

# 考虑骨料粒径影响的混凝土拉伸强度尺寸效应律

金 浏, 李 健, 余文轩, 杜修力

(北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:** 为了研究最大骨料粒径对混凝土单轴拉伸破坏行为、名义拉伸强度以及尺寸效应的影响规律, 采用基于连续级配建立的细观随机骨料模型, 对不同尺寸及不同最大骨料粒径的双边缺口混凝土试件在单轴拉伸荷载下的力学行为进行数值模拟. 研究表明: 在相同试件尺寸下, 随着最大骨料粒径的增大, 混凝土单轴拉伸宏观裂缝曲折度增大, 名义拉伸强度增大, 尺寸效应逐渐被削弱. 同时, 基于 Type-2 尺寸效应律提出了考虑最大骨料粒径影响的尺寸效应公式, 并验证了该公式的合理性. 该理论公式可以基于已知的物理参数(即结构尺寸  $D$  和最大骨料粒径  $d_{\max}$ ) 定量地预测在不同最大骨料粒径下的混凝土拉伸强度的尺寸效应规律.

**关键词:** 尺寸效应; 最大骨料粒径; 混凝土材料; 细观模拟; 单轴直拉试验; 混凝土强度

中图分类号: TU 528. 10

文献标志码: A

文章编号: 0254 - 0037(2021)04 - 0311 - 10

doi: 10. 11936/bjtxb2020100009

## Size Effect Law of Concrete Tensile Strength Considering the Influence of Aggregate Size

JIN Liu, LI Jian, YU Wenxuan, DU Xiuli

(Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education,  
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

**Abstract:** To investigate the effect of maximum aggregate sizes (MAS) on the uniaxial tensile failure mode, nominal tensile strength and corresponding size effect of double-edge notched concrete specimens, a meso-mechanical numerical model based on the continuous grading random aggregate model was established from the mesoscopic perspective. It indicated that under the same structural size, the nominal tensile strength increases and the size effect is gradually weakened with increasing MAS. Moreover, based on the Type-2 size effect law, a theoretical size effect law considering the effect of MAS on the nominal tensile strength was proposed and verified. The theoretical size effect law can quantitatively predict the size effect behavior on tensile strength based on known physical parameters (i. e., structural size  $D$  and MAS  $d_{\max}$ ).

**Key words:** size effect; maximum aggregate size (MAS); concrete material; mesoscopic simulation; uniaxial direct-tensile experiment; concrete strength

混凝土是一种非均质性复合材料, 其内部各细观组分结构与性质影响整体宏观力学性能. 骨料作为混凝土的重要组成部分, 几乎占混凝土体积的

60% ~ 80% (其中粗骨料约占45%), 质量占70% ~ 85%. 国内外学者针对骨料粒径、强度、级配、含量以及形状等因素对混凝土材料力学性能的影响开展

收稿日期: 2020-10-20

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2018YFC1504302); 国家自然科学基金资助项目(51822801, 51421005)

作者简介: 金 浏(1985—), 男, 教授, 主要从事混凝土及混凝土结构方面的研究, E-mail: kinglew2007@163.com

了大量研究<sup>[1-4]</sup>。其中,骨料粒径被认为是影响混凝土力学性能及破坏机理的重要因素<sup>[1]</sup>,并且对混凝土材料的力学行为及尺寸效应都产生重要的影响。金浏等<sup>[4]</sup>通过开展单轴拉伸数值模拟试验得出混凝土拉伸强度随着最大骨料粒径的增大而增大的结论。Rao等<sup>[5]</sup>通过开展高强混凝土拉伸实验得到同样的结论。Wei等<sup>[6]</sup>通过开展混凝土劈裂抗拉和抗弯试验,得出最大骨料粒径越小混凝土强度越低的结论,这与 Alengaram 等<sup>[7]</sup>得出的结论相反。总的来说,最大骨料粒径对混凝土的拉伸破坏模式和强度均有显著影响,但是对于影响规律和作用机理并没有形成统一的认知。由于单轴拉伸试验存在荷载施加困难、试验结果离散性大,并且受加载设备及试验技术等限制的特点,所以目前对于混凝土拉伸试验的研究大多集中在劈裂拉伸和弯曲拉伸试验,单轴直拉试验则相对较少。综上所述,开展单轴拉伸试验来探究最大骨料粒径对混凝土断裂破坏过程及宏观力学性能的影响是很有必要的。

目前,混凝土材料广泛应用于超高层建筑、大跨桥梁等大尺寸结构中,但是随着结构尺寸的增大,以混凝土强度为代表的力学性能指标不再为定值,而是随着材料几何尺寸的变化而变化,即存在尺寸效应现象<sup>[8]</sup>。国内外学者通过物理实验和数值模拟等方法分别研究了骨料粒径、分布、级配、初始缺陷等微-细观因素对混凝土拉伸破坏及尺寸效应的影响<sup>[9-13]</sup>。Kim等<sup>[11]</sup>通过数据分析发现混凝土尺寸效应显著依赖于最大骨料粒径,但是 Choi等<sup>[12]</sup>通过开展拉伸试验发现最大骨料粒径(试验研究范围:4~19 mm)对混凝土拉伸强度和尺寸效应的影响可以忽略不计,尤其是对于轻质混凝土。杜敏等<sup>[1,13]</sup>通过开展最大骨料粒径(试验研究范围:10~40 mm)对混凝土材料劈裂拉伸和弯曲拉伸强度尺寸效应影响的试验研究,得到最大骨料粒径越小,尺寸效应越明显的结论。综上所述,针对最大骨料粒径对混凝土单轴拉伸强度尺寸效应的研究,国内外学者尚不能得出统一结论。目前, Bažant 等<sup>[14]</sup>、Weibull<sup>[15]</sup>、Carpinteri 等<sup>[16]</sup>提出了多种尺寸效应公式,并且这些公式的合理性也在一定范围内得到了试验结果的验证。但是,经典的尺寸效应公式很难直观反映出最大骨料粒径的影响。Guan等<sup>[17]</sup>基于缺口混凝土梁试验,试图通过将最大骨料粒径纳入准脆性断裂模型来进一步改善尺寸效应模型,但其所考虑的最大骨料粒径的范围十分有限。近来, Alam 等<sup>[18]</sup>开展了混凝土梁的三点受弯试验,发现

材料的最大骨料粒径对混凝土等准脆性材料的力学和断裂行为起着重要的作用,基于 Bažant 等<sup>[14]</sup>断裂力学尺寸效应律提出一种考虑最大骨料粒径大小的新尺寸效应模型,但是这种新方法还需进行更多的试验验证以及理论修正。

综上所述,最大骨料粒径对混凝土单轴拉伸行为以及尺寸效应的影响仍然存在许多问题,仍需要进一步研究。鉴于此,本文将混凝土材料看成是由骨料颗粒、砂浆基质及两者之间的过渡区(interface transition zone, ITZ)等介质组成的多相复合材料,应用细观有限元分析方法研究最大骨料粒径对混凝土单轴拉伸破坏行为、强度及其尺寸效应的影响规律。并且从数值模拟的角度对 Alam 等<sup>[18]</sup>的模型进行验证,同时基于 Bažant 等的 Type-2 尺寸效应律,提出一种考虑最大骨料粒径的尺寸效应公式,并对该公式进行验证。

## 1 细观数值模拟方法与验证

### 1.1 细观数值几何模型的建立

类似于文献[1-2, 4, 13],在二维细观模型中将骨料颗粒假定为圆状。Walraven 等<sup>[19]</sup>基于概率统计原理将 Fuller 等<sup>[20]</sup>的三维混凝土理想级配曲线转化为二维级配曲线,并提出试件内截面上任一点具有骨料直径  $d < d_i$  (计算粒径)的概率  $P_i$ ,其表达式为

$$P_i(d < d_i) = P_k (1.065 d_i^{0.5} d_{\max}^{-0.5} - 0.053 d_i^4 d_{\max}^{-4} - 0.012 d_i^6 d_{\max}^{-6} - 0.0045 d_i^8 d_{\max}^{-8} - 0.0025 d_i^{10} d_{\max}^{-10}) \quad (1)$$

式中: $P_k$ 代表全部粗细骨料体积占混凝土总体积的百分比,一般为70%左右,其中粗骨料(骨料粒径 $\geq 5$  mm)占40%左右; $d_i$ 为骨料的计算粒径, $d_{\max}$ 代表最大骨料粒径。根据 Fuller 级配曲线,当  $d_{\max} = d_i$  时,对于二维试件有  $P_i = 0.993 P_k$ 。参考文献[21],根据 Walraven 方程<sup>[19]</sup>将骨料分布曲线( $P_i/P_k$  vs.  $d_i/d_m$ )划分为 $(n+1)$ 个尺寸组,如图1所示。同文献[21],这里选择二级配混凝土( $n=2$ )作为研究的重点,其他级配混凝土将在以后进行研究。二级配混凝土中有2个骨料粒径组(5~21 mm和21~47 mm),每个粒径组中的骨料含量约为24%。为了获得具有不同最大骨料粒径的细观模型,本文将第1个粒径组的粗骨料均等效为直径13 mm的颗粒,将第2粒径组的所有粗骨料分别等效为4种直径( $d_{\max} = 24, 30, 36, 42$  mm)的颗粒,并应用控制变量法,保证除最大骨料粒径外其他因素一致,基于连续

级配曲线建立微观模型. 表 1 列出了当前 2D 模型中粗骨料的详细参数.

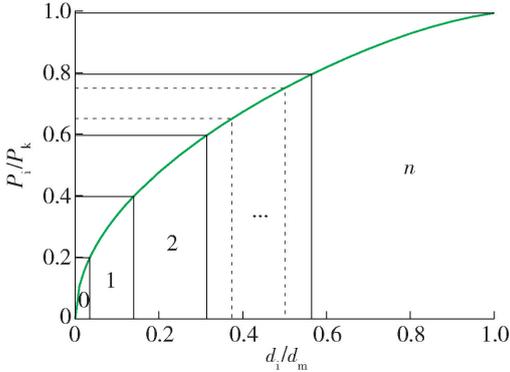


图 1 具有  $(n + 1)$  个尺寸组骨料分布曲线

Fig. 1 Aggregate distribution curve with  $(n + 1)$  size groups

表 1 具有不同最大骨料粒径和结构尺寸的 2D 模型中的粗骨料参数

Table 1 Parameter of coarse aggregates in 2D models having different maximum sizes and structural sizes mm

粒径组	等效粒径	$D = 100$	$D = 150$	$D = 200$	$D = 300$
1	13	36	80	144	372
	24	11	24	42	95
2	30	7	16	27	61
	36	5	11	19	42
	42	4	8	14	31

按照上述粗骨料参数, 应用蒙特卡罗方法 (Monte Carlo method) 将骨料随机投放, 生成 4 种不同最大骨料粒径的双边缺口混凝土试件 ( $h/D = 2$ ), 缺口区域为正方形 (边长  $D/10$ ), 如图 2 所示. 每种相同骨料粒径的混凝土试件具有 4 种不同尺寸 ( $D = 100, 150, 200, 300$  mm). 定义圆形骨料与砂浆之间的等厚薄层区域为 ITZ, 考虑到计算量的限制以及参考 Šavija 等<sup>[22]</sup> 的工作, ITZ 厚度取 1 mm. 模型的边界条件如图 2 所示, 试件顶端施加竖直向上的恒定速度  $v = \dot{\epsilon}h$  (式中:  $\dot{\epsilon}$  为试件的名义应变率, 这里取准静态  $\dot{\epsilon} = 10^{-5}/s$ ;  $h$  为试件高度), 底部设置竖向约束, 两侧设置为自由边界. 网格划分采用常应变三角形单元, 平均尺寸为 2 mm (局部细化 1 mm). 需要说明的是, 本文数值模拟采用的二维平面模型忽略了实际混凝土的三维约束效应影响.

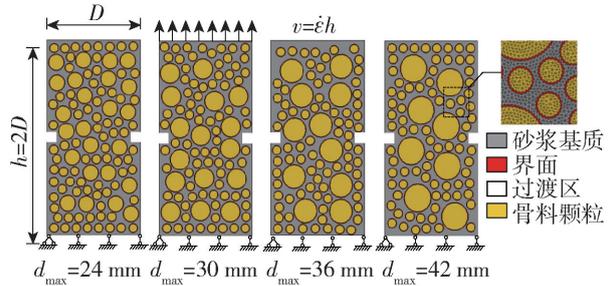


图 2 二维微观数值模拟模型

Fig. 2 Mesoscopic numerical models of concrete

### 1.2 细观组分本构关系

对于单调加载下的混凝土材料本构模型, 由 Lee 等<sup>[23]</sup> 在 Lubliner 等<sup>[24]</sup> 模型基础上修正的塑性损伤本构模型得到众多学者的广泛应用, 如图 3 所示. 在单轴受拉情况下, 混凝土破坏面主要由等效塑形拉应变  $\hat{\epsilon}_t^{pl}$  强化参数确定, 模型在应力未达到  $\sigma_0$  前为弹性阶段, 材料为无初始损伤的线弹性体, 达到拉伸强度后, 出现应变软化. 在软化阶段, 材料出现损伤, 抗拉刚度开始按  $(1 - d_t)E_0$  路径线性退化.  $d_t$  取值从 0 到 1, 意为从初始无损到完全损伤退化, 求解过程中, 需要定义受拉应力、开裂应变及损伤因子之间的关系. 其应力-应变关系可以表述为

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\epsilon_t - \hat{\epsilon}_t^{pl}) \quad (2)$$

$$\hat{\epsilon}_t^{pl} = \hat{\epsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (3)$$

式中:  $\sigma_t$  为受拉非弹性应力;  $d_t$  为混凝土受拉损伤因子;  $\hat{\epsilon}_t^{pl}$  为拉伸等效塑性应变;  $\hat{\epsilon}_t^{ck}$  为受拉开裂应变. 参考文献 [1-2, 4, 13], 本文亦采用塑性损伤本构, 对于上升段曲线仍通过应力-应变关系来描述, 但下降段曲线由拉伸应力-裂缝开裂位移关系

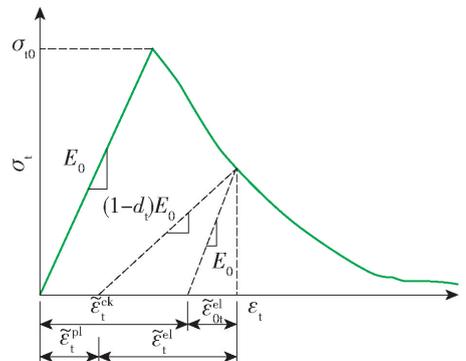


图 3 塑性损伤本构模型

Fig. 3 Plastic-damage constitutive model

代替. 这种处理保证了单元失效时所需的断裂能唯一, 可以有效地减少网格敏感性问题.

### 1.3 细观数值模型的验证

本文通过对 Faez 等<sup>[25]</sup>开展的混凝土单轴拉伸试验模拟来进行模型验证. 该试验仅给出混凝土材料组成、宏观抗拉、抗弯和抗压强度, 对于弹性模量、密度及泊松比等参数参考 Zhou 等<sup>[26]</sup>试验中的数据 (C60 普通混凝土). 另外, ITZ 参数 (抗拉/抗压强度等) 由于测量技术的局限性很难通过试验来确定, 本文将 ITZ 等效为孔隙率较高且力学性能较弱的砂浆基层, 参考 Song 等<sup>[27]</sup>以及文献[28], 将其力学参数和砂浆基质的关系采用恒定的比值 0.75 表示. 为了与所验证的试验保持一致, 这里选择三角型缺口试件, 使用表 2 中的力学参数进行数值模拟后得到混凝土的直接拉伸破坏模式和应力-应变曲线对比, 如图 4 所示.

表 2 主要力学参数

Table 2 Main mechanical parameters

物理参数	骨料	砂浆基质	界面过渡区
弹性模量 $E/\text{GPa}$	73.0	32.5	24.4
泊松比 $\nu$	0.16	0.20	0.22
偏心率 $\eta/\%$	0.1	0.1	0.1
应力比 $f_{i0} = f_{c0}$	1.16	1.16	1.16
材料常数 $K$	0.667	0.667	0.667
压缩强度/MPa	57.0	20.0	15.0
拉伸强度/MPa	3.8	2.0	1.5

从图 4(a) 可以看出, 通过细观模拟得到的混凝土试件破坏模式与试验<sup>[25]</sup>一致, 即只在混凝土试件缺口处有一条贯穿试件的裂缝且其他部位基本没有明显破坏. 图 4(b) 展示了关于应力-应变曲线的对比, 可以看出, 3 个模拟结果均与试验结果吻合较好. 综上所述, 上文建立的细观数值模拟方法是可行的, 细观组分力学参数选取是合理的.

## 2 双边缺口混凝土试件拉伸数值模拟

基于上述已验证的细观模型, 本文在准静态荷载下 ( $\dot{\epsilon} = 10^{-5}/\text{s}$ ) 对不同尺寸 ( $D = 100, 150, 200, 300 \text{ mm}$ ) 及不同最大骨料粒径 ( $d_{\max} = 24, 30, 36, 42 \text{ mm}$ ) 的双边缺口混凝土单轴直接拉伸行为进行模拟研究, 以揭示最大骨料粒径对混凝土单轴拉伸强度及其尺寸效应的影响. 根据 GB/T 50010—

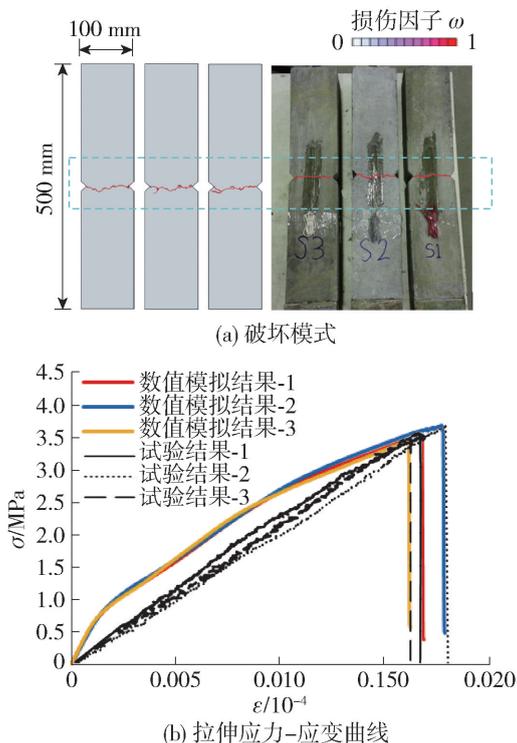


图 4 数值模拟与 Faez 等<sup>[25]</sup>试验对比

Fig. 4 Comparison of the numerical results with test by Faez et al.<sup>[25]</sup>

2010<sup>[29]</sup>, 选择强度等级为 C30 和 C50 两种普通混凝土, 每个工况下模拟 4 个试件, 共模拟 128 个混凝土试件.

### 2.1 破坏模式

图 5(a) 展示了最大骨料粒径  $d_{\max} = 24 \text{ mm}$  时 4 组不同尺寸混凝土试件 (C30) 的破坏模式图. 可以看出, 截面尺寸不同的混凝土有相似的破坏模式, 即裂缝首先集中出现在试件缺口处, 延伸时均绕开粗骨料, 贯通后形成曲折裂缝导致混凝土开裂破坏, 除缺口处其余部位破坏不明显. 随着试件截面尺寸的增大, 混凝土开裂形式由单一裂缝 (小截面尺寸) 变为由多条裂缝组成的裂缝带 (大截面尺寸). 这是因为最大骨料粒径随截面尺寸的增加而相对减小, 骨料颗粒对裂缝的阻碍能力相对减弱, 从而形成数量增加、形式复杂的裂缝带.

图 5(b) 展示了截面尺寸  $D = 150 \text{ mm}$  时 4 组不同最大骨料粒径混凝土试件 (C30) 的破坏模式图. 由于相同截面尺寸下较大的骨料粒径对裂缝的阻碍能力增强, 导致在骨料颗粒周围产生的细裂缝数量增多, 裂缝的曲折度增大, 在直拉荷载的作用下曲折裂缝交汇贯通, 最终同样在缺口处形成形式复杂的裂缝带.

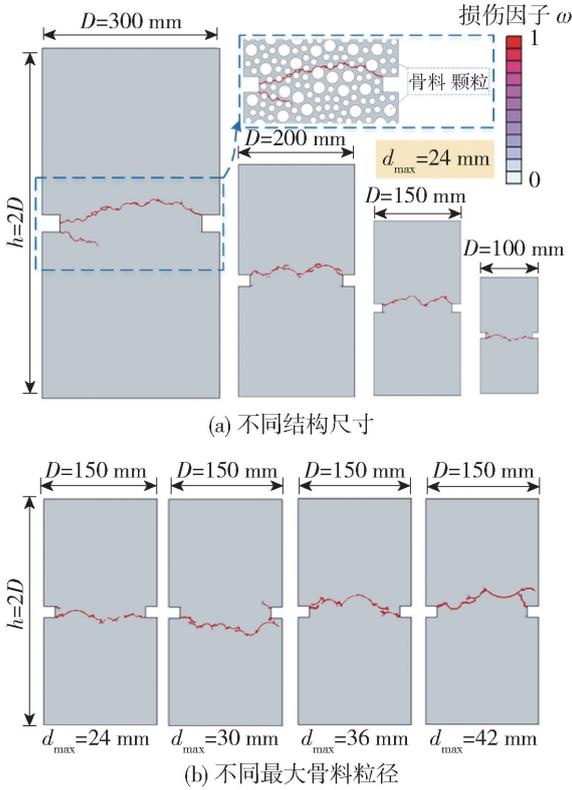


图5 混凝土(C30)破坏模式

Fig. 5 Failure modes of concrete (C30)

### 2.2 应力-应变关系曲线

图6是通过数值模拟得到的不同边长和最大骨料粒径的混凝土拉伸应力-应变曲线. 如图6所示, 在相同最大骨料粒径下, 混凝土单轴拉伸应力-应变曲线受试件结构尺寸的影响较大. 随着结构尺寸的增大, 应力-应变曲线的峰值应力及与之对应的峰值应变均逐渐减小, 表现出明显的尺寸效应现象. 除结构尺寸外, 最大骨料粒径对拉伸强度、峰值应变和下降阶段均有影响, 这将在下一小节进行讨论. 另外, 无论是 C30 还是 C50 混凝土试件, 拉伸应力在达到峰值应力后均有突然下降趋势, 呈现明显的脆性破坏.

### 2.3 最大骨料粒径对拉伸强度的影响

图7为最大骨料粒径对混凝土拉伸强度的影响规律. 可以看出, 无论是 C30 还是 C50 混凝土, 在混凝土试件截面尺寸相同条件下, 随着最大骨料粒径的增大, 名义拉伸强度有逐渐增大趋势. 这是因为混凝土材料在受到拉伸破坏时的破坏模式基本为围绕大骨料颗粒产生裂缝, 随着最大骨料粒径的增大, 骨料阻碍微细裂缝的能力变强, 导致开裂裂缝曲折度增大, 破坏断面的粗糙度增加, 耗

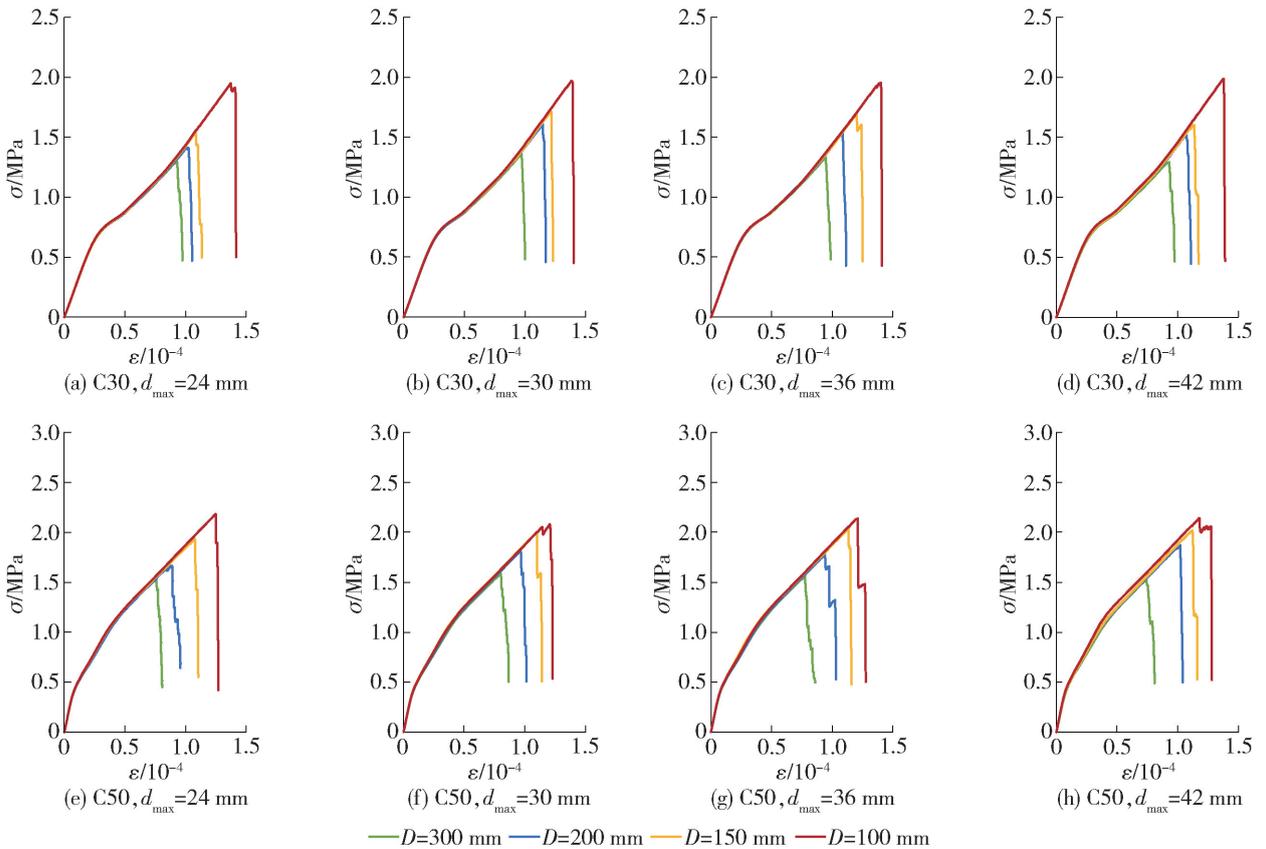


图6 不同结构尺寸和最大骨料粒径下的混凝土拉伸应力-应变曲线

Fig. 6 Tensile stress-strain curves of concrete having different structural sizes and maximum aggregate sizes

散的能量增加,最终导致混凝土名义拉伸强度略微提高。

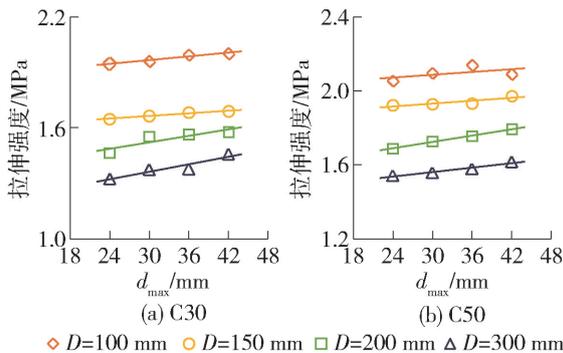


图7 不同最大骨料粒径混凝土拉伸强度变化规律

Fig. 7 Variation of tensile strengths of concrete having different maximum aggregate sizes

图8为具有不同最大骨料粒径的混凝土拉伸强度变化规律.可以发现,各个骨料粒径混凝土试件拉伸强度均随着截面尺寸的增加而下降,具有明显的尺寸效应现象,但是相同截面尺寸下,随着最大骨料粒径减小混凝土名义拉伸强度呈现降低趋势,并且最大骨料粒径越小,名义拉伸强度随混凝土试件截面尺寸降低的趋势越快。

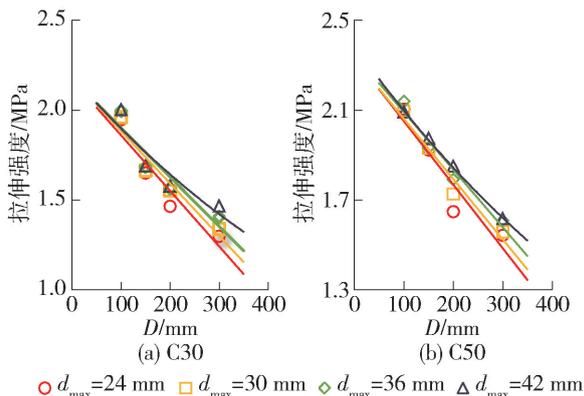


图8 不同结构尺寸混凝土拉伸强度变化规律

Fig. 8 Variation of tensile strengths of concrete having different structural sizes

## 2.4 最大骨料粒径对尺寸效应的影响

图9为数值模拟得到的不同最大骨料粒径下混凝土单轴名义拉伸强度和结构尺寸 $D$ 之间的关系,这里用线性拟合的斜率 $k = \Delta f_t / \Delta D$ 来表征强度退化的快慢.可以看出,混凝土拉伸强度均随着试件尺寸的增大而降低,但斜率 $k$ 不同.随着最大骨料粒径的增大,退化斜率的绝对值逐渐减小,说明最大骨料粒径(在本文研究范围内)的增大可以降低拉伸强度对尺寸效应的敏感性,从而削弱尺寸效应。

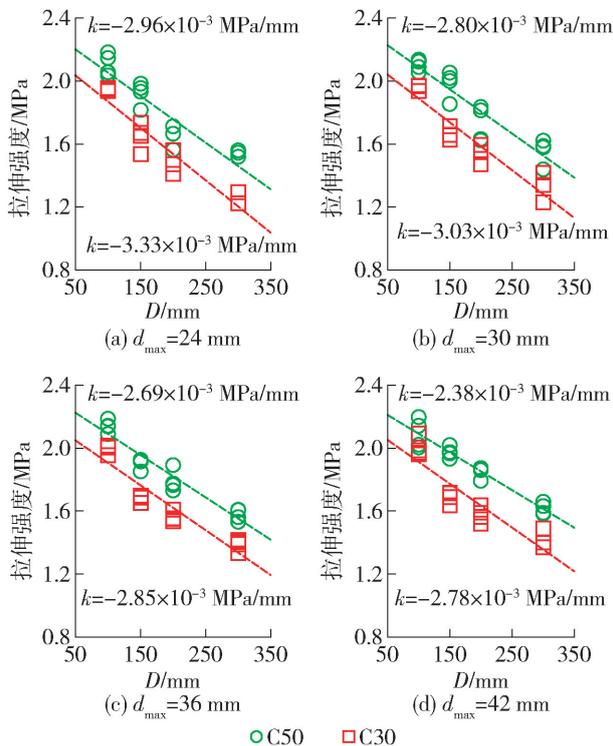


图9 不同最大骨料粒径下不同结构尺寸的混凝土名义拉伸强度

Fig. 9 Nominal tensile strengths of concrete having different structural sizes under different maximum aggregate sizes

## 3 考虑最大骨料粒径的新尺寸效应律

### 3.1 基于Bažant等Type-2尺寸效应律的回归分析

在混凝土材料尺寸效应理论方面,不同研究者提出了多种尺寸效应理论<sup>[14-16]</sup>,其中Bažant等基于断裂力学理论提出的尺寸效应规律得到了广泛的应用,在大量试验基础上,Bažant等的Type-2尺寸效应律可描述为

$$\sigma_N = \frac{Bf_t'}{\sqrt{1 + D/D_0}} \quad (4)$$

式中: $\sigma_N$ 为混凝土静态拉伸强度; $D$ 为结构尺寸(这里取为试件宽度); $f_t'$ 为混凝土拉伸强度,通常等于标准试件的平均强度; $B$ 、 $D_0$ 为回归分析得到的2个经验系数.对式(4)进行变换可得

$$\frac{1}{\sigma_N^2} = \frac{1}{D_0(Bf_t')^2}D + \frac{1}{(Bf_t')^2} \quad (5)$$

将式(5)转化成线性方程式

$$y = Ax + C \quad (6)$$

比较式(5)与式(6)可以得到: $x = D$ ,  $y = 1/\sigma_N^2$ ,  $A = 1/[D_0(Bf_t')^2]$ ,  $C = 1/(Bf_t')^2$ . 式中参数 $A$ 和 $C$

可以通过回归分析得到. 根据上述数值结果, 可以确定不同情况的参数  $B$  和  $D_0$ . 由表 3 可以看出, 不同最大骨料粒径下, 经验参数  $B$  值在 1.3 ~ 1.5 波动; 参数  $D_0$  随着最大骨料粒径的增大而增大.

表 3 基于 Bažant 等 Type-2 尺寸效应律在不同最大骨料粒径下的线性拟合结果

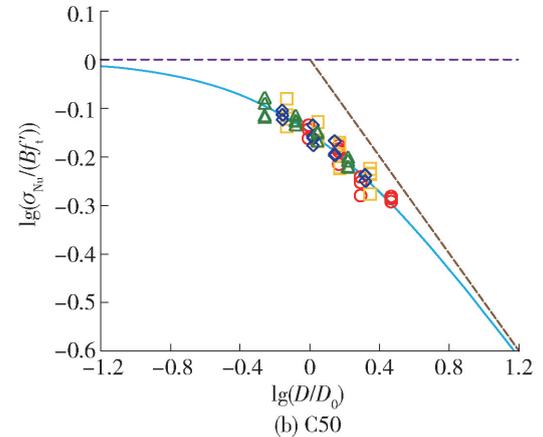
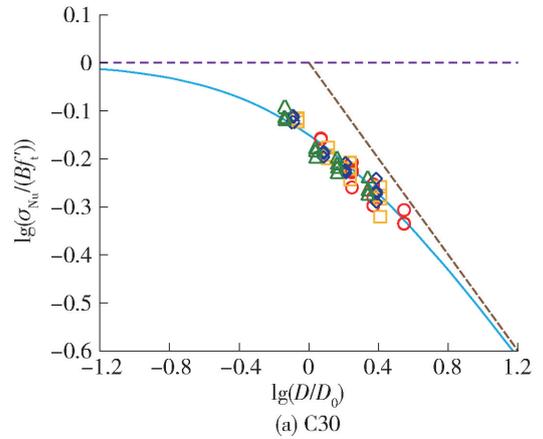
Table 3 Linear regression analysis results under different maximum aggregate sizes according to Bažant et al.'s Type-2 size effect law

混凝土强度	$d_{max}/\text{mm}$	$B$	$D_0$
C30	24	1.44	85
	30	1.31	116
	36	1.30	124
	42	1.29	137
C50	24	1.45	113
	30	1.30	135
	36	1.30	144
	42	1.26	160

图 10 为不同最大骨料粒径下 2 种混凝土拉伸模拟结果同 Type-2 尺寸效应律、线弹性断裂力学理论 (Linear elastic fracture mechanics, LEFM) 及塑性强度理论的比较情况. 如图 10 所示, 不同最大骨料粒径下混凝土拉伸强度数据点与 Type-2 尺寸效应律曲线吻合良好, 随着最大骨料粒径增大, 数据点逐渐由趋近于 LEFM (斜率为  $-1/2$  的直线) 变为趋近于塑性强度线 (斜率为 0). 说明最大骨料粒径越大, 混凝土破坏时脆性越不明显, 强度下降越平缓, 尺寸效应被抑制. 如前所述, 最大骨料粒径影响混凝土的尺寸效应, 尽管经典的尺寸效应律考虑了宏观结构尺寸对拉伸强度的影响, 但忽略了微观结构或骨料粒径的作用. 也就是说, 实际的物理参数 (最大骨料粒径) 没有直观反映在经典 Bažant 等 Type-2 尺寸效应律中, 这需要进一步的优化.

### 3.2 考虑最大骨料粒径的修正拉伸尺寸效应律

根据上述结果, 可以看出最大骨料粒径对混凝土的拉伸强度和尺寸效应具有显著影响, 即随着最大骨料粒径的增加, 混凝土的名义拉伸强度增大, 并且尺寸效应逐渐被削弱. 因此, 本文提出最大骨料粒径的作用效果可以分解为最大骨料粒径的增大对混凝土拉伸强度的增强效应和对尺寸效应的削弱作用两部分. 基于 Bažant 等 Type-2 尺寸效应律 (式 (4)), 可以建立考虑最大骨料粒径的



— Bažant's 尺寸效应 ——— 断裂力学理论线 ——— 塑性强度理论线  
 ○  $d_{max}=24\text{ mm}$  □  $d_{max}=30\text{ mm}$  ◇  $d_{max}=36\text{ mm}$  △  $d_{max}=42\text{ mm}$

图 10 模拟结果与 Bažant 等 Type-2 尺寸效应律对比

Fig. 10 Comparison of numerical results with Bažant et al.'s Type-2 size effect law

修正尺寸效应律, 即

$$\sigma_N = \frac{Bf_t^*}{\sqrt{1 + D/(\gamma d_{max})}} + \sigma_0 \quad (7)$$

式中:  $f_t^*$  为标准试件的静态拉伸强度, 本文选用最大骨料粒径  $d_{max} = 24\text{ mm}$  的混凝土标准试件 ( $D = 100\text{ mm}$ ) 的平均拉伸强度; 参数  $B$  为回归分析得到的经验系数; 参数  $\sigma_0$  和  $\gamma$  的物理意义及具体取值可分别由“强度增强”及“尺寸效应削弱”两部分作用确定, 如图 11 所示. 两部分作用如下:

1) 强度增强效应 随着最大骨料粒径增大, 拉伸强度增大, 即从图 11 Line 1 变化至 Line 2 (斜率  $k_{\text{Line 1}} = k_{\text{Line 2}}$ ). 这部分影响仅考虑增大的最大骨料粒径对拉伸强度增强的贡献度, 可用标准试件下 ( $D = 100\text{ mm}$ ) 不同最大骨料粒径试件的强度差来表征. 在本文中, 定义  $\sigma_0$  为该强度差, 即随着最大骨料粒径的增大, 标准试件 ( $D = 100\text{ mm}$ ) 的强度增量.

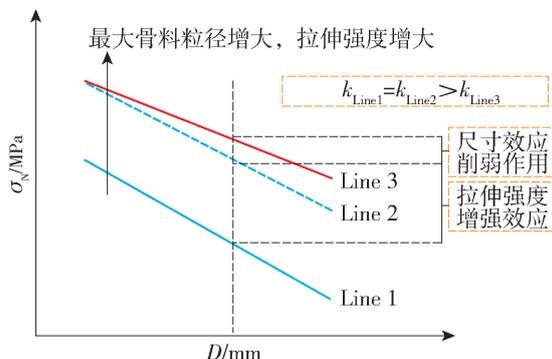


图 11 最大骨料粒径的增大对拉伸强度和尺寸效应的影响

Fig. 11 Effect of increasing maximum aggregate sizes on the tensile strength and size effect

为了定量分析  $\sigma_0$  与  $d_{\max}$  之间的关系,这里引入参数  $\Delta d_{\max}$  来表示最大骨料粒径的增量(这里暂时以  $d_{\max} = 24$  mm 为参考基准).  $\sigma_0$  和  $\Delta d_{\max}$  的关系可暂且假定为线性关系,即

$$\sigma_0 = \alpha \Delta d_{\max} \quad (8)$$

式中  $\alpha$  的具体取值可以通过线性拟合来确定. 根据上述模拟数据,这里建议取 0.003 4. 总的来说,参数  $\sigma_0$  可以表征最大骨料粒径增大对混凝土拉伸强度增强的贡献,由式(8)确定.

2) 尺寸效应的削弱作用 随着最大骨料粒径的增大,随结构尺寸增大而强度退化的尺寸效应行为被削弱,即从图 11 Line 2 变化至 Line 3 ( $k_{\text{Line}2} > k_{\text{Line}3}$ ). 这部分可参考 Alam 等<sup>[18]</sup>的研究,在  $D_0$  和  $d_{\max}$  之间建立适当的关系来反映. 需要说明的是,这里要在去除最大骨料粒径的强度增强效应(即  $\sigma_0$ ) 的基础上获得  $D_0$  和  $d_{\max}$  之间的函数关系. 因此,对上述试验数据减去相应的  $\sigma_0$  后再基于式(4)进行回归分析获得新的尺寸效应经验参数  $B$  和  $D_0$ ,如表 4 所示. 可以看出,随着最大骨料粒径的增大,经验参数  $B$  基本保持不变,这里可取定值 1.3,而参数  $D_0$  呈增长趋势. 也就是说,不同最大骨料粒径下尺寸效应的强弱可以由不同的参数  $D_0$  反映. 参考 Alam 等<sup>[18,30]</sup>的研究,同样假定在  $D_0$  和  $d_{\max}$  之间存在线性关系,定义系数  $\gamma$  为其的比值,即

$$\gamma = D_0/d_{\max} \quad (9)$$

因此,参数  $\gamma$  可以表征最大骨料粒径增大对尺寸效应削弱的作用效果,由式(9)确定. 图 12 反映了  $d_{\max}$  和  $D_0$  的拟合关系,根据本文拟合结果,建议系数  $\gamma$  取 3.79.

根据以上两部分作用可以得到在最大骨料粒径和尺寸效应之间建立了定量联系的修正尺寸效应律

表 4 基于修正 Type-2 尺寸效应律拟合得到的参数  
Table 4 Parameters based on the modified Type-2 size effect law

混凝土强度等级	$d_{\max}/\text{mm}$	$B$	$D_0$
C30	24	1.4	85
	30	1.3	115
	36	1.2	124
	42	1.2	136
	24	1.4	115
C50	30	1.3	136
	36	1.3	146
	42	1.2	164

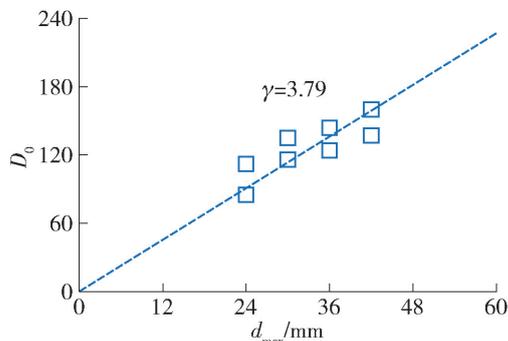


图 12 通过回归分析得到的  $d_{\max}$  与  $D_0$  关系

Fig. 12 Relationship of  $d_{\max}$  and  $D_0$  through regression analysis

公式,它不仅体现了最大骨料粒径的增大对拉伸强度增强的贡献,而且可以反映对尺寸效应的削弱. 应用修正的尺寸效应律,可以根据参考拉伸强度定量预测具有不同结构尺寸和不同最大骨料尺寸的混凝土拉伸强度. 然而,目前由于测试条件的限制,选择适当的试验结果来验证理论公式(7)确实存在困难,特别是对大尺寸大骨料试件的单轴拉伸尺寸效应试验. 为了验证上文提出的尺寸效应定律的合理性,将基于上述数值模拟得到的数据与式(7)建立的理论结果进行初步对比. 图 13 为修正后尺寸效应定律的理论强度面与模拟强度数据点之间的比较. 可以发现,本文的大多数拉伸强度数据点都落在修正尺寸效应律所建立的理论强度面上.

应该注意的是,本文修改后的 Type-2 尺寸效应律中考虑的最大骨料粒径范围暂时停留在 24 ~ 42 mm,针对更大范围的最大骨料粒径的研究后续将进一步进行.

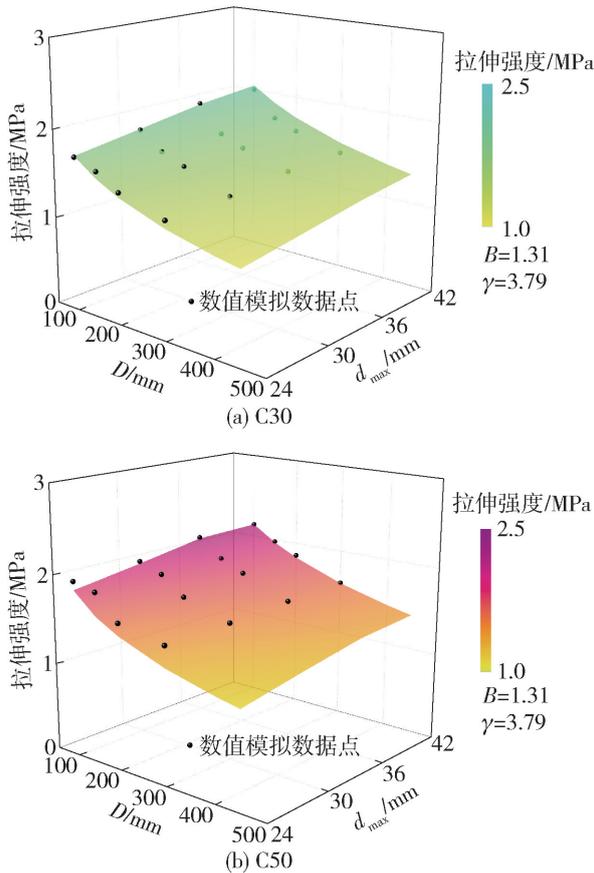


图 13 模拟结果与理论值对比

Fig. 13 Comparison of tensile strengths between test data and theoretical results

## 4 结论

1) 相同截面尺寸混凝土试件随着最大骨料粒径的增大, 裂纹的曲折度和破坏断面的粗糙度增加, 从而提高拉伸强度。当最大骨料粒径增大 50%, 拉伸强度提高 3% ~ 10%。

2) 增大最大骨料粒径 (在本文研究的范围内), 可以降低拉伸强度对尺寸的敏感性, 从而削弱尺寸效应。当最大骨料粒径增大 50%, 拉伸强度随尺寸增大而降低 2% ~ 6%。

3) 本文提出的修正尺寸效应律, 可以基于已知的物理参数 (即结构尺寸  $D$  和最大骨料粒径  $d_{\max}$ ) 定量地预测拉伸强度的尺寸效应行为, 并在数值角度进行了初步验证。

4) 需要说明的是, 本文仅在二级配下探讨不同最大骨料粒径对混凝土拉伸破坏的尺寸效应行为, 对更高级配分析结果将另文报道。另外, 本文忽略混凝土材料的三维约束效应且所建立理论模型的合理性还需更多物理试验数据来验证, 后续将开展相应的物理试验来进一步验证本文研究结果。

## 参考文献:

- [1] 杜敏, 金浏, 李冬, 等. 粗骨料粒径对混凝土弯拉强度尺寸效应影响的试验研究 [J]. 北京工业大学学报, 2016, 42(6): 912-918.  
DU M, JIN L, LI D, et al. Experimental study of the influence of coarse aggregate size on the size effect of concrete flexural strength [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2016, 42(6): 912-918. (in Chinese)
- [2] 李冬, 金浏, 杜修力, 等. 骨料级配对二维模型混凝土单轴抗拉强度影响的理论研究 [J]. 工程力学, 2017, 34(6): 64-72.  
LI D, JIN L, DU X L, et al. A theoretical study on the influence of aggregate gradation on the tensile strength of 2-Dimensional model concrete [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(6): 64-72. (in Chinese)
- [3] XIONG M X, LIEW J Y R, WANG Y B, et al. Effects of coarse aggregates on physical and mechanical properties of C170/185 ultra-high strength concrete and compressive behaviour of CFST columns [J]. Construction and Building Materials, 2020, 240: 117967.
- [4] 金浏, 余文轩, 杜修力, 等. 低应变率下混凝土动态拉伸破坏尺寸效应细观模拟 [J]. 工程力学, 2019, 36(8): 59-69, 78.  
JIN L, YU W X, DU X L, et al. Meso-scale simulation of size effect of dynamic tensile strength of concrete under low strain rates [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(8): 59-69, 78. (in Chinese)
- [5] RAO G A, RAGHU B K. Fracture energy and softening behavior of high-strength concrete [J]. Cement and Concrete Research, 2002, 32(2): 247-252.
- [6] WEI H, LIU Y, WU T, et al. Effect of aggregate size on strength characteristics of high strength lightweight concrete [J]. Materials, 2020, 13(6): 1314-1327.
- [7] ALENGARAM U J, MAHMUD H, JUMAAT M Z, et al. Effect of aggregate size and proportion on strength properties of palm kernel shell concrete [J]. International Journal of the Physical Sciences, 2010, 5(12): 1848-1856.
- [8] PLANAS J, GUINEA G V, ELICES M. Generalized size effect equation for quasibrittle materials [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 1997, 20(5): 671-687.
- [9] HUANG W, CAI X, LI X, et al. Influence of nominal maximum aggregate size and aggregate gradation on pore characteristics of porous asphalt concrete [J]. Materials, 2020, 13(6): 1355-1371.
- [10] NAHHAB A, KETAB A K. Influence of content and maximum size of light expanded clay aggregate on the

- fresh, strength, and durability properties of self-compacting lightweight concrete reinforced with micro steel fibers [J]. *Construction and Building Materials*, 2020, 233: 117922.
- [11] KIM J K, EO S H. Size effect in concrete specimens with dissimilar initial cracks [J]. *Magazine of Concrete Research*, 1990, 42(153): 233-238.
- [12] CHOI S J, YANG K, SIM J, et al. Direct tensile strength of lightweight concrete with different specimen depths and aggregate sizes [J]. *Construction and Building Materials*, 2014, 63: 132-141.
- [13] 杜敏, 金浏, 李冬, 等. 骨料粒径对混凝土劈拉性能及尺寸效应影响的细观数值研究[J]. *工程力学*, 2017, 34(9): 54-63.
- DU M, JIN L, LI D, et al. Mesoscopic simulation study of the influence of aggregate size on mechanical properties and specimen size effect of concrete subjected to splitting tensile loading [J]. *Engineering Mechanics*, 2017, 34(9): 54-63. (in Chinese)
- [14] BAŽANT Z P, PLANAS J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials [M]. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1998: 7-15.
- [15] WEIBULL W. The phenomenon of rupture in solids [J]. *Proceedings of Royal Sweden Institute of Engineering Research*, 1939, 153: 1-55.
- [16] CARPINTERI A, FERRO G. Size effects on tensile fracture properties: a unified explanation based on disorder and fractality of concrete microstructure [J]. *Materials and Structures*, 1994, 27(10): 563-571.
- [17] GUAN J, HU X, LI Q. In-depth analysis of notched 3-p-b concrete fracture [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 165: 57-71.
- [18] ALAM S Y, ZHU R, LOUKILI A. A new way to analyse the size effect in quasi-brittle materials by scaling the heterogeneity size [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, 225: 106864.
- [19] WALRAVEN J C, REINHARDT H W. Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading [J]. *Heron*, 1981, 26(1): 25417.
- [20] FULLER W B, THOMPSON S E. The laws of proportioning concrete [J]. *Trans American Society Civil Engineers*, 1907, 59: 67-143.
- [21] JIN L, YU W X, LI D, et al. Numerical and theoretical investigation on the size effect of concrete compressive strength considering the maximum aggregate size [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2020, 192: 106130.
- [22] ŠAVIJA B, LUKOVIC M, PACHECO J, et al. Cracking of the concrete cover due to reinforcement corrosion: a two-dimensional lattice model study [J]. *Construction and Building Materials*, 2013, 44: 626-638.
- [23] LEE J, FENVES G L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, 124(8): 892-900.
- [24] LUBLINER J, OLIVER J, OLLER S, et al. A plastic-damage model for concrete [J]. *International Journal of Solids & Structures*, 1989, 25(3): 299-326.
- [25] FAEZ A, HAYDER A H, SIME R, et al. Direct tensile testing of self-compacting concrete [J]. *Construction and Building Materials*, 2016, 112: 903-906.
- [26] ZHOU X Q, HAO H. Modelling of compressive behaviour of concrete-like materials at high strain rate [J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2008, 45(17): 4648-4661.
- [27] SONG Z, LU Y. Mesoscopic analysis of concrete under excessively high strain rate compression and implications on interpretation of test data [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2012, 46: 41-55.
- [28] HUANG Y, YAN D, YANG Z, et al. 2D and 3D homogenization and fracture analysis of concrete based on in-situ X-ray computed tomography images and monte carlo simulations [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, 163: 37-54.
- [29] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2015.
- [30] ZHU R, ALAM S Y, LOUKILI A. An experimental investigation on the correlation between the aggregate size effect and the structural size effect [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2020, 234: 107101.

(责任编辑 梁洁)