二齿差钢球活齿传动的齿廓方程及齿廓干涉分析

李剑锋,苏健,陈兴,范金红,马春敏,刘德忠 (北京工业大学机械工程与应用电子技术学院,北京 100124)

摘 要:对一种二齿差钢球活齿传动的齿廓方程及齿廓干涉进行了研究.分析了装置的传动原理及啮合副结构, 基于转速变换和包络原理建立了动、定盘封闭槽齿廓方程;推导了定盘封闭槽齿廓的主曲率及主曲率半径公式;通 过分析干涉现象与发生规律,给出避免定盘封闭槽发生齿廓干涉需要满足的设计条件.相关的公式与结果可作为 二齿差钢球活齿传动齿廓设计与加工的分析基础与依据.

关键词:二齿差传动;钢球活齿;齿廓方程;齿廓干涉 **中图分类号:**TH 132.41 **文献标志码:** A **文章编号:**0254 - 0037(2014)05 - 0641 - 07

Tooth Profile Equation and Interference Analysis of the Two-tooth Difference Steel Ball Movable Tooth Transmission

LI Jian-feng, SU Jian, CHEN Xing, FAN Jin-hong, MA Chun-min, LIU De-zhong (College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The tooth profile equation and tooth profile interference of a type of two-tooth difference steel ball movable tooth transmission were studied. The transmission principle and mesh-pair structure of the transmission equipment were analyzed, and the tooth profile equations of the closed grooves on moving and fixed discs were established based on the rotational speed conversion and envelope theory. The main curvature and main curvature radius formulae of the closed groove tooth profile on the fixed disc were deduced. The design condition of no tooth profile interference appearance on the closed groove of the fixed disc was put forward through the tooth profile interference and its occurring characteristics were investigated. The equations and results can be adopted as the analysis basis and foundation for tooth profile designing and manufacturing of the two-tooth difference steel ball movable tooth transmission equipment.

Key words: two-tooth difference transmission; steel ball movable tooth; tooth profile equation; tooth profile interference

在少齿差行星齿轮传动领域,活齿传动作为一 个重要分支,经过几十年的发展,已经衍生出了较多 的典型结构,如推杆活齿传动、滚动活齿传动、套筒 活齿传动、钢球活齿传动等.其中,钢球活齿传动是 一种利用钢球活齿传递两同轴之间回转运动和动力 的机械传动.目前,最具代表性的传动形式为以偏 心轴、动盘(行星盘)、钢球、定盘(中心盘)和输出盘 等为主要构件的摆线钢球传动^[1].近年来,摆线钢 球传动得到了较为全面的研究.如日本山黎大学的 Terada 等^[2-5]对摆线钢球传动的运动学原理、传动效

收稿日期: 2012-05-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50475042);北京市自然科学基金资助项目(3062002)

作者简介: 李剑锋(1964一),男,教授,主要从事机器人机构学、活齿传动技术方面的研究, E-mail: lijianfeng@ bjut. edu. cn

率、强度分析与设计方法等进行了探讨,同时还提出 了一种两级传动结构^[6].国内学者关于摆线钢球传 动的研究则主要集中在结构创新^[78]、参数分析^[9]、 受力与强度计算^[10]等方面.除此之外,平面正弦钢 球传动^[11]、零隙钢球传动^[12]等结构形式也得到了 研究.

文献[13-14]提出了 2 种具有相同基本构成和 传动原理,动盘端面封闭廓线均为椭圆曲线,但活齿 架廓线及定盘端面封闭廓线不同的二齿差钢球活齿 传动结构.推导文献[14]提出的二齿差钢球活齿传 动的动、定盘封闭槽齿廓方程,通过分析定盘封闭槽 的齿廓干涉给出避免干涉应满足的参数约束关系 式,可以为传动装置的设计与加工提供分析基础与 条件.

1 传动原理与啮合副结构

如图 1 所示,二齿差钢球活齿传动装置主要由 输入轴、动盘、钢球活齿、活齿架、定盘、输出轴和机 体等构件组成. 传动装置中,输入轴与动盘固联构 成的激波器可视为输入部分,输出部分由活齿架与 输出轴固联构成,与此同时,定盘与机体固联,钢球 周向均布在活齿架的径向槽内,并在动、定盘封闭槽 齿廓的交错区域内运动. 传动时,钢球与动、定盘封 闭槽及活齿架的廓线相啮合,当匀速回转的动盘推 动钢球与定盘封闭槽齿廓相啮合时,由于定盘与机 体固联,钢球会在活齿架径向槽内移动并推动其与 输出轴一同做匀速转动,从而实现输入轴与输出轴 之间的转速变换及动力传递.



图 1 二齿差钢球活齿传动的结构简图 Fig. 1 Structure diagram of the two-tooth difference steel ball movable tooth transmission

图 2(a)(b)分别为二齿差钢球活齿传动啮合 副结构的轴向视图和径向剖视图. 点 C₁、C₂及 D₁、 D_2 可视为动、定盘封闭槽内、外侧齿廓与钢球的啮 合点,图2(b)的位形可视为以定盘为参考,动盘绕 线段 L_1L_2 转过一个角度,该角度为线段 C_1C_2 、 D_1D_2 之间的夹角.



图 2 啮合副结构 Fig. 2 Meshing pair structure

就刀轴运动轨迹而言,动盘封闭槽为L,点对应 的端面椭圆曲线,定盘封闭槽为L2点对应的端面封 闭曲线,其形状可参考文献[15]所述中心内齿轮的 廓线.啮合副中各构件的廓面类型如表1所示.

表 1 各构件廓面类型 Table 1 Profile surfaces of meshing component

	tees of mesning components
构件名称	廓面类型
钢球活齿	球面
活齿架(径向槽)	直槽面
动、定盘封闭槽	锥形铣刀运动扫掠
	体的包络面

2 动、定盘的齿廓方程

2.1 刀轴运动轨迹

图 3 所示坐标系 O_1 - $x_1y_1z_1$ 为在动盘端面建立的 连体坐标系,梯形面 $E_1E_2F_2F_1$ 可理解为刀轴位于任 意点 L_1 时铣刀体与刀轴轨迹切线方向垂直的扫掠 面,线段 E_1F_1 和 E_2F_2 可理解为生成动盘封闭槽内、 外侧齿廓的直母线. 以原点 O_1 为椭圆曲线的几何 中点,并规定 z_1 轴与装置的转动轴线平行,同时以指 向活齿架为正,刀轴轨迹点L₁的方程为

$$\begin{cases} x_1 = a \cos \alpha \\ y_1 = b \sin \alpha \\ z_1 = 0 \end{cases}$$
(1)

式中:a、b为椭圆曲线长、短半轴长度; α 为线段 O_1L_1 与 x_1 轴的夹角.



图 3 动盘封闭槽齿廓的加工原理



图 4(装置轴向视图)所示坐标系 *O-xyz* 为在定 盘端面建立的连体坐标系,坐标系 *O₂-x₂y₂z₂*为活齿 架的连体坐标系.原点 *O* 为定盘的几何中心,*z* 轴、 *z₂*轴均与*z*₁轴方向一致,且以指向活齿架为正.



图 4 定盘封闭槽刀轴轨迹生成原理



初始位形处,设图 4 中的坐标系 *O*-*xy*、*O*₁-*x*₁*y*₁ 及 *O*₂-*x*₂*y*₂彼此重合,钢球中点 *O*₃位于活齿架连体 坐标系的 *O*₂*x*₂轴上.由变速原理及图 2 可知,传动 过程中点 *O*₃在 *x*₁-*y*₁平面上投影点 *L*₁以及在 *x*-*y* 平 面上投影点 *L*₂的轨迹分别为加工动、定盘封闭槽齿 廓的刀轴运动轨迹.参考文献[15]所述中心内齿轮 理论齿形方程的推导过程,可得到钢球中点 *O*₃在 *xy* 平面上投影点 *L*₂的运动轨迹方程为

$$\begin{cases} x_2 = \frac{ab}{\sqrt{b^2 \cos^2(i-1)\theta + a^2 \sin^2(i-1)\theta}} \cos \theta \\ y_2 = \frac{ab}{\sqrt{b^2 \cos^2(i-1)\theta + a^2 \sin^2(i-1)\theta}} \sin \theta \\ z_2 = 0 \end{cases}$$
(2)

式中 i 为传动比.

2.2 齿廓方程

由图 2、3 可知,点 C_1 、 C_2 为刀轴轨迹点 L_1 的内、 外侧等距点. 二者坐标根据式(1)可表示为

$$\begin{pmatrix} x_{c_1} \\ y_{c_1} \\ z_{c_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\cos i\theta - \frac{rb\cos\beta\cos i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}} \\ b\sin i\theta - \frac{ra\cos\beta\sin i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3)

$$\begin{pmatrix} x_{c_2} \\ y_{c_2} \\ z_{c_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\cos i\theta + \frac{rb\cos\beta\cos i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}} \\ b\sin i\theta + \frac{ra\cos\beta\sin i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$$
(4)

同时,根据图 2、3 所示的几何关系,可求得动盘 封闭槽顶点 K₁的坐标为

$$\begin{pmatrix} x_{\kappa_1} \\ y_{\kappa_1} \\ z_{\kappa_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a\cos i\theta \\ b\sin i\theta \\ -r\cos\beta\cot\beta \end{pmatrix}$$
(5)

(6)

(7)

由于点 C₁、K₁及 C₂、K₁分别位于动盘封闭槽内、 外侧齿廓的直母线上,进而可求得动盘封闭槽内、外 侧齿廓的方程分别为

$$\begin{cases} x_1 = a\cos i\theta - \left(\frac{rb\cos\beta\cos i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}}\right)t_{i1} \\ y_1 = b\sin i\theta - \left(\frac{ra\cos\beta\sin i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}}\right)t_{i1} \\ z_1 = r\cos\beta\cot\beta(t_{i1} - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = a\cos i\theta + \left(\frac{rb\cos\beta\cos i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}}\right)t_{o1} \\ y_2 = b\sin i\theta + \left(\frac{ra\cos\beta\sin i\theta}{\sqrt{(a\sin i\theta)^2 + (b\cos i\theta)^2}}\right)t_{o1} \\ z_2 = r\cos\beta\cot\beta(t_{o1} - 1) \end{cases}$$

式中 t_{i1} 、 t_{o1} 分别为动盘内、外侧齿廓直母线上任意一 点到顶点 K_1 的距离与线段 C_1K_1 、 C_2K_1 长度的比值.

同理,点 D_1 、 D_2 为刀轴轨迹点 L_2 的内、外侧等距点,由式(2)可得到二者的坐标为

$$\begin{pmatrix} x_{b_1} \\ y_{b_1} \\ z_{b_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab\cos\theta/J - r\cos\beta N/\sqrt{M^2 + N^2} \\ ab\sin\theta/J + r\cos\beta M/\sqrt{M^2 + N^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$
(8)
$$\begin{pmatrix} x_{b_2} \\ y_{b_2} \\ z_{b_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab\cos\theta/J + r\cos\beta N/\sqrt{M^2 + N^2} \\ ab\sin\theta/J - r\cos\beta M/\sqrt{M^2 + N^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$
(9)

式中:

$$J = \sqrt{b^2 \cos^2(i-1)\theta + a^2 \sin^2(i-1)\theta}$$
$$M = -ab \frac{J^2 \sin \theta + 0.5P \cos \theta}{J^3}$$
$$N = ab \frac{J^2 \cos \theta - 0.5P \sin \theta}{J^3}$$
$$P = (i-1)(a^2 - b^2) \sin 2(i-1)\theta$$

根据图 2 所示几何关系,在定盘连体坐标系 O-xyz中 K₂点的坐标为

$$\begin{pmatrix} x_{\kappa_2} \\ y_{\kappa_2} \\ z_{\kappa_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab\cos\theta/J \\ ab\sin\theta/J \\ -r\cos\beta\cot\beta \end{pmatrix}$$
(10)

从而,由点 D₁、K₂及 D₂、K₂的坐标可求得定盘 封闭槽内、外齿廓的方程为

$$\begin{cases} x_3 = \frac{ab}{J}\cos\theta - \left(r\cos\beta\frac{N}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right)t_{i2} \\ y_3 = \frac{ab}{J}\sin\theta + \left(r\cos\beta\frac{M}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right)t_{i2} \\ z_3 = r\cos\beta\cot\beta(t_{i2} - 1) \end{cases}$$
(11)

$$\begin{cases} x_4 = \frac{ab}{J}\cos\theta + \left(r\cos\beta\frac{N}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right)t_{o2} \\ y_4 = \frac{ab}{J}\sin\theta - \left(r\cos\beta\frac{M}{\sqrt{M^2 + N^2}}\right)t_{o2} \\ z_4 = r\cos\beta\cot\beta(t_{o2} - 1) \end{cases}$$
(12)

式中 t_{i_2} 、 t_{o_2} 分别为定盘内、外侧齿廓直母线上任意一 点到顶点 K_2 的距离与线段 D_1K_2 、 D_2K_2 长度的比值.

3 定盘齿廓的干涉分析

3.1 齿廓截线的曲率半径

若取一系列垂直于 z 轴的截平面与定盘封闭槽 齿廓相截,可得到一组相互平行的齿廓截曲线,这些 截曲线以定盘封闭槽刀轴轨迹为基准,偏置距各不 相同.因此,以刀轴轨迹的曲率半径为参考,通过加、减不同偏置距的方法可得到定盘封闭槽内、外侧齿廓截曲线的曲率半径.由微分几何可知,二维曲线的曲率公式为

$$\kappa = \frac{x'y'' - y'x''}{\left[(x')^2 + (y')^2\right]^{3/2}}$$
(13)

根据式(2)(13)可得到定盘封闭槽齿廓刀轴轨 迹的曲率及曲率半径(x-y平面内)计算式为

$$\kappa = \frac{2Q^{3/2} \left[4Q(S\cos\theta - T\sin\theta) - U^2 \right]}{ab \left(4Q^2 + U^2 \right)^{3/2}} \quad (14)$$

$$\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{ab (4Q^2 + U^2)^{3/2}}{2Q^{3/2} [4Q(S\cos\theta - T\sin\theta) - U^2]}$$
(15)

式中:

$$U = (i-1)(a^{2} - b^{2})\sin 2(i-1)\theta$$

 $W_{1} = 0.5(i-1)(a^{2} - b^{2})\sin 2(i-1)\theta$
 $W_{2} = (a^{2} - b^{2})[(i-1)^{2}\cos 2(i-1)\theta + \sin^{2}(i-1)\theta]$
 $S = W_{1}\sin \theta + W_{2}\cos \theta + b^{2}\cos \theta$
 $T = W_{1}\cos \theta - W_{2}\sin \theta - b^{2}\sin \theta$
 $Q = a^{2}\sin^{2}(i-1)\theta + b^{2}\cos^{2}(i-1)\theta$
进一步可求得 $t_{i_{2}}, t_{o2}$ 为任意值时,定盘封闭槽

内、外侧齿廓截曲线的曲率半径分别为

$$\rho_{i} = \left| \frac{ab \left(4Q^{2} + U^{2} \right)^{3/2}}{2Q^{3/2} \left[4Q \left(S\cos \theta - T\sin \theta \right) - U^{2} \right]} \right| \pm t_{i2} r \cos \beta$$
(16)

$$\rho_{o} = \left| \frac{ab \left(4Q^{2} + U^{2} \right)^{3/2}}{2Q^{3/2} \left[4Q(S\cos\theta - T\sin\theta) - U^{2} \right]} \right| \pm t_{o2} r\cos\beta$$
(17)

式中"±"号的选取与刀轴轨迹的凸凹性有关,取 "+"时,内侧齿廓的刀轴轨迹为凸,外侧齿廓的刀 轴轨迹为凹;取"-"时,内侧齿轮的刀轴轨迹为凹, 外侧齿廓的刀轴轨迹为凸.

3.2 齿廓的主曲率半径

由表1可知,定盘封闭槽齿廓可视为锥形铣刀 加工时扫掠体的包络面,因此其内、外侧齿廓上任意 一点处最小法曲率 κ_{min} 对应的主方向 τ_{min} 为齿廓的 直母线方向,最大法曲率 κ_{max} 对应的主方向 τ_{max} 与 τ_{min} 垂直.同时,由梅尼埃定理^[16]可知,封闭槽齿廓 的最小法曲率 $\kappa_{min} = 0$,最大法曲率 κ_{max} 与过该点的 齿廓截线曲率 κ_i, κ_o 关系为

$$\kappa_{\max} = \kappa_i / \cos \beta, \ \kappa_{\max} = \kappa_o / \cos \beta \qquad (18)$$

进而根据式(16)~(18)可得到定盘封闭槽内、 外侧齿廓的主曲率半径分别为

$$\begin{cases} \rho_{\text{imax}} = \infty \\ \rho_{\text{imin}} = \left| \frac{ab \left(4Q^2 + U^2 \right)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} \left[4Q \left(S \cos \theta - T \sin \theta \right) - U^2 \right]} \right| \pm t_{12} r \cos^2 \beta \end{cases}$$
(19)

$$\begin{cases} \rho_{\text{omax}} = \infty \\ \rho_{\text{omin}} = \left| \frac{ab (4Q^2 + U^2)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} [4Q(S\cos \theta - T\sin \theta) - U^2]} \right| \pm t_{o2} r \cos^2 \beta \end{cases}$$
(20)

3.3 齿廓的无干涉条件

为保证钢球传动的平稳,应避免定盘封闭槽内、 外侧齿廓出现干涉现象,要求齿廓在各点处的最小 主曲率半径不小于零,即

$$\rho_{\min} = \left| \frac{ab (4Q^2 + U^2)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} [4Q(S\cos \theta - T\sin \theta) - U^2]} \right| \pm t_{i2} r \cos^2 \beta \ge 0$$
(21)

$$\rho_{\text{omin}} = \left| \frac{ab \left(4Q^2 + U^2 \right)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} \left[4Q \left(S\cos \theta - T\sin \theta \right) - U^2 \right]} \right| \pm t_{a2} r \cos^2 \beta \ge 0$$
(22)

当给定取值域 $t_{i2} \in [t_{i2min} \quad t_{i2max}]$ 和 $t_{o2} \in [t_{o2min} \quad t_{o2max}]$ 时,参数 $t_{i2} \setminus t_{o2}$ 取上限值,封闭槽内、外侧齿 廓在凸齿廓顶点处可得到最小主曲率半径的最小 值,因此无齿廓干涉需要满足的设计条件为

$$\rho_{\min} = \left| \frac{ab (4Q^2 + U^2)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} [4Q(S\cos \theta - T\sin \theta) - U^2]} \right| - t \cos^2 \beta \ge 0$$
(23)

$$\rho_{\text{omin}} = \left| \frac{ab (4Q^2 + U^2)^{3/2} \cos \beta}{2Q^{3/2} [4Q(S\cos \theta - T\sin \theta) - U^2]} \right| - t_{o_2 \max} r \cos^2 \beta \ge 0$$
(24)

4 齿廓干涉分析示例

参考表 2 的参数取值,同时设定铣刀半锥角 β = 45°,可求得定盘封闭槽内、外侧齿廓的最小主曲 率半径分别为 ρ_{imin} = 0.85 mm 及 ρ_{omin} = 1.77 mm. 当 参数 $t_{i2}(t_{o2})$ 取值 0.2、1.0(啮合线)和1.4 时,齿廓 截线的曲率分布如图 5、6 所示.由图示可知,截曲 线的最大曲率在随着参数 $t_{i2}(t_{o2})$ 的增大而逐渐增 大.动、定盘封闭槽齿廓及齿廓在 $\theta \in [0^{\circ} 60^{\circ}]$ 区 间内的局部截图如图 7、8 所示,定盘封闭槽内、外侧 齿廓均未发生齿廓干涉现象.

表 2 参数组合 Table 2 Parameters

	名称	参数值	名称	参数值
	传动比 i	16	长半轴长度 a/mm	120
	钢球半径 r/mm	6	短半轴长度 b/mm	116
	参数	0. 2	参数 t _{o1} 、t _{o2}	1.4

其余参数不变,仅将表2中钢球半径取值改为r=



图 5 定盘封闭槽内齿廓截线曲率分布

Fig. 5 Curvature distribution about the inside cut line of the closed grooves on the fixed disc



图 6 定盘封闭槽外齿廓截线曲率分布







10 mm 和 r = 17 mm, 定盘封闭槽内、外侧齿廓在参数 $t_{12}(t_{o2})$ 取 0.2、1.0、1.4 时的齿廓截线如图 9、10 所示.综合图示可知,齿廓干涉的程度随着参数 t_{12} $(t_{o2})值的增大而增加,只要在参数 <math>t_{12}$ 和 t_{o2} 取上限值 时的凸齿廓顶点处不发生干涉现象,则整个定盘封 闭槽将不会发生齿廓干涉现象.



图 9 钢球半径 r = 10 mm 的定盘封闭槽内、外齿廓截线 Fig. 9 Inside and outside cut line of the closed grooves

on the fixed disc when r = 10 mm



图 10 钢球半径 r = 17 mm 的定盘封闭槽内、外齿廓截线 Fig. 10 Inside and outside cut line of the closed grooves on the fixed disc when r = 17 mm

647

5 结论

 1)提出一种具有受力自平衡特点的二齿差钢 球活齿传动装置,基于转速变换和包络原理建立了 动、定盘封闭槽的齿廓方程.

2)推导了定盘封闭槽内、外侧齿廓的主曲率半径公式,通过分析干涉现象与发生规律给出避免定盘封闭槽发生齿廓干涉需要满足的设计条件.

3)基于本文给出的相关公式与分析结果,可进行二齿差钢球活齿传动装置的齿廓分析与设计,并完成动盘及定盘封闭槽齿廓的数控加工.

参考文献:

- QU Ji-fang, AN Zi-jun. Research on zero clearance cycloid ball transmission [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1994, 7(1): 17-23.
- [2] TERADA Hidetsugu, MAKINO Hiroshi, IMASE Kenji.
 Fundamental analysis of cycloid ball reducer motion principle[J]. JSPE, 1988, 54(11): 2101-2106.
- [3] TERADA Hidetsugu, MAKINO Hiroshi, IMASE Kenji.
 Fundamental analysis of cycloid ball reducer radius of curvature and pressure angle [J]. JSPE, 1990, 56(4); 751-756.
- [4] TERADA Hidetsugu, MAKINO Hiroshi, IMASE Kenji.
 Fundamental analysis of cycloid ball reducer strength design [J]. JSPE, 1995, 61(12): 1075-1079.
- [5] TERADA Hidetsugu, MAKINO Hiroshi, IMASE Kenji. Fundamental analysis of cycloid ball reducer — efficiency analysis and development of the Oldham's type output mechanism[J]. JSPE, 1997, 63(6): 834-838.
- [6] TERADA Hidetsugu, MAKINO Hiroshi, IMASE Kenji. Fundamental analysis of cycloid ball reducer—development of a two stage type reduction mechanism[J]. JSPE, 2009, 75(12): 1418-1422.
- [7] 安子军,曲志刚. 摆线钢球传动啮合副间隙及其调整 机构[J]. 机械设计, 1996, 12: 33-34.
 AN Zi-jun, QU Zhi-gang. The clearance of engagement pairs and its adjustment mechanism of the cycloidal ball drive [J]. Machine Design, 1996, 12: 33-34. (in

Chinese)

- [8] 安子军, 宜亚丽. 精密钢球等速输出机构的力学性能研究[J]. 机械传动, 2000, 24(4): 1-3.
 AN Zi-jun, YI Ya-li. Research on mechanical property of equi-speed output mechanism for precision steel ball transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2000, 24(4): 1-3. (in Chinese)
- [9] 安子军,胡瑞雪. 摆线钢球行星传动齿廓误差的参数 分析[J]. 机械传动, 2007, 31(2): 63-66.
 AN Zi-jun, HU Rui-xue. The parameter analysis on tooth profile error of the cycloidal steel ball planetary transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2007, 31(2): 63-66. (in Chinese)
- [10] AN Zi-jun, YI Ya-li. Force analysis and stress calculation of non-clearance cycloid ball transmissions
 [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Takamatsu: IEEE Computer Society, 2008: 1089-1093.
- [11] 曲继方,安子军. 平面正弦钢球传动[J]. 机械传动, 1993,17(4):45-49.
 QU Ji-fang, AN Zi-jun. Plane sinusoidal steel ball transmission [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1993,17(4):45-49. (in Chinese)
- [12] FRANK A Folino, WESTON Mass. Speed converter with zero backlash: US, 5514045[P]. 1996-05-07.
- [13] TOSHIHIRO Hosokawa Takatsuki, HITOSHI Ohara. Ball-type speed reducer: US, 5286236[P]. 1994-02-15.
- [14] 李剑锋,何爱颖,苏健.二齿差平面钢球传动装置: 中国,101709767[P]. 2010-05-19.
- [15] 董新蕊,李剑锋,王新华,等.凸轮激波复式活齿传动的结构及齿形分析[J].中国机械工程,2006,17 (16):1661-1665.
 DONG Xin-rui, LI Jian-feng, WANG Xin-hua, et al. Structural and tooth profile analysis for the movable rolling

tooth transmission with cam actuating [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2006, 17(16): 1661-1665. (in Chinese)

[16] 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 东营:石油 大学出版社, 1999: 37-40.

(责任编辑 杨开英)