.62^2) = 0.96$ 。同样计算，得： $\beta_s(\text{上平峰}) = 1.34$ ； $\beta_s(\text{下平峰}) = 1.34$ ； $\beta_s(\text{晚高峰}) = 0.96$ ； $\beta_s(\text{晚平峰}) = 0$ 。

依据现场调查，认为：早高峰时间：6:30 ~ 8:30，共2.0小时

上午平峰时间：8:30 ~ 11:30，共3.0小时

下午平峰时间：13:30 ~ 16:30，共3.0小时

晚高峰时间：16:30 ~ 18:00，共1.5小时

晚平峰时间：20:00 ~ 22:30，共2.5小时

总共12.0小时

其它周期内出行规律不明显，故不计入。以上各周期长度(小时数)作为计算某车线 β_s 时各周期 $\beta_s(i)$ 的权重，于是对各周期的 $\beta_s(i)$ 取加权平均：

$$\beta_s = (0.96 \times 2.0 + 1.34 \times 3.0 + 1.34 \times 3.0 + 0.96 \times 1.5 + 0.0 \times 2.5) / 12.0 = 0.95$$

同理计算出其它7条线路的 β_s ，然后对所有线路的 β_s 求平均值，即得到整个研究区域的 β_s 值为1.03(因篇幅所限，计算过程从略)。代入(16)式即得研究区域的公交线路客流费用函数为：

$$t_s = 2t_{fs} \{ 1 - \sqrt{1 - 1.03(Q_s/C_s)} \} / (1.03 Q_s/C_s) \quad (18)$$

将上式应用于公交线路网络的客流分配研究，由(18)式可得到线路客流分配的限定条件： $(Q_s/C_s) \leq (1/1.03) = 0.97$ ，目的在于避免出现不符合实际的客流分配值，即某条线路的

客流分配值大于该线路的通行能力, 从而使分配模型具有实用性。

表1 确立公交线路客流费用函数中系数的辅助调查表(公交35路车线, 北京)

项 目	法~光	光~劲	劲~双	双~化	平 均
联 线					
时 t (早高峰) (分)	5.81	6.68	7.54	4.55	
t (早高峰)/ t_{fs}	1.23	1.33	2.09	1.94	1.65
间 t (上平峰) (分)	5.66	5.03	5.68	3.03	
t (上平峰)/ t_{fs}	1.19	1.00	1.58	1.29	1.27
费 t (下平峰) (分)	5.15	5.55	5.08	3.42	
用 t (下平峰)/ t_{fs}	1.09	1.11	1.41	1.45	1.27
比 t (晚高峰) (分)	6.92	6.53	7.37	4.43	
t (晚高峰)/ t_{fs}	1.46	1.30	2.05	1.89	1.68
$\frac{t_s}{t_{is}}$ t (晚平峰)= t_{fs} (分)	4.74	5.01	3.60	2.35	
t (晚平峰)/ t_{fs}	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
客 流 比					
$(f_1/F) \cdot \text{满载率(早高)}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$(f_2/F) \cdot \text{满载率(上平)}$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
$(f_3/F) \cdot \text{满载率(下平)}$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
$(f_4/F) \cdot \text{满载率(晚高)}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$\frac{Q_s}{C_s}$ $(f_5/F) \cdot \text{满载率(晚平)}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

注: 1 f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 分别为联线 S 所表示的线路在早高峰、上午平峰、下午平峰、晚高峰和晚平峰周期内的发车频率, 本表中分别为: 18, 10, 10, 18, 9; F 表示一天内最高的发车频率, 本表中为 18; 发车频率单位: 次/小时。

2 实际调查中, 先将客流比转换为: $(f/F) \cdot \text{满载率}$, 式中各项因子量较为易于获得。

3 35路车线穿过研究区域的车站名分别为: 法华寺, 光明楼, 劲松东口, 双井, 化工路西口。

4 关于假定的讨论

客观上, 出行者选择路径过程中, 除了以路径的时间和换乘次数为基准外, 还与其习惯、道路条件、站点布置以及自身条件等有关。另外, 在客流费用函数的推导过程中所做的假定没有考虑公共汽车正点率问题, 即按运营管理要求每次车的行程时间应是固定的。但根据现场观察, 发现公共汽车的运营行程时间存在“波动”现象, 尤其在道路机动车密集周期里, 其行程过程受车流的干扰很大, 而与此同时, 由于乘客的拥挤延长公汽的停站时间。这两种因素的综合作用常常使同一线路不同车次的车辆在行程中自然地形成串车。根据对一些车队调度的咨询, 有时正点率得不到保证, 甚至需要根据道路阻塞延误情况及时调整发车频率。因此, 对于乘客来说, 出行时间肯定受道路机动车流干扰和乘客拥挤因素的影响, 但这种共同作用和影响只是呈阶段性或周期性变化。为了定量方便, 本文尚未考虑所有影响因素, 仅以所提出的假定为费用函数的理论推导前提。基于上述假定得出的费用函数是否夸大或减弱乘客出行时间与客流量之间的定量关系, 目前尚未得到实际检验。不过据笔者初步实践, 认为这里讨论的费用函数可以应用于交通分配等问题的研究。

本文提出了建立混合交通流条件下公交线路(时间)费用函数的一种理论方法. 因条件所限, 未能对更大区域进行研究. 而且 β_s 系数的确定还有待于辅助调查方法的进一步完善.

本文完成的过程中, 曾得到任福田教授和肖秋生副教授的热心指导, 交通部公路科研所的张祖荫先生曾对本文初稿提出宝贵意见. 在此深表谢意!

参 考 文 献

- 1 魏恒. 公交网络客流分配模型研究. 北京工业大学学报, 1990, 16(4): 82 ~ 85
- 2 魏恒. 公交线路网络路径的一种算法. 第二届多国城市交通学术会议论文集, 北京: 1991年5月
- 3 Larry J. Leblanc, Transit System Network Design. Transportation Research. 1988, 22B(5): 371 ~ 390
- 4 丹尼尔 L. 姆洛夫(美). 交通流理论. 北京: 人民交通出版社, 1983. 20 ~ 83
- 5 魏恒. 公共交通流量分配模型研究. 北京: 北京工业大学研究生论文, 1988

Theoretical Method of Establishing the Transit Route Cost-Function in Mixed Traffic Flow

Wei Heng

(Department of Civil Engineering)

【Abstract】 Theoretical method of establishing the relationship between the volume of transit-rider and its trip (time) cost, the so-called cost-function of transit route flow, is proposed in this paper. Based on analysis of characteristics of mixed traffic flow and trip characteristics of passengers, the value of coefficient in the formula of transit route cost-function which is derived from the theory of traffic flow can be calculated with the data gained from field surveys on main lines of buses within the transit network specified for study.

【Key words】 cost-function, mixed traffic flow, passenger flow assignment, transit route network