

基于 MATLAB/Simulink 的振动主动控制系统仿真

曾 威¹, 刘亚平², 侯锁霞³, 叶红玲⁴

(1. 中国北车集团北京二七机车厂, 北京 100072; 2. 河北承德钢铁有限公司, 河北 承德 067002;
3. 河北理工大学 机械工程学院, 河北 唐山 063009; 4. 北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022)

摘 要: 针对干扰力作用下的隔振系统, 在振动控制过程中, 根据检测到的振动信号, 用 Simulink 软件包对隔振系统建立数学模型并进行系统性能仿真。对其仿真结果在时域和频域方面进行了分析, 然后应用一定的控制策略经过实时计算, 通过驱动作动器对控制目标施加一定的影响, 达到抑制或消除振动的目的。经过分析比较, 验证了最优控制的正确性及有效性。借助于 MATLAB 的控制箱及其有关命令, 使设计与仿真的过程变得十分简单。

关键词: 最优控制; 线性二次型调节器; 计算机仿真

中图分类号: TP 391.9

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2006)增刊-0102-05

柔性基础与数控车床隔振系统设计需要考虑的振动频率范围为 0~100 Hz, 这就要求设计的隔振系统不仅对中高频扰力具有良好的隔振效果, 而且对低频和超低频扰力也能进行有效地隔离。然而, 由于被动隔振装置的固有频率不能无限地降低, 采用传统的被动隔振技术很难有效地隔离超低频振动信号, 特别是无法隔离由试验仪器、气流等产生的直接干扰, 因此, 多采用被动隔振与主动隔振相结合的混合隔振技术^[1]。作者主要通过仿真研究振动主动控制对系统的影响。振动主动控制是指在振动控制过程中, 根据检测到的振动信号, 应用一定的控制策略经过实时计算, 通过驱动作动器对控制目标施加一定的影响, 达到抑制或消除振动的目的。

1 线性二次型调节器

线性二次型最优控制设计方法是 20 世纪 60 年代发展起来的一种应用较多的最优控制系统设计方法^[2-3]。线性二次型调节器(linear quadratic regulator, 简称 LQR)表示系统受到外扰, 偏离零状态后(即到达某一初态), 施加怎样的控制, 在不消耗过多能量的前提下, 维持系统的输出矢量接近其平衡位置, 并满足二次型目标函数最小。

设给定线性时变系统的状态方程为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)\end{aligned}\quad (1)$$

式中, $\mathbf{x}(t)$ 为 $n \times m$ 维状态向量; $\mathbf{u}(t)$ 为 $r \times m$ 维控制向量; $\mathbf{y}(t)$ 为 $m \times m$ 维输出向量; $\mathbf{A}(t)$ 为 $n \times n$ 维状态矩阵; $\mathbf{B}(t)$ 为 $n \times r$ 维控制矩阵; $\mathbf{C}(t)$ 为 $m \times n$ 维输出矩阵。性能泛函为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}(t) \mathbf{u}] dt + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{x}(t_f)$$

式中, $\mathbf{u}(t)$ 为任意取值; $\mathbf{R}(t)$ 为 $r \times r$ 维正定对称矩阵; $\mathbf{Q}(t)$ 为 $n \times n$ 维半正定加权矩阵; $\mathbf{S}$ 为 $n \times n$ 维半正定加权矩阵。

要求在系统方程约束下, 寻求最优控制 $\mathbf{U}^*(t)$, 使 J 取极值。根据极小值原理, 引入 n 维协态矢量

收稿日期: 2006-05-10。

作者简介: 曾 威(1973-), 女, 辽宁辽阳人, 工程师。

$\lambda(t)$, 构造 Hamilton 函数

$$H[x, u, \lambda] = \frac{1}{2} [x^T Q(t)x + u^T R(t)u] + \lambda^T [A(t)x + B(t)u] \quad (2)$$

因 u 不受限制, 对 Hamilton 函数求导, 令其值为 0, 即 $\partial H / \partial u = R(t)u + B^T(t)\lambda = 0$, 求解出最优控制信号

$$U^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)\lambda(t)$$

$\lambda(t)$ 矩阵可由式 $\lambda(t) = P(t)x(t)$ 求出, 于是最优控制函数改写为

$$U^*(t) = -R^{-1}(t)B^T(t)P(t)x(t) \quad (3)$$

其中, $P(t)$ 为 $n \times n$ 维的实对称正定矩阵, 可由 Riccati 方程求解

$$\dot{P}(t) = -P(t)A(t) - A^T(t)P(t) + P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) - Q(t) \quad (4)$$

Riccati 方程是一个非线性矩阵微分方程, 通常不能直接求得解析解, 需要用计算机进行离线计算. 在稳态的情况下, 终端时刻 t_f 趋向无穷, $P(t)$ 将趋于某常数矩阵, 使得 $\dot{P}(t) = 0$, 最优反馈时变系统随之转化为定常系统, 则式(4)简化为

$$-P(t)A(t) - A^T(t)P(t) + P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) - Q(t) = 0 \quad (5)$$

式(5)为代数 Riccati 方程, 只涉及矩阵运算, 求解比较简单.

线性二次调节器 LQR 的设计过程是一个构造状态观测器, 按照控制输入阈值和结构响应水平要求确定最优状态反馈矩阵 K 的过程. 在满足系统稳定性和可实现性的前提下, 改变评价函数中结构响应和控制力的加权矩阵 Q 和 R , 直到达到工程要求^[4].

线性二次型最优控制系统原理如图 1 所示.

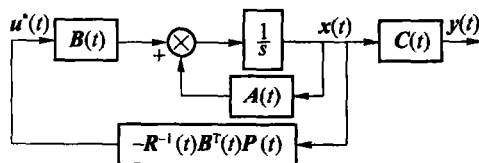


图 1 线性二次型最优控制系统原理图

Fig. 1 Schematic diagram of linear quadratic optimal control system

2 系统仿真分析

2.1 数学模型

针对一个实际的系统, 建立其数学模型, 并将其转化为被控对象的状态方程, 即

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) + Hw(t) \\ y &= Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $w(t)$ 为随机噪声干扰输入; $v(t)$ 为随机量测噪声. $w(t)$ 和 $v(t)$ 噪声过程均平稳且互不相关, 即有

$$E\{w(t)\} = 0, t \geq t_0$$

$$E\{v(t)\} = 0, t \geq t_0$$

$$E\{w(t)w^T(\tau)\} = Q_0\delta(t, \tau)$$

式中, 对任意 $t, \tau \geq t_0$; Q_0 为常数矩阵(即模型噪声的协方差矩阵), 则有

$$E\{v(t)v^T(\tau)\} = R_0\delta(t, \tau)$$

式中, R_0 为常数矩阵(即量测噪声的协方差矩阵), 则有

$$E\{w(t)v^T(\tau)\} = 0$$

2.2 控制系统设计

系统受到干扰力的影响, 状态变量的信息不能通过仪器直接测量得到, 需要设计状态观测器进行估计^[5]. 对于带有系统噪声与量测噪声的实际系统, 必须通过适当的结构, 抑制或滤掉噪声对系统的干扰及影响, 对系统的状态作出充分精确的估计. 在系统完全可观的状态下, 状态估计 $\hat{x}(t)$ 可通过 Kalman 滤波得到, 即有

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G(y(t) - C\hat{x}(t)) = (A - GC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Gy(t) \quad (7)$$

式中, G 为估计状态增益, $G = P_0 C^T Q_0^{-1}$. 其中 P_0 满足

$$AP_0 + P_0 A^T + HQ_0 H^T - P_0 C^T R_0^{-1} C P_0 = 0 \quad (8)$$

根据分离定理, 随机最优控制律为

$$u(t) - R^{-1} B^T P \hat{x}(t) = -K \hat{x}(t) \quad (9)$$

式中, K 为最优状态反馈矩阵; 正定矩阵 P 是

$$-PA - A^T P + PBR^{-1} B^T P - Q = 0 \quad (10)$$

的稳态解.

获得 $\hat{x}(t)$ 和 K 后, 就可以用滤波估计和最优控制的串联形式构成反馈回路进行控制, 得出最优控制律.

给定 Q 、 R 的不同参数值, 通过大量仿真比较, 得到

$$K = [-30.8817 \quad 4.1519 \quad -31.6047 \quad 0.0320]$$

$$G = [9.4209 \quad 0.1088 \quad -5.6230 \quad 1.0767]^T$$

2.3 隔振系统性能仿真

用 Simulink 软件包对隔振系统进行了建模、仿真和分析. 图 2 为使用 MATLAB 下的 Simulink 模块建立的仿真模型^[6-7]. 输入信号通过最优控制系统产生输出, 输出信号经过低通滤波器滤出高频成分, 再经过采样和快速傅立叶变换得到振动系统在信号激励下的幅频响应特性.

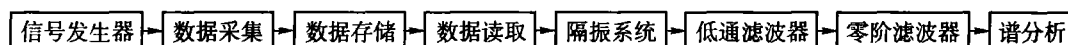


图 2 MATLAB 仿真模型

Fig. 2 Simulation model of MATLAB

2.3.1 隔振系统 Simulink 仿真模型

仿真模型由信号发生器模块(signal generator)产生输入信号, 输出采用 Scope 模块, 用于显示振动幅度随时间的变化曲线.

2.3.2 仿真结果分析

仿真结果分析有时域分析和频域分析 2 种. 一般在理论上是通过量化和采样过程进行傅立叶变换分析信号频谱的. 仿真分析结果可形象直观地给出经过量化和采样后的信号频谱分布, 并同输入信号进行比较, 实现对系统的优化设计. 在 MATLAB 环境中对正态随机信号(见图 3)进行了大量的计算机仿真, 结果如图 4~5 所示. 对应不同的仿真图, 有不同的数据参数. 图 3: $Q = \text{diag}([100 \quad 1 \quad 100 \quad 1])$,

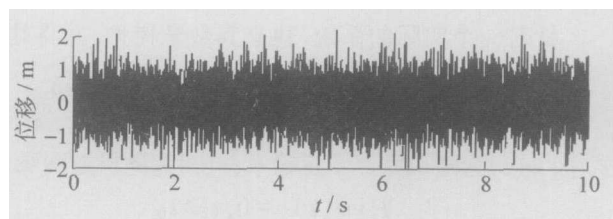


图 3 正态随机信号

Fig. 3 Random signal

$R = 0.1$, $K = [-30.8817 \quad 4.1519 \quad -31.6047 \quad 0.0320]$; 图 4(a): $Q = \text{diag}([10 \quad 1 \quad 10 \quad 1])$, $R = 0.1$, $K = [-9.2781 \quad 13.8996 \quad -9.9856 \quad 0.2143]$; 图 4(b): $Q = \text{diag}([1 \quad 1 \quad 1 \quad 1])$, $R = 0.1$, $K = [-2.5 \quad 33.069 \quad -3.1544 \quad 0.8044]$; 图 4(c): $Q = \text{diag}([100 \quad 1 \quad 100 \quad 1])$, $R = 10$, $K = [-2.5 \quad 0.0108 \quad -3.1376 \quad -0.0328]$; 图 4(d): $Q = \text{diag}([100 \quad 1 \quad 100 \quad 1])$, $R = 100$, $K = [-0.5 \quad 0.1115 \quad -0.9687 \quad -0.0272]$.

从仿真分析图中看到, 取加权阵 $Q = \text{diag}([100 \quad 1 \quad 100 \quad 1])$, $R = 0.1$ 时控制效果最佳, 状态反馈增益矩阵 $K = [-30.8817 \quad 4.1519 \quad -31.6047 \quad 0.0320]$, 仿真结果如图 4(a)所示. 对仿真图形进行分析比较, 可以看出加权阵 Q 对振动控制效果有非常明显的影响, 加大系统振动位移和振动速度的权值可有效控制系统的振动, 但系统调整速度减慢; 相反, 如果权值减小, 振动控制效果则下降. 减小 R 可使系统调整速度加快, 有利于提高控制效果, 但 R 的减小会使控制信号 $u(t)$ 明显增大, 这将受到控制能量的

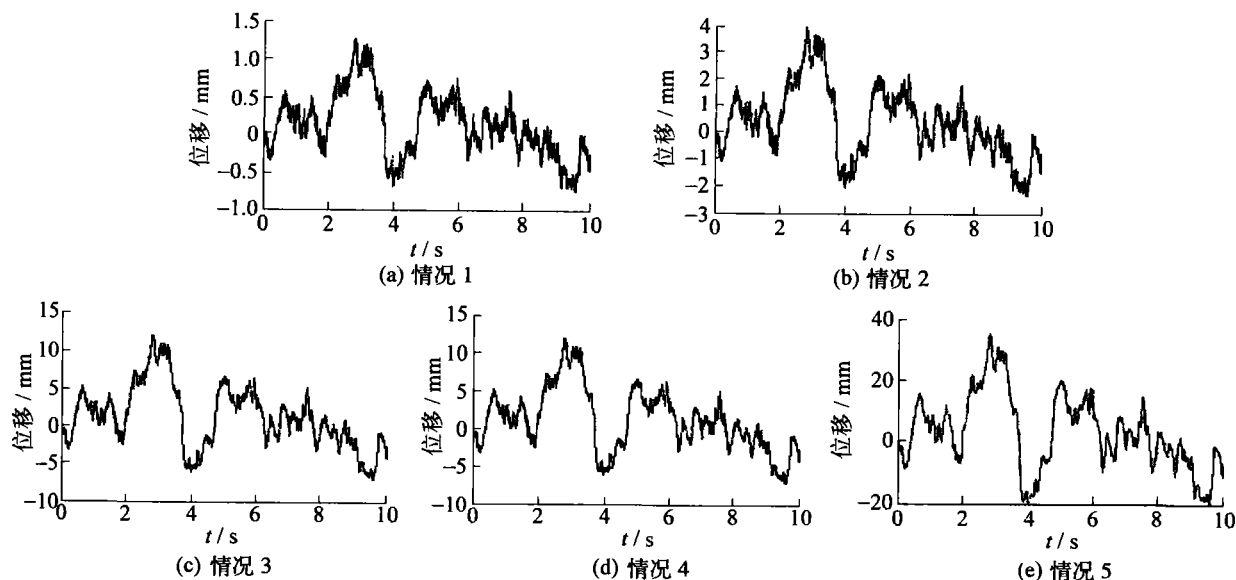


图 4 正态随机信号仿真图

Fig.4 Simulation diagram of random signal

限制;因此,合理选择加权阵 Q 和 R 对提高振动控制效果十分重要。

图 5 为系统在干扰力下的频率响应曲线。从图中可以看出:所设计的主动控制系统能在低、中频范围内有效地抑制干扰引起的振动,但对高频干扰,其控制效果在被动隔振的基础上几乎没有改善。

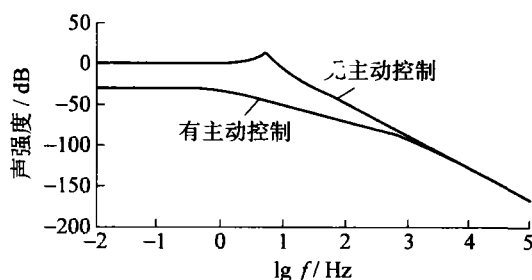


图 5 随机信号控制前后的频率响应

Fig.5 Bode diagram of pre-control and controlled random signal

3 结束语

此方法的优点是,可以改变整个系统包括振动系统模型的各个参数,经过 MATLAB 仿真,迅速得到系统的频谱分布曲线,并以此为基础分析各参数对振动主动控制系统隔振性能的影响,使设计人员可以用图形交互这种直观的方式,对线性二次型最优控制器进行优化设计。借助 MATLAB 的控制箱及其有关命令,不用编制十分复杂的程序,使设计与仿真的过程变得十分简单。

参考文献:

- [1] 张建卓,李旦,董申.超精密机床三自由度振动主动控制模型与仿真[J].航空精密制造技术,2002,38(6):4-7.
ZHANG Jian-zhuo, LI Dan, DONG-Shen. The model and simulation of 3-DOF active vibration control for ultraprecision machine tool[J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2002, 38(6): 4-7. (in Chinese)
- [2] 冯冬青,崔玮杨,秀红.线性最优控制系统加权矩阵的仿真研究[J].郑州工业大学学报,2000,21(1):11-14.
FENG Dong-qing, CUI Wei-yang, XIU Hong. Simulation research on the weighted matrix of the optimal linear system[J]. Journal of Zhengzhou University of Technology, 2000, 21(1): 11-14. (in Chinese)
- [3] 马长林,姚孟君,李锋.基于 MATLAB 的电液伺服系统最优调节器的设计与仿真[J].计算机仿真,2003,20(3):117-119.
MA Chang-lin, YAO Meng-jun, LI Feng. The design and simulation of optimal regulator of electro-hydraulic servo system based on MATLAB[J]. Computer Simulation, 2003, 20(3): 117-119. (in Chinese)
- [4] 孙玉国,尹玉川.机器-基础动力耦合系统最优控制器设计与性能仿真[J].噪声与振动控制,2003,24(3):24-27.
SUN Yu-guo, YIN Yu-chuan. Optimum controller design and simulation for rigid machine flexible foundation dynamic coupled system[J]. Noise and Vibration Control, 2003, 24(3): 24-27. (in Chinese)

- [5] 刘豹. 现代控制理论[M]. 第2版. 北京: 机械工业出版社, 2000.
[6] 黄忠霖. 控制系统 MATLAB 计算及仿真[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
[7] 姚峻, 马松辉. Simulink 建模与仿真[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2002.

Simulation of Active Vibration Control System on MATLAB/Simulink

ZENG Wei¹, LIU Ya-ping², HOU Suo-xia³, YE Hong-ling⁴

(1. Beijing Feb. 7th Locomotive Works China Northern Locomotive, Beijing 100072, China;
2. Hebei Chengde Steel Limited Company, Chengde 067002, Hebei, China; 3. College of Mechanical Engineering, Hebei Polytechnic University, Tangshan 063009, Hebei, China; 4. College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: Aiming at the isolation system under interference actions, during the vibration control process, according to the examined vibration signals, the software package of Simulink was used to establish a mathematics model to the isolation system and to carry out simulation to the functions of the system, and to analyze the simulation result in both time area and frequency area. Then, by applying a certain control strategy and real-time calculation, driving the displacement actuator to apply certain influence to the control target, to attain the objective of restraining or eliminating vibration. Through analysis and comparison, the accuracy and effectiveness of the optimum control was verified. With the help of the MATLAB of the control cabinet and its instructions, the design and imitation process became very simple.

Key words: optimal control; linear quadratic regulator; computer simulation

(上接第 91 页)

Numerical Simulation on Metal Structure Damage Under Explosion Load

YANG Zhi-guang^{1,2}, ZHANG Yue-bing¹, SUI Yun-kang¹, CHEN Min¹

(1. College of Mechanical Engineering and Applying Electronic Technique, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China; 2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: The metal structure damage under explosion of detonator is simulated by LS-DYNA. The material model applied is analyzed in detail. The difference between Euler and Lagrange algorithm is described. The influences of different meshing density on the precision of results are compared. In the plain strain problems, both two-dimensional and three-dimensional models are applicable, and their calculation results are compared. The comparison with the experimental results shows that the LS-DYNA can simulate the impact reaction of metal structure under explosion load effectively.

Key words: metal structure; explosion load; numerical simulation