

# 阶梯结构一级超声跟踪时的 布拉格带宽和声光器件的最佳设计

俞宽新 徐介平

(激光研究室)

摘 要

通过对确定频响  $\frac{P_s(F)}{N^2 P_{s0}} \sim F$  的一般公式的理论分析, 证明与平面结构的情况一样, 阶梯结构的频响曲线亦在条件  $F_1 + F_2 = 2$  下基本上对中心频率  $F = 1$  对称。在此基础上, 对各种换能器片数  $N$ , 计算确定了可能得到的最大布拉格带宽, 并得到器件的最佳设计。

## The Bragg Bandwidth of the First-Order Beam Steering with Step Configuration and the Optimum Design of Acoustooptic Devices

Yu Kuan-xin Xu Jie-Ping

Abstract

According to the theoretical analysis of the general formulas determining the frequency response  $\frac{P_s(F)}{N^2 P_{s0}} \sim F$ , it is proved that, just as in the case of plane configuration, the condition that the frequency response curves in the case of step configuration are almost

本文于 1980. 5. 14 日收到。

symmetrical about the central frequency  $F=1$  is still  $F_1+F_2=2$ . Based upon this argument, we determine, through systematical calculations, the largest Bragg bandwidth which can be obtained for various numbers of transducer pieces  $N_s$ . At the same time, we obtain the optimum design of acoustoptic Devices.

## 一、引言

平面结构的一级超声跟踪的主要缺点是, 超声能量的利用率仍不是太高。事实上, 即使是在最有利的  $p=1$  的情况下, 在最大响应  $F_{\max}^{(1)}$  和  $F_{\text{cut}}^{(2)}$  处亦有  $-3\text{dB}$  的布拉格损耗<sup>[1]</sup>。其原因是各换能片的最强辐射方向是沿换能器平面的法线方向, 这一方向并不是多束超声干涉加强的方向(称为主方向)。阶梯结构器件的基本思想是, 把各换能片都转过一个角度  $\psi$ , 使得各换能片的最强辐射方向基本上沿多束超声干涉加强的方向。这样一来, 就可使得超声能量得到充分的利用。关于阶梯结构一级超声跟踪的布拉格带宽问题, 虽然曾经有过专文讨论<sup>[2-4]</sup>, 但都未作出系统的计算, 而且在理论上都有欠妥之处。事实上, 文献[2]所讨论的情况相当于本文中的  $\psi=\gamma$  的情况。但是, 在文献[2]中, 提出把各换能片的长度  $L_s$  也作为一个调整参数, 这是不必要的, 也是不妥当的。因为, 正如本文中指出的那样, 通过对参数  $1/F_1 \cdot F_2$  值的调整, 已可在很宽的范围內改变频响曲线的形状; 另一方面,  $L_s$  总应该在工艺条件许可之下, 尽量地接近  $s$ 。文献[3]所讨论的情况相当于本文中  $\psi=\delta$  的情况, 但理论阐述不够清楚, 特别是所给关于阶梯高度的公式与  $\psi=\gamma$  的情况混为一谈。本文将在平面结构一级超声跟踪理论的基础上<sup>[1,5]</sup>, 考虑到各换能片转过角度  $\psi$ , 给出阶梯结构一级超声跟踪的理论。并且通过理论分析, 指出无论是  $\psi=\gamma$  的情况, 还是  $\psi=\delta$  的情况; 无论换能片的数目  $N_s$  为多少, 频响曲线都是在条件  $F_1+F_2=2$  的条件下基本上对中心频率  $F=1$  对称。在此基础上, 通过对参数  $1/F_1 \cdot F_2$  取值的选择, 得到了器件的最佳设计, 并确定了所能达到的最大布拉格带宽。

## 二、理论及计算结果

平面结构一级超声跟踪的理论已在文献[1]或[5]中给出, 阶梯结构的区别仅仅在于各换能片转过了一个角度  $\psi$  (见图1), 因而基本公式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_s(F)}{N_s^2 P_{s0}} = \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 \left( \frac{\sin N_s y}{N_s \sin y} \right)^2 \\ x = \frac{\pi L_s (\beta - \psi - \delta)}{\Lambda} = \frac{\pi r s (\beta - \psi - \delta)}{\Lambda} \\ y = \frac{\pi s \xi}{\Lambda} = \frac{\pi p}{2} \left[ \frac{F(F_1 + F_2 - F)}{F_1 F_2} - 1 \right] \end{array} \right. \quad (1)$$

\* 本文于1980年5月14日收到

两种结构唯一的区别仅仅在于  $x$  的具体表达式不同。在阶梯结构中,  $x$  的表达式, 亦即  $x-F$  关系式, 取决于转角  $\psi$  的取法。通常  $\psi$  可以有二种不同的取法, 即  $\psi = \gamma_c$  及  $\psi = \delta_c$ 。下边我们分别就这二种情况进行详细的讨论。

1.  $\psi = \gamma_c$ .  $\gamma_c$  为中心频率处的超声主方向 (即图 1 中的  $a$  方向) 与器件的轴线之间的夹角。

由文献[5]中的公式(37)知  $\gamma_c = \frac{p}{2s} \Lambda_c$ ,

放在这种阶梯结构中, 每个阶梯的高度为

$$h = s\gamma_c = \frac{p}{2} \Lambda_c \quad (2)$$

而  $x$  的表达式将相应地变成

$$x = \frac{\pi r s (\beta - \gamma_c - \delta)}{\Lambda} = \frac{\pi r p F (F_1 + F_2 - F_1 F_2 - F)}{2 F_1 F_2} \quad (3)$$

由式(3)所给出的  $x-F$  曲线仍为一抛物线, 而且在  $F = F_1$  和  $F = F_2$  处, 由式(3)可算出

$$x_1 \equiv x(F_1) = \pi r p \frac{1 - F_1}{2}$$

$$x_2 \equiv x(F_2) = -\pi r p \frac{F_2 - 1}{2}$$

如果我们取  $F_1 + F_2 = 2$  的话, 从这二个式子中很容易看出有  $|x_1| = |x_2|$ , 从而  $\left(\frac{\sin x_1}{x_1}\right)^2 = \left(\frac{\sin x_2}{x_2}\right)^2$ 。图 2 给出对于  $\psi = \gamma_c$  情况, 且  $F_1 + F_2 = 2$ ,  $\frac{1}{F_1 \cdot F_2} = 1.20$ ,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$

时的  $x-F$  曲线及  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - F$  曲线。由图中可以看出,  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - F$  曲线在  $(F_1, F_2)$

范围内基本上对  $F = 1$  对称。而  $\left(\frac{\sin N_c y}{N_c \sin y}\right)^2 - F$  曲线对  $F = 1$  是对称的, 故整个频响曲线

$\frac{P_c(F)}{N_c^2 P_{c0}} - F$  在条件  $F_1 + F_2 = 2$  下, 也就基本上对  $F = 1$  是对称的了。此外, 从图 2 中我

们还可以看出, 在  $(F_1, F_2)$  范围内,  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$  的值是非常接近于 1 的, 因此, 频响

曲线的中心凹陷比起平面结构来, 将有所减小, 因而可改善通频带内的不均匀性。图 3 给出  $N_c = 4$  片,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$  情况下,  $1/F_1 \cdot F_2$  分别取值 1.0, 1.1, 1.2 时的  $BL-F$  曲线。

$BL$  为式(1)的分贝表示:

$$BL \equiv -10 \log \frac{P_c(F)}{N_c^2 P_{c0}} \quad (4)$$

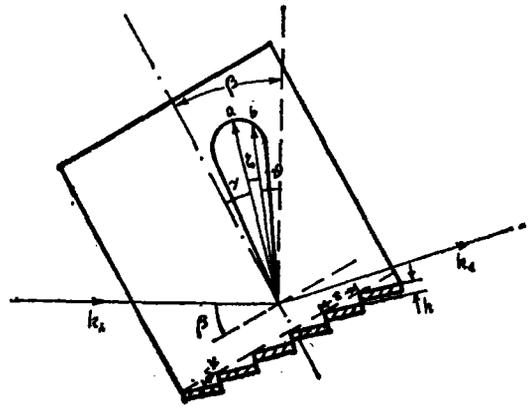


图 1

这些曲线的主要特征可以用下列数据来表征： $F_{\max}^{(1)}$ 和 $F_{\max}^{(2)}$ 是 $P_o(F)$ 达到最大或 $BL$ 达到最小时的对应的二个频率；凹深表示 $BL$ 的最小值与中央凹坑处 $BL$ 值之差，它反映了通带内的不均匀程度； $F_L$ 和 $F_H$ 为 $BL=BL_{\text{最小}}+3dB$ 处的二个频率； $\Delta F \equiv F_H - F_L$ 即 $3dB$ 布拉格带宽。这些数据列在表1中。对于 $N_s=6, 8, 10$ 和 $12$ 的情况，可作出同样的计算。表征相应的 $BL-F$ 曲线主要特征的数据列于表1中。

由以上数据及图形，在与平面结构做比较后<sup>[1]</sup>，我们可得出如下结论：

(1) 阶梯结构的超声利用率大大提高。从图3中可以明显地看出，在 $F_{\max}^{(1)}$ 与 $F_{\max}^{(2)}$ 处， $BL$ 值已经相当接近零了。

(2) 由于阶梯结构中，在 $(F_1, F_2)$ 范围内， $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ 基本上等于1。而由式(1)知， $F=F_1, F=F_2$ 时， $y_1 \equiv y(F_1) = 0, y_2 \equiv y(F_2) = 0$ ，故 $\left(\frac{\sin N_s \cdot y_1}{N_s \cdot \sin y_1}\right)^2$

和 $\left(\frac{\sin N_s \cdot y_2}{N_s \cdot \sin y_2}\right)^2$ 达到最大值1。因此，实际上 $F_{\max}^{(1)}$ 和 $F_{\max}^{(2)}$ 就等于 $F_1$ 和 $F_2$ 。

(3) 与平面结构相比较，中心凹陷减小，使得通频带内的不均匀性得到改善。

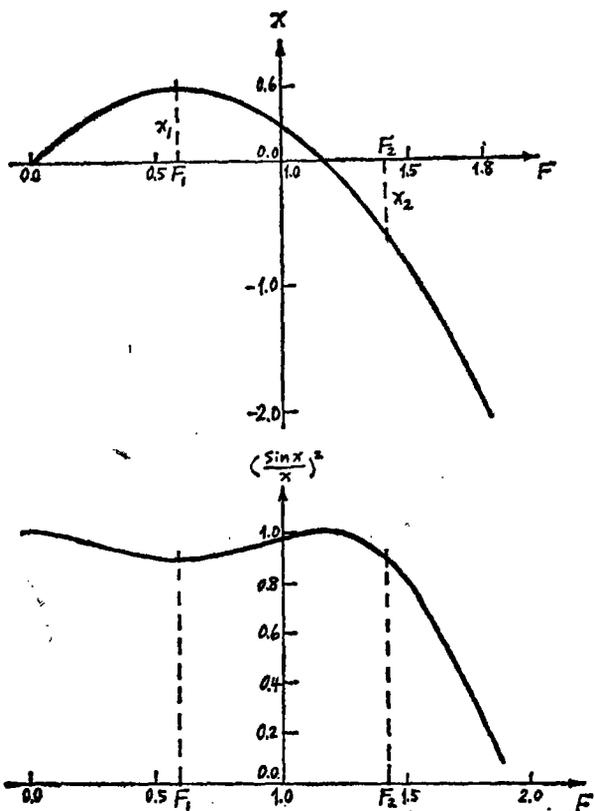


图2

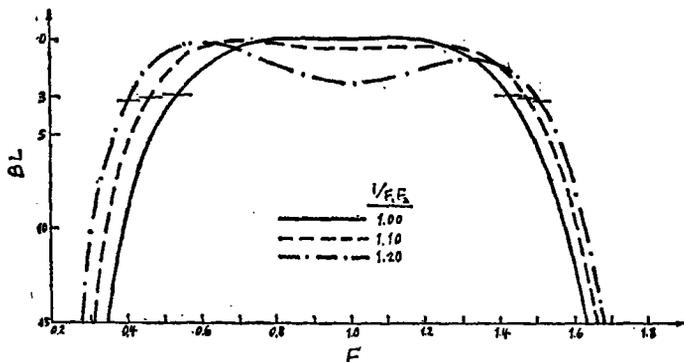


图3

(4)  $3dB$ 通频带的带宽，也就是布拉格带宽。两种结构在取同样的 $1/F_1 \cdot F_2$ 值做比较时，阶梯结构比起平面结构来稍有减小。

表1  $\psi = \gamma$ . 结构BL-F曲线的主要数据

$$(F_1 + F_2 = 2, \quad r = 0.9, \quad p = 1)$$

$N.$	$1/F_1 F_2$	$F_L$	$F_{max}^{(1)}$	凹 深	$F_{max}^{(2)}$	$F_H$	$\Delta F$
4	1.00	0.53	1.00	-0.0	1.00	1.425	0.895
	1.10	0.455	0.70	-0.4	1.30	1.505	1.05
	1.20	0.40	0.60	-2.0	1.40	1.56	1.16
6	1.00	0.62	1.00	-0.0	1.00	1.365	0.745
	1.10	0.525	0.70	-1.1	1.30	1.455	0.93
	1.20	0.46	0.60	-5.4	1.40	1.525	1.065
8	1.00	0.67	1.00	-0.0	1.00	1.315	0.645
	1.05	0.61	0.80	-0.5	1.20	1.38	0.77
	1.10	0.56	0.70	-2.2	1.30	1.43	0.87
10	1.00	0.73	1.00	-0.0	1.00	1.265	0.535
	1.05	0.66	0.80	-1.2	1.20	1.34	0.68
	1.10	0.60	0.70	-5.7	1.30	1.39	0.79
12	1.00	0.73	1.00	-0.0	1.00	1.265	0.535
	1.05	0.66	0.80	-1.2	1.20	1.34	0.68
	1.10	0.60	0.70	-5.7	1.30	1.39	0.78

2.  $\psi = \vartheta_0$ .  $\vartheta_0$  表示中心频率处的起作用的超声方向 (即图1中的  $b$  方向) 与入射光波面之间的夹角。按文献[5]中公式(40) (即  $\beta = (F_1 + F_2)\vartheta_0$ )，在  $F_1 + F_2 = 2$  的条件下，即有  $\psi = \vartheta_0 = \beta - \vartheta_0$ 。此时各换能片转到使其法线方向沿中心频率处的  $b$  方向。

由文献[5]中的公式(38)和(40) (即  $\vartheta_0 = \frac{\lambda}{2\Lambda_0}$  和  $s = \frac{p}{F_1 F_2} \cdot \frac{\Lambda_0^2}{\lambda}$ ) 可以得出，这种阶梯结构的阶梯高度应为

$$h = s\vartheta_0 = \frac{1}{F_1 F_2} \cdot \frac{p\Lambda_0}{2} \quad (5)$$

而  $x$  表达式相应地变为

$$x = \frac{\pi r s (\beta - \vartheta_0 - \vartheta)}{\Lambda} = \frac{\pi r p F (F_1 + F_2 - 1 - F)}{2 F_1 F_2} \quad (6)$$

由式(6)给出的  $x-F$  曲线仍是一抛物线，在  $F = F_1$  和  $F = F_2$  处，由式(6)可以算出：

$$x_1 \equiv x(F_1) = \frac{\pi r p}{2} \cdot \frac{F_2 - 1}{F_2}$$

$$x_2 \equiv x(F_2) = -\frac{\pi r p}{2} \cdot \frac{1 - F_1}{F_1}$$

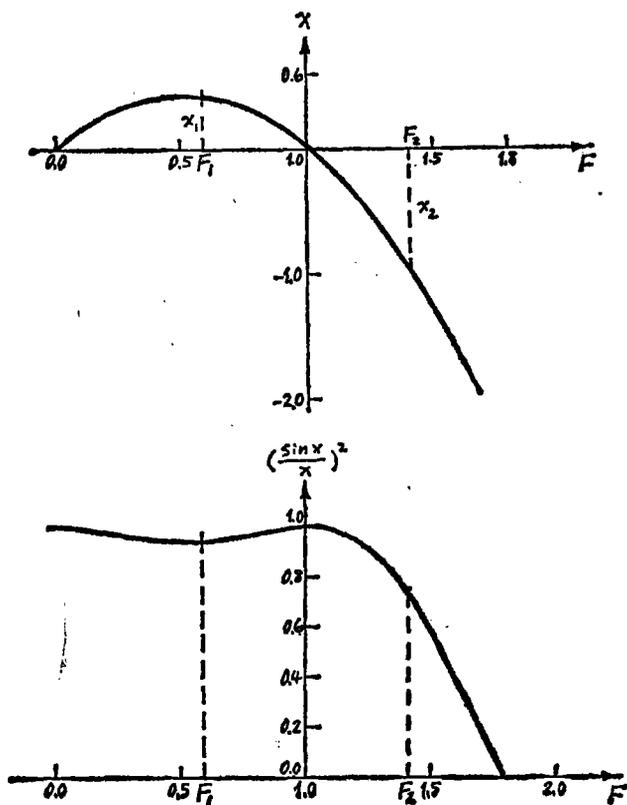
由于  $F_2 > F_1$ , 故即使在条件  $F_1 + F_2 = 2$  下, 仍有  $x_1 < |x_2|$ , 反映到  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - F$  曲线上, 就会得到  $\left(\frac{\sin x_1}{x_1}\right)^2 > \left(\frac{\sin x_2}{x_2}\right)^2$ 。图 4 给出  $\psi = \vartheta$  情况, 且  $F_1 + F_2 = 2$ ,  $\frac{1}{F_1 \cdot F_2} = 1.20$ ,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$  时的  $x - F$  曲线和  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - F$  曲线。由图中可以看出,  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 - F$  曲线在  $(F_1, F_2)$  范围内对  $F = 1$  并不对称, 虽然在大部分区域内  $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$  的值接近于 1, 但在  $F_2$  处却有较大的下降。但是, 由于  $\left(\frac{\sin N_e y}{N_e \sin y}\right)^2 - F$  曲线对  $F = 1$  是对称的, 故整个频响曲线,  $\frac{P_o(F)}{N_e^2 P_{o0}}$  -  $F$  曲线除去右峰有塌降以外, 基本上对  $F = 1$  仍是对称的。

图 5 给出  $N_e = 4$  片,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$  时,  $1/F_1 \cdot F_2$  分别取值 1.0, 1.1, 1.2 时的  $BL - F$  曲线, 并把  $N_e$  分别等于 4, 6, 8, 10, 12 时所计算出来表征频响曲线主要特征的数据列在表 2 里。

由以上数据和图形, 在与  $\psi = \gamma$  情况做比较之后, 我们可以得出如下结论:

(1) 频响曲线的右峰低于左峰, 也就是  $F_{H2}$  所对应的  $BL$  值小于  $F_{H1}$  所对应的  $BL$  值。计算表明, 右峰塌降现象随  $1/F_1 \cdot F_2$  的取值越大而变得越严重。当  $1/F_1 \cdot F_2 = 1.10$  时,  $F_{H2}$  处所对应的  $BL$  值, 比  $\psi = \gamma$  结构约小 1%。而当  $1/F_1 \cdot F_2 = 1.20$  时, 则约小 3%。右峰塌降现象使得整个曲线对于  $F = 1$  的对称性受到了影响。

(2) 除去上述右峰塌降现象以外, 其余特点与  $\psi = \gamma$  结构的差别甚微。故在实用中, 我们尽可仅仅使用  $\psi = \gamma$  的结构。



### 三、器件的最佳设计和结论

由表 1 和表 2 可见, 对于不同的  $N_e$  片数,  $1/F_1 \cdot F_2$  的最佳取值, 以及各种设计参数和平面结构大致相仿, 并列于表 3 中 (由于实际使用  $\psi = \gamma$  结构, 故  $\Delta F$  的数据是根据表 1)。

表2  $\psi = \vartheta$  结构  $BL-F$  曲线的主要数据  
 ( $F_1 + F_2 = 2$ ,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$ )

$N_s$	$1/F_1 \cdot F_2$	$F_L$	$F_{max}^{(1)}$	凹 深	$F_{max}^{(2)}$	$F_H$	$\Delta F$
4	1.00	0.53	1.00	-0.0	1.00	1.43	0.90
	1.10	0.46	0.70	-0.4	1.25	1.48	1.02
	1.20	0.40	0.60	-2.1	1.35	1.51	1.11
6	1.00	0.62	1.00	-0.0	1.00	1.37	0.75
	1.10	0.53	0.70	-1.3	1.30	1.44	0.91
	1.20	0.46	0.60	-5.6	1.40	1.49	1.03
8	1.00	0.67	1.00	-0.0	1.00	1.32	0.65
	1.05	0.61	0.80	-0.5	1.20	1.37	0.76
	1.10	0.565	0.70	-2.4	1.30	1.415	0.85
10	1.00	0.765	1.00	-0.0	1.00	1.285	0.58
	1.05	0.64	0.80	-1.0	1.20	1.35	0.71
	1.10	0.58	0.70	-3.8	1.30	1.40	0.82
12	1.00	0.735	1.00	-0.0	1.00	1.265	0.53
	1.05	0.66	0.77	-1.3	1.20	1.335	0.675
	1.10	0.605	0.70	-5.6	1.30	1.385	0.78

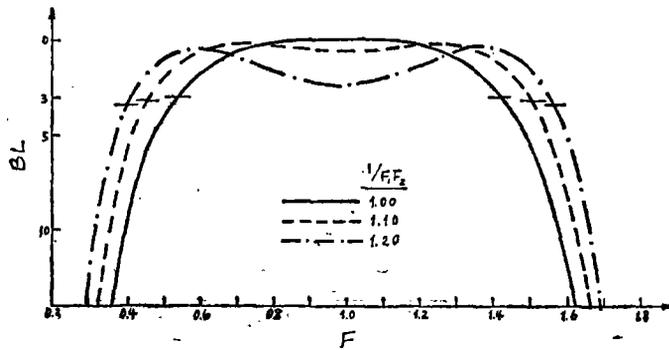


图5

以上我们较为详细地讨论了  $\psi = \gamma$  结构与  $\psi = \vartheta$  结构的超声跟踪的特点。由这些分析，我们可以清楚地看出，阶梯结构的声光器件与平面结构比较起来，具有二条突出的优点：  
 (1) 提高了超声能量的利用率大约一倍左右。(2) 改善了通频带内的不均匀性。其缺点是：  
 (1) 布拉格带宽稍有变小，但相差甚微，我们尽可不予考虑。(2) 制造工艺比较复杂。

表3 各 $N_s$ 片数的器件最佳设计参数  
( $F_1 + F_2 = 2$ ,  $r = 0.9$ ,  $p = 1$ )

$N_s$	$1/F_1 F_2$	$\beta$	$S$	$L$	$\Delta F$
4	1.20	$2\beta_c$	$1.20L_0^{(c)}$	$4.8L_0^{(c)}$	1.16
6	1.10	$2\beta_c$	$1.10L_0^{(c)}$	$6.6L_0^{(c)}$	0.93
8	1.10	$2\beta_c$	$1.10L_0^{(c)}$	$8.8L_0^{(c)}$	0.87
10	1.05	$2\beta_c$	$1.05L_0^{(c)}$	$10.5L_0^{(c)}$	0.68
12	1.05	$2\beta_c$	$1.05L_0^{(c)}$	$12.6L_0^{(c)}$	0.68

最后, 在此对参加本文的计算与数据整理工作的程双才同志表示感谢。

### 参 考 文 献

- [1] 赵启大, 徐介平, 平面结构一级超声跟踪的布拉格带宽和声光器件的最佳设计, 北京工业大学学报, 本期。
- [2] D. A. Pinnow, Acoustooptic Light Deflection; Design Consideration for First Order Beam Steering, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics SU-18, 1971, 209.
- [3] E. K. Sittig, Elastooptic Light Modulation and Deflection, Progress in Optics, Vol. X, E. Wolf ed., North-Holland, 1972 p. 229.
- [4] S. K. Yao and E. H. Young, Two-Hundred MHz Bandwidth Step-Array Acousto-Optic Beam Deflector, Proc. SPIE, Vol. 90, Acousto-optics, p. 23.
- [5] 徐介平, 声光器件的工作原理和设计方法 I. 正常布拉格绕射器件, 北京工业大学学报, 1978年第2期, 51, 或新型无机材料, 6卷1期, 1978, 1。