基于 BP 神经网络的救援机械臂的逆运动学求解

李 杨,魏兆勇,高国华,赵韦东,陈 平 (北京工业大学材料与制造学部,北京 100124)

摘 要:针对灾害救援的复杂性、危险性,提出一种高负载自重比的救援机械臂构型,建立三维模型,通过Denavit-Hartenberg 方法对五自由度机械臂建立正逆运动学模型,利用 MATLAB 机器人工具箱构建救援机械臂的仿真模型, 验证运动学模型的正确性,采用 10 输入、5 输出、3 层的 BP 神经网络进行逆运动学解的预测,对用解析法得到的 4 组运动学逆解进行筛选,从而得到唯一的精确逆解,为后续机械臂的轨迹规划的实现奠定了基础.

关键词:救援机械臂;运动学分析;D-H参数法;解析法;BP神经网络;MATLAB
 中图分类号:TP 242
 文献标志码:A
 文章编号:0254-0037(2022)08-0805-07
 doi: 10.11936/bjutxb2021020007

Inverse Kinematics Solution of Rescue Robotic Arm Based on BP Neural Network

LI Yang, WEI Zhaoyong, GAO Guohua, ZHAO Weidong, CHEN Ping

(Faculty of Materials and Manufacturing, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: To solve the problem of the complexity and danger of natural disaster rescue, a rescue robotic arm with high load to weight ratio was proposed, and a three-dimensional model was established. The forward and inverse kinematics models of the multi-degree-of-freedom mechanical arm were established through the Denavit-Hartenberg method, and the simulation model of the rescue robotic arm was established by using the MATLAB robot toolbox to verify the correctness of the forward and inverse kinematics models. A 10-input, 5-output, 3-layer BP neural network was used to predict the inverse kinematics, and the 4 group kinematics inverse solution was screened to obtain the only accurate inverse solution, which lays a foundation for the realization of the subsequent trajectory planning of the robotic arm.

Key words: rescue robotic arm; kinematic analysis; D-H parameter method; analytic method; BP neural network; MATLAB

近来,全球的灾难频繁发生,人们的生命受到了 非常大的危害.而灾害现场的复杂性和危险性给救 援人员的工作带来了巨大的困难.随着科学和社会 的快速发展,国内外的科学家都开始研究救援机器 人.IRobot 公司生产的 Pack Bot 机器人采用履带轮 行走,可适应复杂的地形,采用连杆机械臂,可寻找 幸存者^[1],负载可达到13.6 kg. 八达重工公司设计 出一种采用多自由度的双臂机械臂,具有剪切等多 种功能,可提起8 t 的重物^[2]. 寇彦芸^[3]设计了七自 由度冗余机械臂,并采用液压驱动,考虑到救援的任

收稿日期: 2021-02-05; 修回日期: 2021-07-08

基金项目:北京区域创新方法推广应用与示范资助项目(2H001014201902)

作者简介: 李 杨(1962—), 女, 副教授, 主要从事计算机辅助设计及制造、机电液一体化设计研发方面的研究, E-mail: liyang@ bjut. edu. cn

务形式,采用双臂作业.

由于救援机械臂的自由度多,运动比较复杂,运 动学模型的建立是机械臂轨迹规划的基础,决定了 机械手的精度^[4],故需要对救援机械臂进行运动学 分析,不同的机械臂构型的逆运动学的解法也不相 同. 目前比较常用的运动学逆解的方法有解析法、 迭代法、几何法等传统方法和遗传算法、神经算法等 智能算法. 张震等^[5]提出了一种基于 PSO-RBF 神 经网络的机械臂逆运动学算法,能够很快得到精度 高的关节角度,为机械臂的控制提供了基础. 刘世 平等^[6]提出了建立 BP 神经网络模型来实现七自由 度机械臂逆运动学的求解,并且进行了轨迹跟踪试 验证明了模型的正确性. 蒋灿灿等^[7]利用旋量分析 方法进行了运动学分析,采用三次多项式轨迹规划 验证了方法的准确性. 传统的方法求解比较复杂而 且不能求出精确的唯一逆解,而智能算法往往不能 保证求解的精度.

本文设计了一种高负载自重比的救援机械臂, 通过底下移动履带车的行走实现对救援物资的搬运 工作.对救援机械臂正逆运动学方程进行推导,利 用机器人工具箱仿真验证运动学模型的正确性,运 用 BP 神经网络和解析法相结合的方式来求取逆 解.通过 BP 神经网络预测到的运动学结果来筛选 解析法求出来的4 组逆解,进而可以得出唯一的精 确解,为进一步的轨迹规划研究奠定了基础.

1 救援机械臂的总体方案

运用三维画图软件 SolidWorks 进行机械臂模型的建立,五自由度机械臂可以使末端执行器实现空间任意的位姿变换,机械臂的运动包括腰关节的旋转、臂1关节及臂2关节的俯仰、臂3关节的旋转和俯仰5个自由度.救援机械臂的整体模型如图1所示.机械臂具有轻载和重载2种工作模式,通过结构的锁定和驱动的转换,实现轻载和重载模式的切换^[8].

2 救援机械臂的运动学分析

2.1 救援机械臂的正运动学分析

2.1.1 坐标系与参数的确立

Denavit-Hartenberg(D-H)参数法是 Denavit 和 Hartenberg 提出的,可以描述关节的变换,适合于连 杆和关节的建模,通用性比较强^[9].本文在每个关 节处建立坐标系如图2所示.

通过 D-H 法则建立机械臂的连杆坐标系来对









救援机械臂连杆关系及参数进行描述. 从坐标系 $x_n - y_n - z_n$ 到坐标 $x_{n-1} - y_{n-1} - z_{n-1}$ 的变换矩阵 $\mathfrak{H}^{[10]}$

$$A_{n+1} = \operatorname{Rot}(z, \theta_{n+1}) \times \operatorname{Trans}(0, 0, d_{n+1}) \times \operatorname{Trans}(a_{n+1}, 0, 0) \times \operatorname{Rot}(x, \alpha_{n+1}) = \begin{bmatrix} c\theta_{n+1} & -s\theta_{n+1}c\alpha_{n+1} & s\theta_{n+1}s\alpha_{n+1} & a_{n+1}c\theta_{n+1} \\ s\theta_{n+1} & c\theta_{n+1}c\alpha_{n+1} & -c\theta_{n+1}s\alpha_{n+1} & a_{n+1}s\theta_{n+1} \\ 0 & s\alpha_{n+1} & c\alpha_{n+1} & d_{n+1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(1)

2.1.2 机械臂 D-H 参数模型

在 D-H 关节坐标系基础上,建立 D-H 参数表, 如表 1 所示.

	表1	救援机械臂 D-H 参数表
Table 1	D-H pa	arameter table of rescue robotic arm

	1			
关节	$ heta_i$	α_i	d_{i}	a_i
1	$ heta_1$	$\pi/2$	d_1	a_1
2	θ_2	0	0	a_2
3	θ_{3}	0	0	a_3
4	$\theta_4 + \pi/2$	$\pi/2$	0	0
5	$ heta_5$	0	d_5	0

2.1.3 救援机械臂正运动学建模

机械臂正运动学是指已知各关节的角度,求末 端执行器相对于基坐标系的位姿.由式(1)可得机 械臂末端坐标系相对于基坐标系的变换矩阵[11]. 正运动学公式为

$$T = A_{1}A_{2}A_{3}A_{4}A_{5} = \begin{bmatrix} n_{x} & o_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & o_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & o_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2)
$$n_{x} = s_{1}s_{5} - s_{234}c_{1}c_{5}$$
$$n_{y} = -c_{1}c_{5} - s_{234}c_{5}s_{1}$$
$$n_{z} = c_{234}c_{5}$$
$$o_{x} = c_{5}s_{1} + s_{234}c_{1}s_{5}$$
$$o_{z} = -c_{234}s_{5}$$
$$a_{x} = c_{234}s_{1}$$
$$a_{z} = s_{234}$$
$$p_{x} = c_{1}(a_{1} + a_{3}c_{23} + a_{2}c_{2} + d_{5}c_{234})$$
$$p_{y} = s_{1}(a_{1} + a_{3}c_{23} + a_{2}c_{2} + d_{5}c_{234})$$
$$p_{z} = d_{1} + a_{3}s_{23} + a_{2}s_{2} + d_{5}s_{234}$$

式中: s_i 表示 sin θ_i ; c_i 表示 cos θ_i .

根据救援机械臂的工作范围的设计指标,本文 中的参数设置为 $a_1 = -65 \text{ mm}, d_1 = 122 \text{ mm}, a_2 =$ 664 mm, a3 = 300 mm, d5 = 500 mm. 将5 个关节角的 角度

$$\theta_1 = \frac{\pi}{3}, \theta_2 = \frac{\pi}{6}, \theta_3 = -\frac{\pi}{3}, \theta_4 = -\frac{7\pi}{18}, \theta_5 = \frac{\pi}{3}$$

带入得

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0.996\ 2 & 0.006\ 6 & -0.086\ 8 & 341.512\ 2 \\ -0.006\ 6 & -0.988\ 6 & -0.150\ 4 & 591.516\ 5 \\ -0.086\ 8 & 0.150\ 4 & -0.984\ 8 & -188.403\ 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 救援机械臂的逆运动学分析

逆运动学求解是根据给定的机械臂末端的姿态 和位置,求得所有关节的转动角度^[12].求解过程 如下:

求解 θ₁

$$\boldsymbol{A}_{2}\boldsymbol{A}_{3}\boldsymbol{A}_{4}\boldsymbol{A}_{5} = \boldsymbol{A}_{1}^{-1} \begin{bmatrix} n_{x} & o_{x} & a_{x} & p_{x} \\ n_{y} & o_{y} & a_{y} & p_{y} \\ n_{z} & o_{z} & a_{z} & p_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3)

化解,可以得到等式左边为

$\left[n \right]$	$c_x c_1 + n_y s_1$	$o_x c_1 + o_y s_1$	$a_x c_1$	$+a_{y}s_{1}$	$p_x c_1 - a_1 + p_y s$	1		
	n_z	O_z		a_z	$p_z - d_1$			
$ n_j $	$s_x s_1 - n_y c_1$	$o_x s_1 - o_y c_1$	$a_x s_1$	$-a_y c_1$	$p_x s_1 - p_y c_1$			
L	0	0		0	1			
等ī	式右边为							
	$-s_{234}c_5$	s ₂₃₄ s ₅	c_{234}	<i>a</i> ₃ <i>c</i> ₂₃ +	$a_2c_2 + d_5c_{234}$			
	$c_{234}c_{5}$	$-c_{234}s_5$	s_{234}	$a_3s_{23} +$	$a_2s_2 + d_5s_{234}$			
	\$ ₅	c_5	0		0			
	0	0	0		1			
通ì	过式(3)的)(3,3)元素	素得					
		$a_x s_1$	$-a_y c$	$_{1} = 0$				
可角	解得							
$\theta_1 = \operatorname{atan2}(a_{\gamma}, a_{x}), \ \theta_1 = \operatorname{atan2}(-a_{\gamma}, -a_{x})$								
 求解 θ₅ 								
	通过式(3)的(3,1)和(3,2)元素得							

可解得

$$\theta_{5} = \operatorname{atan2}(n_{x}s_{1} - n_{y}c_{1}, o_{x}s_{1} - o_{y}c_{1})$$
3) 求解 θ_{234}
通过式(3)的(1,3)和(2,3)元素得
$$a_{x}c_{1} + a_{y}s_{1} = c_{234}$$

$$a = s_{234}$$
(5)

 $n_x s_1 - n_y c_1 = s_5$

 $o_x s_1 - o_y c_1 = c_5$

可解得

所以

$$\frac{(p_x c_1 - a_1 + p_y s_1 - c_{234} d_5)^2 + (p_z - d_1 - d_5 s_{234})^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}$$

$$s_3 = \pm \sqrt{1 - c_3^2}$$
Fif (2)

$$\theta_3 = \operatorname{atan2}(s_3, c_3)$$

5) 求解 θ_2
参考式(6),得

(4)

$$p_{x}c_{1} - a_{1} + p_{y}s_{1} = a_{3}(c_{2}c_{3}, s_{2}s_{3}) + a_{2}c_{2} + d_{5}c_{234}$$
$$p_{z} - d_{1} = a_{3}(s_{2}c_{3} + c_{2}s_{3}) + a_{2}s_{2} + d_{5}s_{234}$$

所以

$$s_{2} = \frac{(c_{3}a_{3} + a_{2})(p_{z} - d_{1} - d_{5}s_{234}) - s_{3}a_{3}(p_{x}c_{1} - a_{1} + p_{y}s_{1} - d_{5}c_{234})}{(c_{3}a_{3} + a_{2})^{2} + a_{3}^{2}s_{3}^{2}}$$

$$c_{2} = \frac{(c_{3}a_{3} + a_{2})(p_{x}c_{1} - a_{1} + p_{y}s_{1} - d_{5}c_{234}) + s_{3}a_{3}(p_{z} - d_{1} - d_{5}s_{234})}{(c_{3}a_{3} + a_{2})^{2} + a_{3}^{2}s_{3}^{2}}$$

可解得

 $\theta_2 = \operatorname{atan2}(s_2, c_2)$ 6) 求解 θ_4

 $\theta_4 = \theta_{234} - \theta_2 - \theta_3$

2.3 运动学建模的仿真分析

2.3.1 正运动学模型的仿真分析

利用 MATLAB 机器人工具箱中的 Link 函数来 建立机械臂的仿真对象^[13],得到仿真模型如图 3 所示.



图 3 机械臂仿真模型



得到结果

	0.9962	0.0066	-0.0868	341.5
ans =	-0.0066	-0.9886	-0.1504	591.5
	-0.0868	0.1504	-0.9848	- 188. 4
	0	0	0	1

可以看出,用 MATLAB 仿真的结果与正运动学 方程推导的结果一致,故建立的模型是正确的. 2.3.2 逆运动学模型的验证

给定一个位姿 x、y、z、R、P、Y,应用逆运动学理 论可以得到位姿所对应的 5 个关节角. 将得到的关 节角度输入到救援机械臂的正运动学模型中,与给 定的位姿进行比较,便可以验证逆运动学模型的正 确性^[14]. 给定位姿 341.51、591.52、- 188.40、 -0.378、-4.981、171.318. 通过计算,得到表 2.

通过对比初始位姿 x、y、z、R、P、Y 和表 2 右侧 4

组逆解对应的位姿 x'、y'、z'、R'、P'、Y'可以得出,机 械臂逆运动学模型是准确的.

表 2 逆运动学验证

 Table 2
 Verification of inverse kinematics

4 组逆解关节角	对应位姿
$\theta_1 1 \mathbf{\theta}_2 1 \theta_3 1 \theta_4 1 \theta_5 / (^\circ)$	$x' \ y' \ z' \ R' \ Y'$
60 20 60 70 60	341. 51 , 591. 52 , - 188. 40 ,
00,30, -00,70,00	-0.378, -4.981,171.318
60 5 60 155 60	341. 12 591. 52 - 188. 40
00, -5, 00, -155,00	-0.378, -4.981,171.318
120 141 00 40 120	341. 42 591. 35 - 185. 06
- 120,141,90,49, - 120	-0.378, -4.981,171.318
- 120 - 170 - 90	341. 87 592. 14 - 188. 54
- 180 \ - 120	-0.378, -4.981, 171.318

2.4 基于 BP 神经网络的运动学逆解

BP 神经网络是一种按误差逆传播算法训练的 多层前馈网络. BP 神经网络由信息的正向传播和 误差的反向传播 2 个过程组成. BP 神经网络系统 拓扑结构包括输入层、隐含层和输出层. 同一层神 经不存在相互连接,隐含层可以有 1 层或者多层, BP 算法流程图如图 4 所示^[15].

2.4.1 BP 网络模型的设计

1) 输入输出层的设计

输入层节点数一般等于要训练的样本维度数 目,输出层节点数根据输出结果的空间维数确 定^[16].

本文中取输入层节点数为 10,分别为 nx、ny、 nz、ox、oy、ax、ay、px、py、pz,输出节点数为 5,为 5 个 关节角.

2) 隐含层的设计

Robert Hecht-Nielsen 证明了对于任何闭区间内 的一个连续函数都可以用一个隐含层的 BP 神经网 络来逼近.通过增加单层隐含层节点的数目,也可 以保证网络模型的预测精度,并且这种方式更加方 便^[17],故本文选择单隐含层.

隐含层节点数对神经网络的性能有一定影响, 隐含层的节点数需要经验和多次试验来确定.根据 经验可以参照

$$l = \sqrt{n+m} + a \tag{7}$$

进行设计^[18].式中:*l*为隐含层节点数;*n*为输入层节 点数;*m*为输出层节点数;*a*为1~10之间的常数.

根据确定的输入层节点数为10,输出层节点数 为5,由经验公式(7)可求出隐含层节点数目的范围



图 4 BP 算法流程 Fig. 4 Flow diagram of BP algorithm

是5~14.

3) 传递、学习、及训练函数

传递函数必须是连续或可微的,常采用 S 型的 对数或正切函数和线性函数^[19].本文中隐含层传 递函数使用 tansig 函数,输出层传递函数使用 purelin 函数.

学习函数有 learngd 函数和 learngdm 函数,本文 建立的网络模型使用 learngdm 学习函数.

训练函数有 trainbfg 函数、traingdm 函数、 traingdx 函数、Levenberg-Marquardt 算法 trainlm 函数. 本文使用 trainlm 函数进行训练,因为该算法对 比一般的 BP 网络算法,收敛速度较快,预测精度 较高.

4) 学习速率的选取

学习速率可以决定循环训练中的权值变化量, 学习速率太大,网络可能不稳定,学习速率太小导致 网络训练的时间太长,可能收敛太慢,一般来说学习 速率的选取范围在0.01~0.80^[20].

2.4.2 BP 网络运行

1) 数据的处理

利用正运动学模型,在 MATLAB 中随机选取

2000 组关节角度,得到运动学矩阵中的10个参数, 其中1600 组数据作为训练数据,400 组数据作为预 测数据.

BP 神经网络的输入和输出参数的大小差距较大,会导致网络模型最终计算结果的不准确,所以需要进行归一化处理.本文的网络模型使用mapminmax函数进行数据归一化^[21],将数据映射到[0,1]内,它的变换式为

$$\bar{x}_i = \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}$$
(8)

式中: \bar{x}_i 为归一化后数据值; x_i 为归一化前数据值; x_{min} 为数据中最小的值; x_{max} 为数据中最大的值.

2) BP 模型的建立

由于前文确认 BP 网络中隐含层的节点数为 5~14,学习效率为 0.01~0.80,故需设计模型来确 定最优的参数.

通过编写程序在 MATLAB 中运行,其中隐含层 节点数的采样间隔是 1,学习效率的采样间隔是 0.01.得到结果可知,当隐含层节点数为7、学习速 率为0.22 时,训练的均方误差最小.

确定好 BP 神经网络的参数后进行训练,得到 训练迭代过程如图 5 所示.



对已知点的位姿,应用逆运动学的解析法求 出4组逆解,用上面训练好的 BP 神经网络求出预 测的关节角,以均方根误差为依据,筛选出唯一的 逆解.

从400 组预测数据中随机选取一组关节角

(120°,30°,-45°,-60°,30°),其逆解的解析解及预测值如表3所示,从表3可以看出,最终确定的关节 角为(120°,30°,-45°,-60°,30°),与给定的一致.

表3 末端点的逆解与预测值

 Table 3
 Inverse solutions and predicted values of

	end p	oints			(°)
名称	$ heta_1$	θ_2	θ_3	$ heta_4$	θ_5
	120	30	-45	- 60	30
解析解	120	3	45	27	30
741 121 741	- 60	139	79	37	- 150
	- 60	- 177	- 79	- 106	- 150
预测值	123	28	- 45	- 60	30

之后,随机选取6个点进行验证,结果如表4所示,经过验证,采用BP神经网络得到的预测结果可以对用解析法得到的4组运动学逆解进行筛选,从而得到唯一的逆解^[22].

表 4 BP 筛选运动学逆解结果

Table 4 BP screening results of inverse

kinematics						(°)
序号	名称	θ_1	θ_2	θ_3	$ heta_4$	θ_5
	目标值	150	30	- 30	- 60	120
1	预测值	150	34	- 38	- 63	63
	筛选值	150	30	- 30	- 60	120
	目标值	60	25	- 30	- 60	60
2	预测值	70	27	- 39	-65	65
	筛选值	60	25	- 30	- 60	60
	目标值	30	20	- 45	- 70	30
3	预测值	21	21	- 45	- 66	38
	筛选值	30	20	- 45	- 70	30
	目标值	120	40	- 40	- 70	- 30
4	预测值	121	37	- 34	- 64	-65
	筛选值	120	40	- 40	- 70	- 30
	目标值	- 60	30	- 45	- 60	60
5	预测值	- 54	28	- 42	- 66	66
	筛选值	- 60	30	- 45	- 60	60
	目标值	90	45	- 45	- 60	120
6	预测值	78	40	- 34	- 64	121
	筛选值	90	45	- 45	- 60	120

3 结论

 1)本文设计了一种多自由度救援机械臂,用于 救援物资的搬运工作,采用重载和轻载2种工作模 式,并且建立了对应的三维模型.

2)本文建立了救援机械臂的正逆运动学模型, 通过 MATLAB 中 Robotics Toolbox 工具箱对机械臂 运动学进行仿真,验证了运动学模型的正确性,采用 BP 神经网络对机械臂逆运动学逆解进行预测,将预 测结果作为依据,对用解析法得到的4组逆解进行 筛选,从而得到唯一的精确逆解,为后续的轨迹规划 的研究奠定了一定的基础.

参考文献:

- [1] 钱善华, 葛世荣, 王永胜, 等. 救灾机器人的研究现状 与煤矿救灾的应用[J]. 机器人, 2006, 28(3): 350-354.
 QIAN S H, GE S R, WANG Y S, et al. Research status of the disaster rescue robot and its applications to the mine rescue[J]. Robot, 2006, 28(3): 350-354. (in Chinese)
- [2] LIU J G, WANG Y C, LI B, et al. Link-type shape shifting modular robot for search and rescue [J]. High Technology Letters, 2004, 10(9): 179-183.
- [3] 寇彦芸. 救援机器人结构设计优化及其运动学与动力 学研究[D]. 济南:山东大学, 2017.
 KOU Y Y. Structural optimization and kinematics and dynamics of rescue robot [D]. Jinan: Shandong University, 2017. (in Chinese)
- [4] 刘豪进,赵炎康,周振兴. 六自由度串联机械臂最优轨 迹规划[J]. 山东化工, 2019, 48(8): 157-160.
 LIU H J, ZHAO Y K, ZHOU Z X. Optimal trajectory planning for six degrees of freedom serial manipulator[J].
 Shandong Chemical Industry, 2019, 48(8): 157-160. (in Chinese)
- [5] 张震, 张亚. 基于 PSO-RBF 神经网络的串联机械臂逆运动学分析[J]. 科学技术与工程, 2019, 19(36): 195-200.
 ZHANG Z, ZHANG Y. Inverse kinematics analysis of series manipulators based on PSO-RBF neural network

 $[\ J\].$ Science Technology and Engineering, 2019, 19(36):195-200. (in Chinese)

[6] 刘世平,曹俊峰,孙涛,等. 基于 BP 神经网络的冗余 机械 臂 逆运 动 学 分 析 [J]. 中国 机 械 工 程, 2019, 30(24): 2974-2977, 2985.
LIU S P, CAO J F, SUN T, et al. Inverse kinematics analysis of redundant manipulators based on BP neural network [J]. China Mechanical Engineering, 2019, 30(24): 2974-2977, 2985. (in Chinese) JIANG C C, WEI H X, ZHANG Y C. Kinematics analysis and simulation on modular robot based on spinor [J]. Mechanical Engineering & Automation, 2018(2): 38-41. (in Chinese)

- [8] WEI Z Y, LI Y. Design and simulation of robotic arm with light weight and heavy load [C] // 2019 2nd World Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing. Piscataway: IEEE, 2020: 537-540.
- [9] 梁西昌. 救援机器人冗余液压机械臂运动学分析及轨 迹跟踪控制方法研究 [D]. 济南:山东大学, 2018.
 LIANG X C. Kinematic analysis and trajectory tracking control of redundancy hydraulic manipulator for rescue robot [D]. Jinan: Shandong University, 2018. (in Chinese)
- [10] 单涵琪. 基于 UR5 机械臂的运动学分析及轨迹规划 研究 [D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2020.
 SHAN H Q. Kinematics analysis and trajectory planning based on UR5 mechanical arm [D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2020. (in Chinese)
- [11] 万正海,李锻能,王冲,等.移动机器人机械臂运动 分析及轨迹规划 [J].机床与液压,2019,47(23): 56-60.

WANG Z H, LI D N, WANG C, et al. Motion analysis and trajectory planning of mobile robot manipulator [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2019, 47(23): 56-60. (in Chinese)

[12] 赵燕,王江华.一种井下救援机械臂的运动学仿真分析及实现[J].实验室研究与探索,2018,37(3):110-113,121.

ZHAO Y, WANG J H. Kinematics simulation analysis and realization of a mine rescue mechanical arm [J]. Research and Exploration in Laboratory, 2018, 37(3): 110-113, 121. (in Chinese)

[13] 李玉齐. 六自由度机械臂轨迹规划与协调仿真研究 [J]. 电子测量技术, 2018, 41(2): 50-54.

LI Y Q. Research on six DOF manipulator trajectory planning and coordination simulation [J]. Electronic Measurement Technology, 2018, 41(2): 50-54. (in Chinese)

[14] 李珺茹,齐立群,韩文波.六自由度机械臂运动学分析与轨迹优化 [J]. 长春理工大学学报(自然科学版),2019,42(1):68-73.

LI J R, QI L Q, HAN W B. Kinematics analysis and trajectory optimization of six degree of freedom manipulator [J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 42(1): 68-73. (in Chinese)

- [15] 吕泽鹏. 应用 BP 神经网络修正桥梁有限元模型
 [D]. 郑州:郑州大学, 2018.
 LÜ Z P. Using backpropagation neural network to correct bridge finite element model [D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2018. (in Chinese)
- [16] 王辰宇. 基于 BP 神经网络的特种车辆控制系统 CCGA 焊点空洞失效预测研究 [D]. 太原:中北大 学, 2019.
 WANG C Y. Cavity failure prediction of CCGA solder joint in special vehicle control system based on BP neural network [D]. Taiyuan: North University of China, 2019. (in Chinese)
- [17] 李欧阳,朱石沙,李国栋. 基于 BP 网络的尾焦收集机器人运动学逆解算法分析 [J]. 机械制造与自动化,2007(2):108-110,114.
 LI O Y, ZHU S S, LI G D. Analysis of an algorithm to slove inverse kinematics of an offal coke collected robot based on BP networks [J]. Machine Building & Automation, 2007(2):108-110,114. (in Chinese)
 [18] 能佳 其王政进 PD 地级网络约克克克拉伊尔巴尼亚
- [18] 熊伟. 基于改进 BP 神经网络的车床主轴优化设计的研究 [D]. 镇江: 江苏大学, 2016.
 XIONG W. Study on optimization design of lathe spindle based on improved BP neural network [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2016. (in Chinese)
- [19] 张明月.齿轮坯预锻件的多目标优化设计 [D].武汉:华中科技大学,2011.
 ZHANG M Y. Multiple-target optimization design of preforging for gear blank [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2011. (in Chinese)
- [20] 陆林. 车身前翼子板成形质量控制与工艺参数优化
 [D]. 镇江: 江苏大学, 2016.
 LU L. Control of forming quality and optimization of process parameters on automotive front fender [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2016. (in Chinese)
- [21] 聂明谏. 基于 BP 神经网络的房地产价值评估研究
 [D]. 北京:华北电力大学(北京), 2017.
 NIE M J. Research on real estate evaluation based on the BP neural network [D]. Beijing: North China Electric Power University, 2017. (in Chinese)
- [22] 奚陶,张海鸥,王桂兰,等. 基于 BP 网络判据的工业 机器人运动学逆解 [J]. 机电一体化,2011,17(12): 35-39.

XI T, ZHANG H O, WANG G L, et al. The inverse kinematics solution of industrial robot based on BP network as criterion [J]. Mechatronics, 2011, 17(12): 35-39. (in Chinese)

(责任编辑 张 蕾)

38-41.