

疲劳寿命约束下的连续体结构拓扑优化

叶红玲, 苏鹏飞, 王伟伟, 隋允康

(北京工业大学机械工程与应用电子技术学院, 北京 100124)

摘要: 在连续体结构拓扑优化设计中, 优化模型通常考虑强度、刚度、稳定性等力学性能. 为研究在结构优化设计中疲劳特性对于结构拓扑的影响, 基于独立、连续、映射(independent continuous mapping, ICM)拓扑优化方法, 引入了疲劳寿命过滤函数, 提出了连续体结构疲劳拓扑优化的模型和求解方法. 建立以结构质量最小为目标、疲劳寿命为约束的连续体疲劳拓扑优化模型, 通过将疲劳寿命约束转化为应力约束, 对优化模型进行了求解. 数值算例对比了不同刚度过滤函数、疲劳寿命过滤函数的系数, 得到了过滤函数系数对结构质量与结构构型的影响规律; 研究了疲劳寿命和应力分别作为约束时拓扑优化结果的差异性, 给出了不同的循环外载荷工况情况下的算例, 得出了随循环外载荷变化时的结构质量及结构构型. 研究结果验证了连续体疲劳拓扑优化理论的有效性与其可行性.

关键词: 优化设计; 拓扑优化; 连续体; ICM; 过滤函数; 疲劳

中图分类号: O 343.1

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2020)03-0236-09

doi: 10.11936/bjtxb2018090021

Continuum Topology Optimization With Fatigue Life Constraint

YE Hongling, SU Pengfei, WANG Weiwei, SUI Yunkang

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: In topology optimization design for continuous structure, common mechanical properties are considered, such as structural strength, stiffness and stability. To investigate the influence of fatigue on structural topology in optimization design, filter function of fatigue life was introduced and then the model and solution method of fatigue topology optimization for continuous structures were proposed based on independent continuous mapping (ICM) method. With structure minimum weight as objective and the fatigue life as constraints, the fatigue topological optimization model was established and solved by transforming fatigue life constraint into stress constraint. The numerical examples verified the feasibility and effectiveness of theory of fatigue topology optimization. By comparing different coefficients of stiffness filter function and fatigue life filter function, influences from filter function coefficients on structural weight and structural configuration were obtained. Moreover, the differences of topological results were investigated using fatigue and stress as constraints, respectively, structural weight and structural configuration were obtained by giving numerical examples with different cyclic external loads cases. The results extend the ICM method and this basic theory provides a new idea for fatigue topology optimization

收稿日期: 2018-09-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11872080);北京市自然科学基金资助项目(3192005);北京市教育委员会资助项目(SQKM201610005001)

作者简介: 叶红玲(1972—), 女, 教授, 主要从事多学科结构分析优化、动力学分析与控制方面的研究, E-mail: yehongl@bjut.edu.cn

of continuum structures.

Key words: optimal design; topology optimization; continuum; ICM; filter function; fatigue

连续体结构拓扑优化的基本思想是将设计区域划分为有限个数单元,基于目标函数和约束条件,通过一定的算法删除部分区域,形成带孔的连续体,进而实现最优材料布局的设计。相比尺寸优化、形状优化等,拓扑优化有更多的设计自由度,更大的设计空间,对结构轻量化设计贡献更大,具有更高的经济效益,是一种创新且具有挑战性的设计方法。

对于连续体结构,常用的拓扑优化方法有:均匀化方法^[1]、变密度法^[2]、变厚度法^[3]、渐进结构优化法^[4]、水平集方法^[5]、可移动变形组件法(moving morphable component, MMC)^[6]以及独立、连续、映射法(independent continuous mapping method, ICM)^[7]等。在连续体结构拓扑优化设计中,优化模型通常考虑了应力、位移、频率、屈曲等力学性能,而对于疲劳特性的影响研究较少。

在工程实际应用中,长期处于交变载荷作用下的构件非常容易发生疲劳破坏,据统计大约80%以上的工程结构断裂事故是由结构的疲劳破坏引起,但由于疲劳破坏没有明显先兆,很容易被人们忽视。因此,在设计过程中考虑结构疲劳特性是非常必要的。国外的研究学者对于疲劳拓扑优化的研究主要基于固体各向同性材料惩罚模型(solid isotropic material with penalization method, SIMP)展开, Holmberg 等^[8]引入临界疲劳应力到约束中,通过疲劳分析中的损伤因子确定的临界疲劳应力与静应力一起构成约束条件,实现了对结构的轻量化; Collet 等^[9]运用 Sine 方法与修正的 Goodman 破坏准则,建立了以局部疲劳寿命及柔顺度为约束、结构质量为目标连续体结构疲劳拓扑优化模型; Jeong 等^[10]在应力寿命法基础上利用平均应力表示疲劳分析过程,推导了相对于设计变量的疲劳失效约束灵敏度,提出了考虑动态疲劳与静态破坏准则为约束的拓扑优化方法; Oest 等^[11]利用疲劳损伤因子来描述疲劳响应,利用 P-norm 函数将疲劳约束凝集化,建立了以疲劳寿命为约束、造价为目标的结构拓扑优化模型。国内学者中,邓明江等^[12]采用 OptiStruct 进行结构拓扑优化,以质量最小为优化目标,实现了多载荷工况下翼肋轻量化设计的同时满足疲劳寿命的要求;王剑等^[13]对焊接结构的疲劳寿命进行了灵敏度分析,建立了结构应力、疲劳寿命对设计参数的灵敏

度方程,为焊接结构疲劳寿命的优化设计提供了理论基础和技术支持。

目前,关于结构疲劳拓扑优化方法的研究还相对比较少,本文基于 ICM 拓扑优化理论与疲劳分析法,建立了以结构质量最小为目标、单元疲劳寿命为约束的连续体疲劳拓扑优化模型,并将疲劳寿命约束转化为应力约束对优化模型进行了求解,研究结果对于考虑疲劳特性的结构轻量化设计提供了新思路和新方法。

1 ICM 方法概述

ICM 方法是指“独立、连续、映射”。“独立”是指用独立于物理参数的设计变量来表征单元的“有”与“无”;“连续”是把本质上 0~1 的离散设计变量映射为(0,1]区间上的连续值;“映射”是指通过过滤函数的引入,使独立连续的拓扑设计变量再反演成离散拓扑设计变量,完成拓扑变量“离散-连续-离散”的转化。在转化过程中,过滤函数的引入是 ICM 方法的关键,过滤函数不仅对单元保留与否进行过滤或识别,而且它也是从单元性能向拓扑变量的映射。同时,过滤函数的引入也解决了数值不稳定性问题^[14]。

引入质量过滤函数 $f_w(t_i)$ 、刚度过滤函数 $f_k(t_i)$,如

$$\begin{aligned} w_i &= f_w(t_i)w_i^0 \\ \mathbf{k}_i &= f_k(t_i)\mathbf{k}_i^0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中: t_i 为拓扑变量值; w_i 、 \mathbf{k}_i 分别表示 i 单元拓扑优化过程中的质量、刚度阵; w_i^0 、 \mathbf{k}_i^0 分别表示 i 单元的固有质量、固有刚度阵^[7]。

由于过滤函数的差异直接会导致优化求解计算效率与优化结果的差异^[15]。本文使用幂函数型过滤函数进行参数的识别和过滤,其数学表达式为

$$f(t_i) = t_i^\alpha, \alpha \geq 1 \quad (2)$$

式中 α 为幂函数过滤函数的指数参数。过滤函数指数参数取值的不同,影响着过滤函数对单元性能识别的快慢。同时,各过滤函数指数参数的不同,也直接影响到最终的拓扑结果。

本文研究中采用各向同性材料,设存在矩阵 \mathbf{A} , 弹性模量为 E , 使得其弹性张量矩阵为

$$\mathbf{C}_{ijkl} = E\mathbf{A} \quad (3)$$

引入刚度过滤函数 $f_k(t_i)$ 可得

$$\mathbf{C}_{ijkl} = \mathbf{E}\mathbf{A} = f_k(t_i) \mathbf{C}_{ijkl}^0 = f_k(t_i) \mathbf{E}^0 \mathbf{A} \quad (4)$$

式中: \mathbf{C}_{ijkl}^0 为固有弹性张量矩阵; \mathbf{E}^0 为固有弹性模量, 即

$$\mathbf{C}_{ijkl} = f_k \mathbf{C}_{ijkl}^0 = \begin{bmatrix} f_k \frac{E^0}{1-v^2} & f_k \frac{E^0 v}{1-v^2} & 0 \\ f_k \frac{E^0 v}{1-v^2} & f_k \frac{E^0}{1-v^2} & 0 \\ 0 & 0 & f_k G^0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

依据 ICM 方法的基本原理, 识别单元刚度阵的过滤函数其实质是对单元弹性模量的识别. 各过滤函数指数参数可依据数值实验和工程经验进行选择, 本文将探讨过滤函数指数参数对于拓扑优化结果的影响规律.

2 疲劳拓扑优化模型建立及求解

2.1 疲劳分析方法

结构在长期循环载荷下易发生疲劳破坏, 其中, 疲劳寿命是衡量结构疲劳特性的一个重要指标. 它以材料或零件的 $S-N$ 曲线为基础, 结合疲劳损伤累积理论, 校核疲劳强度或者计算疲劳寿命^[16]. $S-N$ 曲线描述了循环载荷的峰值应力与疲劳寿命之间的关系, 最常见的是幂函数形式, 如

$$\sigma_L^\beta L = C \quad (6)$$

式中 β 与 C 为材料常数, 与材料性质、试样形式、应力比和加载方式有关, 本文所研究材料 $\beta = 7.5$, $C = 20.5$.

结构破坏的依据是疲劳累积损伤理论, 根据 Miner 法则, 疲劳损伤可以线性地累加, 如

$$D = \sum D_n = \sum_{n=1}^m \frac{h_n}{H_n} \quad (7)$$

式中: H_n 表示第 n 种应力水平下的疲劳寿命; h_n 表示第 n 种应力水平下的循环次数; m 为应力水平级数, 当累加的损伤满足 $D = 1$ 时, 即为材料破坏. 本文使用名义应力法来预测结构疲劳寿命, 依据的结构破坏准则是疲劳累积损伤理论.

2.2 疲劳拓扑优化过滤函数的引入

在疲劳拓扑优化设计中, 考虑到结构的疲劳寿命应大于许用疲劳寿命, 即

$$L_i(t_i) \geq \bar{L}_i \quad (8)$$

式中: L_i 为 i 单元的疲劳寿命; \bar{L}_i 为 i 单元的许用疲劳寿命.

引入倒寿命

$$I_i = \frac{1}{L_i} \quad (9)$$

由此 $\bar{I}_i = \frac{1}{\bar{L}_i}$, I_i^0 表示 i 单元固有的许用疲劳寿命. 则式(8)可以写为

$$I_i(t_i) \leq \bar{I}_i \quad (10)$$

依据 ICM 方法, 过滤函数是在 $(0, 1]$ 区间的增函数, 引入疲劳寿命过滤函数 $f_L(t_i)$, 式(10)可以表示为

$$I_i(t_i) \leq f_L(t_i) \bar{I}_i \quad (11)$$

再将式(9)代入式(10), 则式(8)得

$$L_i(t_i) \geq \frac{\bar{L}_i}{f_L(t_i)} \quad (12)$$

式(12)的右端可以写为

$$\bar{L}_i = \frac{\bar{L}_i}{f_L(t_i)} \quad (13)$$

也就是说, 根据 ICM 方法, 单元疲劳许用寿命是由单元固有疲劳许用寿命经过过滤函数 $f_L(t_i)$ 识别得到的.

2.3 疲劳拓扑优化模型的建立

建立以结构质量最小为目标、单元疲劳寿命为约束的疲劳拓扑优化模型, 如

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{t} \in (t_1, \dots, t_N)^T \\ \text{make } W = \sum_{i=1}^N w_i \rightarrow \min \\ \text{s. t. } L_i \geq \bar{L}_i \\ \quad (i = 1, \dots, N) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{t} \in (t_1, \dots, t_N)^T$ 为设计区域内单元拓扑设计变量向量; W 为结构质量; w_i 为 i 单元的质量; L_i 为 i 单元的疲劳寿命; N 为单元拓扑设计变量的数目.

引入质量过滤函数 $f_w(t_i)$ 、寿命过滤函数 $f_L(t_i)$, 可得到基于 ICM 方法的疲劳拓扑优化模型, 如

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{t} \in (t_1, \dots, t_N)^T \\ \text{make } W = \sum_{i=1}^N f_w(t_i) w_i^0 \rightarrow \min \\ \text{s. t. } L_i \geq \frac{\bar{L}_i}{f_L(t_i)} \\ \quad (i = 1, \dots, N) \end{cases} \quad (15)$$

在疲劳拓扑优化中, 利用 $S-N$ 曲线将结构的疲劳寿命用峰值应力形式来表示, 即循环载荷的峰值应力, 记

$$L = C \frac{1}{\sigma_L^\beta} \quad (16)$$

从而得到

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{t} \in (t_1, \dots, t_N)^T \\ \text{make } W = \sum_{i=1}^N f_w(t_i) w_i^0 \rightarrow \min \\ \text{s. t. } \sigma_{iL}^\beta(L_i) \leq f_L(t_i) \sigma_{iL}^\beta(L_i^0) \\ (0 < t_j \leq t_i \leq 1; i = 1, \dots, N) \end{cases} \quad (17)$$

$$f_w(t_i) \geq f_w(t_i^*) \quad (25)$$

进而

$$W = \sum_{i=1}^N f_w(t_i) w_i^0 \geq \sum_{i=1}^N f_w(t_i^*) w_i^0 = W^* \quad (26)$$

表明 t_i^* 是规划的最优解,由式(19)可解得

$$t_i^* = f_L^{-\frac{1}{\beta}} \left(\frac{\sigma_{iL}(L_i)}{\sigma_{iL}^0(L_i^0)} \right) \quad (27)$$

上述研究是基于静定化假设推导的,要进行有限元疲劳分析,求解拓扑变量需要不断迭代。

2.5 优化模型优化收敛准则

在优化过程中,每次所得优化结果的结构需满足疲劳寿命约束所给定的约束值。因此,在算法流程中,首先应保证结构的疲劳寿命满足给定约束寿命值,即

$$\varepsilon = L^{(v)} - \underline{L} \geq 0 \quad (28)$$

式中: $L^{(v)}$ 为第 v 次迭代结构的疲劳寿命。

其次,优化的目标为结构质量最小,在程序实现过程中,即使得第 $v+1$ 与 v 轮迭代中质量足够接近,即

$$\left| \frac{W^{(v+1)} - W^{(v)}}{W^{(v+1)}} \right| \leq \xi \quad (29)$$

则拓扑优化迭代终止。式中: $W^{(v)}$ 、 $W^{(v+1)}$ 分别为上轮与本轮迭代的结构质量; ξ 为输入的收敛精度。

3 疲劳拓扑优化算法流程

基于上述理论方法,疲劳拓扑优化基于 MSC. Patran 软件平台,借助 MSC. Nastran 和 MSC. Fatigue 求解器,利用 PCL 语言实现连续体结构的疲劳寿命拓扑优化。对应的算法流程图如图 1 所示。

具体流程如下:

- 1) 获取 MSC. Patran 建立的有限元模型数据。
- 2) 在优化菜单中输入优化参数。
- 3) 提交计算,首先基于 MSC. Nastran 对结构进行静力分析,之后再借助 MSC. Fatigue 进行疲劳分析。
- 4) 提取疲劳寿命等有限元分析结果,形成优化模型并求解。
- 5) 反演拓扑变量,更新有限元模型进行疲劳分析。
- 6) 如果结构满足疲劳寿命条件,转至第7)步;若不满足条件,则借助二分法重新选取阈值,转至第5)步。
- 7) 根据质量收敛准则判断是否收敛,如果不收敛,更新有限元模型,转至第3)步,进入下一次循环;如果满足收敛,得到最优拓扑图形,结束优化计算。

式中: $\sigma_{iL}(L_i)$ 为 i 单元的疲劳寿命对应循环载荷的峰值应力; $\sigma_{iL}(L_i^0)$ 为 i 单元的固有许用疲劳寿命对应循环载荷的峰值应力。

2.4 应力零阶近似方法及优化模型的求解

求解优化模型时,基于 ICM 方法中提出的应力零阶近似求解策略,应力零阶近似处理方法实际为满应力设计方法,是结构优化准则法中的一个传统设计方法。通过设定结构在满足约束条件的同时,应力达到最大来获得结构优化的传力路径,从而得到理想的优化结果。

在疲劳拓扑优化中,通过设定结构满足约束条件的同时,循环动应力达到最大来获得最佳的拓扑优化路径,得到拓扑优化结果。式(9)中约束可以描述为

$$f_L^{\frac{1}{\beta}}(t_i) \geq \frac{\sigma_{iL}(L_i)}{\sigma_{iL}(L_i^0)} \quad (18)$$

取 t^* , 记

$$f_L^{\frac{1}{\beta}}(t_i^*) = \frac{\sigma_{iL}(L_i)}{\sigma_{iL}(L_i^0)} \quad (19)$$

则式(18)可写为

$$f_L^{\frac{1}{\beta}}(t_i) \geq f_L^{\frac{1}{\beta}}(t_i^*) \quad (20)$$

根据过滤函数具有严格单调增加性,且 $f(0) = 0$ 、 $f(1) = 1$, 可得

$$f_L(t_i) \geq f_L(t_i^*) \quad (21)$$

所以,式(17)等价于

$$\begin{cases} \text{find } \mathbf{t} \in (t_1, \dots, t_N)^T \\ \text{make } W = \sum_{i=1}^N f_w(t_i) w_i^0 \rightarrow \min \\ \text{s. t. } f_L(t_i) \geq f_L(t_i^*) \\ (0 < t_j \leq t_i \leq 1; i = 1, \dots, N) \end{cases} \quad (22)$$

假定 $f_w(t_i) = t_i^{\alpha_w}$ 和 $f_L(t_i) = t_i^{\alpha_L}$, 式中 α_w 与 α_L 分别为质量过滤函数与寿命过滤函数的指数参数, 于是

$$[f_L(t_i)]^{\frac{\alpha_w}{\alpha_L}} = t_i^{\alpha_w} = f_w(t_i) \quad (23)$$

则有

$$[f_L(t_i)]^{\frac{\alpha_w}{\alpha_L}} \geq [f_L(t_i^*)]^{\frac{\alpha_w}{\alpha_L}} \quad (24)$$

将式(23)代入式(24)中得

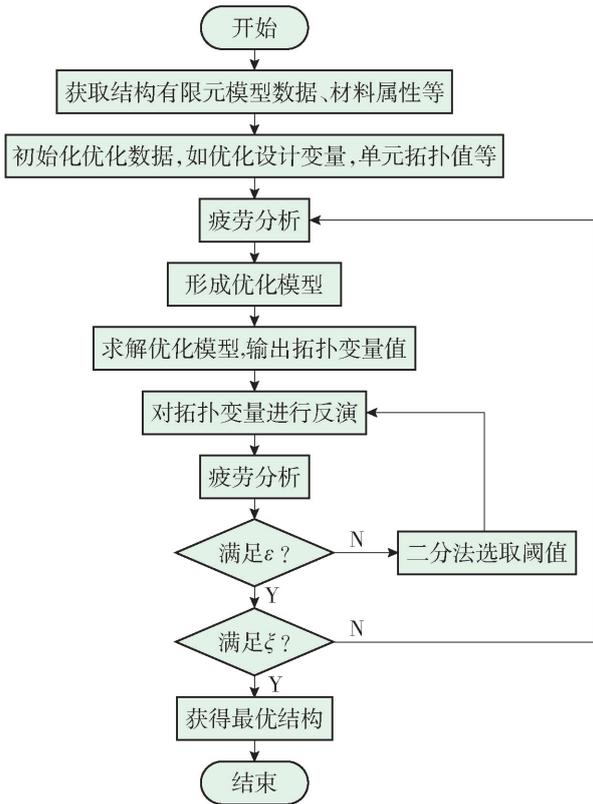


图1 算法流程

Fig. 1 Algorithm flow

4 数值算例

本文给出3个算例来验证基于ICM方法的疲劳拓扑优化有效性及可行性. 算例中,材料参数设置为弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu = 0.25$;在疲劳拓扑优化中,对结构施加的载荷为正弦函数形式的对称循环载荷,如图2所示,所给的 F 为循环载荷的峰值应力. 在疲劳拓扑优化程序实现下列算例的过程中,质量收敛精度均为0.001. 为防止棋盘格现象的产生,通过约束系数的过滤方法来确定过滤半径^[7],设定为单元网格长度的1.4倍.

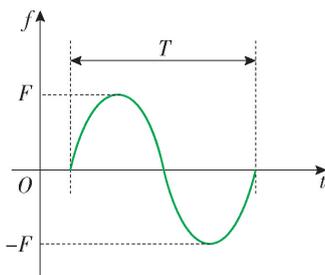


图2 循环载荷形式

Fig. 2 Cyclic loading form

4.1 算例1

基结构如图3所示,结构上下两边施加固定约

束,在右侧突出部分的中心处施加对称循环载荷,其峰值为 $F = 70 \text{ kN}$,为避免应力集中的影响,将载荷分散在边界中间的3个节点上. 基结构的质量为 $1\,152 \text{ kg}$,在疲劳拓扑优化过程中,设定结构约束值为100次循环寿命. 对于过滤函数系数,取 $\alpha_w = 1.0$, $\alpha_k = 1.0$, $\alpha_L = 2.0$.

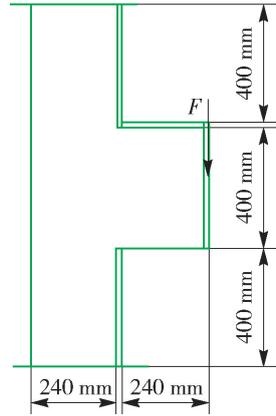
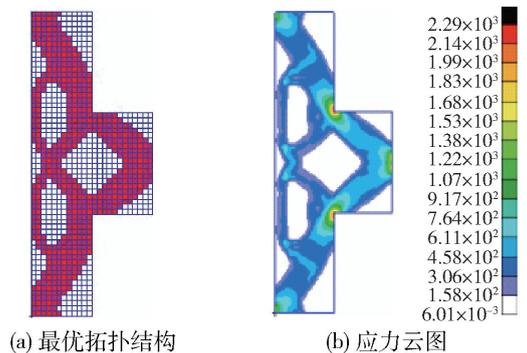


图3 基结构

Fig. 3 Basic structure

图4给出了最优拓扑结构图以及对应的应力云图,图5给出了质量和疲劳寿命的迭代历史曲线,以及迭代过程中的拓扑结构图. 经优化后,最优结构疲劳寿命为165次,满足约束条件,并结合图4可得,最优拓扑图像结构清晰,传力路径明确,应力分布较均匀.



(a) 最优拓扑结构

(b) 应力云图

图4 最优结构和应力云图

Fig. 4 Optimal structure and stress cloud map

从图5中可得,在结构满足疲劳约束的条件下,结构的疲劳寿命稳定收敛,结构质量随着迭代次数趋于稳定收敛. 从迭代过程中可以清晰看出,迭代求解过程即为寻求最佳“传递载荷路径”的过程,结构质量从 $1\,152 \text{ kg}$ 变为 787.56 kg ,减重约31.63%,验证了基于ICM方法的疲劳拓扑优化有效性及可行性.

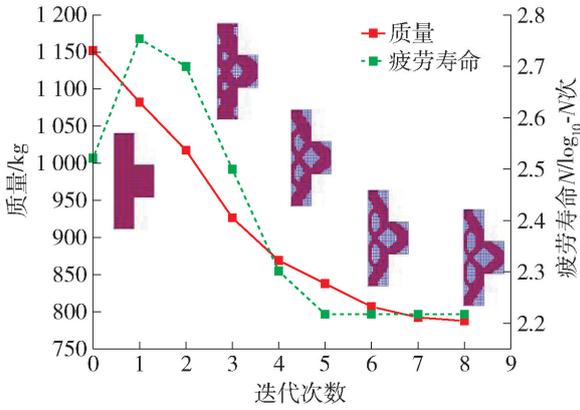


图5 迭代历史曲线

Fig. 5 Iterative history curves

4.2 算例2

如图6所示,设计域为50 mm × 10 mm × 2 mm的梁结构,对称循环载荷作用于上边界的两侧,其峰值为 $F = 400\text{ N}$, 为避免应力集中影响,将载荷分散在边界的3个节点上,左下角处采用铰支,右下角处采用辊轴支座. 基结构的总质量为1 000 g, 给定疲劳约束为330次.

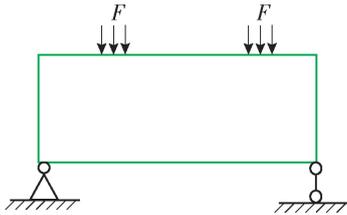


图6 基结构

Fig. 6 Basic structure

在该算例中,针对幂函数型过滤函数的不同系

数进行了比较. 在专著[7]中验证质量过滤函数的系数 $\alpha_w = 1.0$ 为较好的选择,因此在算例中仅研究比较了刚度过滤函数、疲劳寿命过滤函数系数对优化结果的影响规律,如表1所示.

表1 不同情况的过滤函数系数

Table 1 Different cases of filter function parameters

情况	系数选取		
1	$\alpha_w = 1.0$	$\alpha_k = 1.0$	$\alpha_L = 2.0$
2	$\alpha_w = 1.0$	$\alpha_k = 1.0$	$\alpha_L = 2.5$
3	$\alpha_w = 1.0$	$\alpha_k = 1.0$	$\alpha_L = 3.0$
4	$\alpha_w = 1.0$	$\alpha_k = 2.0$	$\alpha_L = 3.0$
5	$\alpha_w = 1.0$	$\alpha_k = 3.0$	$\alpha_L = 3.0$

图7给出了不同情况下结构质量的迭代情况,表2给出了不同策略下优化结果情况,包括了最优拓扑图、最优结构的质量以及结构的疲劳寿命.

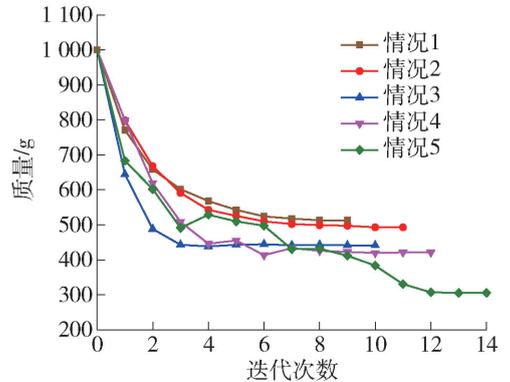


图7 质量迭代历史曲线

Fig. 7 Iterative history curves of weight

表2 不同策略的拓扑优化结果

Table 2 Results of topology optimization with different strategies

情况	最优结构图	结构质量/g	疲劳寿命/次	迭代次数
1		512.99	332	9
2		492.70	380	11
3		442.75	332	10
4		310.06	332	12
5		305.38	332	14

从图7中可以看出,5种情况在满足约束的条件下,均稳定收敛.在表3中,所得结果的构型基本一致.从情况1、2、3中可以看出,在保持 α_w 、 α_k 不变的情况下,随着 α_L 的增加,所得最优结构的质量变小,拓扑构型也在发生变化;比较情况3、4、5可以看出 α_w 、 α_L 保持不变,随着 α_k 的增大,最优结构的质量变小,而且减重效果越发明显,但拓扑构型并未发生变化.在设置系数中,情况5的系数设置优化效果最好,优化后的结构质量为305.38 g,减重69.46%.从迭代次数来看,情况1下的迭代次数最少,情况5下的迭代次数最多,但总体来看,基于ICM方法的疲劳拓扑优化迭代次数都比较少,且稳定收敛.

4.3 算例3

如图8所示,设计域为80 mm × 20 mm × 2 mm的连续体结构,对称循环载荷作用于上边界,为避免应力集中的影响,将载荷分散在边界中间的3个节点上,左右两侧均采用固定约束方式,对于过滤函数系数,取 $\alpha_w = 1.0$, $\alpha_k = 1.0$, $\alpha_L = 2.0$.

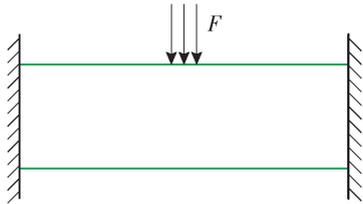


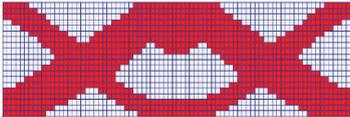
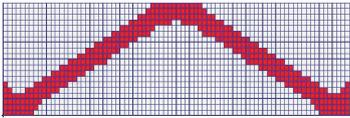
图8 基结构

Fig. 8 Basic structure

为了研究比较疲劳拓扑优化与专著[7]中应力约束拓扑优化,对基结构分别施加了峰值为1 650 N的循环载荷与大小为1 650 N的固定载荷,2种拓扑优化约束条件满足式(16)关系.表3给出了疲劳拓扑优化与应力约束拓扑优化的结果比较,图9给出了2种方法的质量迭代历史曲线.

表3 不同优化类型的拓扑优化结果

Table 3 Results of topology optimization with different topology optimization types

优化类型	最优拓扑结构	质量/g
疲劳拓扑优化		1 849.34
应力约束拓扑优化		1 299.33

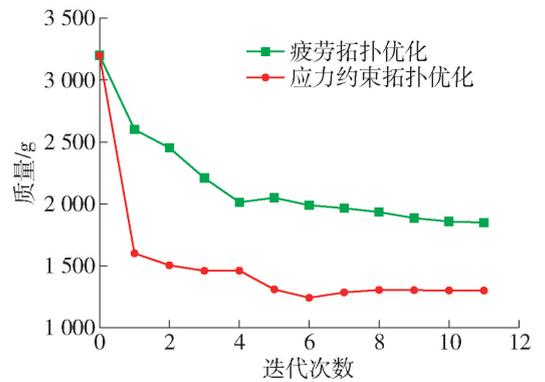


图9 质量迭代历史曲线

Fig. 9 Iterative history curves of weight

从表3中可以看出,结构受循环外载荷与静载荷所得到的结构有差异,疲劳拓扑优化最优结构的质量为1 849.34 g,应力约束拓扑优化最优结构质量为1 299.33 g.对结构施加静载荷,结构传力路径相对简单,而当结构受到循环外载荷时,由于外载荷作用的往复性使得结构的传力路径变得复杂,因此疲劳拓扑结构构型与应力约束拓扑优化的构型差异比较大.

同时,为了研究不同循环载荷对疲劳拓扑优化结果的影响,增加外加循环载荷峰值 F 分别为1 780、1 900、2 000、2 100 N.疲劳寿命约束值为900次循环.图10、11分别为质量、疲劳寿命的迭代历史曲线,图12为不同循环载荷下的质量变化的曲线.表4给出了不同循环载荷下优化结果情况,包括了最优拓扑结构的质量、最优拓扑图以及应力云图.

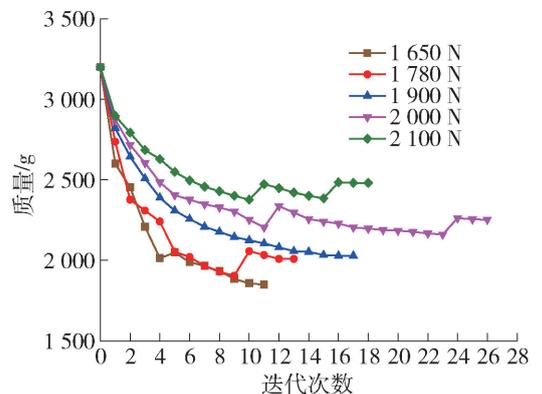


图10 质量迭代历史曲线

Fig. 10 Iterative history curves of weight

从图10、11可以得出,在不同循环载荷作用下所进行的拓扑优化设计均可以达到稳定的收敛,且约束条件均满足所给定约束.结合图12可以得出,在满足约束条件的情况下,随着循环载荷

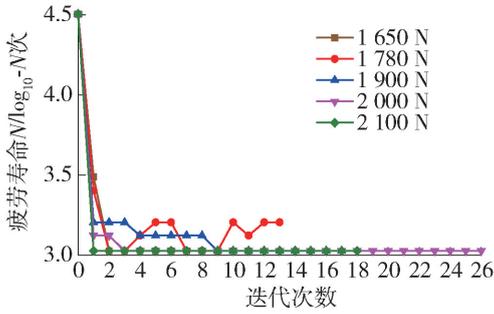


图 11 疲劳寿命迭代历史曲线

Fig. 11 Iterative history curves of fatigue life

的增加,疲劳拓扑优化结构的质量大致呈线性增加趋势。

从表 4 可以看出,不同循环载荷下的最优结构拓扑形式基本一致,但随着循环载荷峰值的增大,结构中能够起支撑作用的部分逐渐变宽,结构的质量随着循环载荷的增大而增大,符合工程实际。从拓扑结构的应力云图来看,应力分布较均匀,所得最优拓扑结构均满足约束条件。从表 4 中可以看到,循环载荷为 1 650 N 的最大应力最大,为 1 320 MPa,循环载荷为 1 780 N 的最大应力最小,为 1 200 MPa。

表 4 不同循环载荷下的拓扑优化结果

Table 4 Results of topology optimization with different cyclic load

循环载荷峰值/N	质量/g	最优拓扑图像	应力云图	最大应力/MPa
1 650	1 849.34			1 320
1 780	2 009.18			1 200
1 900	2 029.16			1 310
2 000	2 252.94			1 290
2 100	2 480.71			1 260

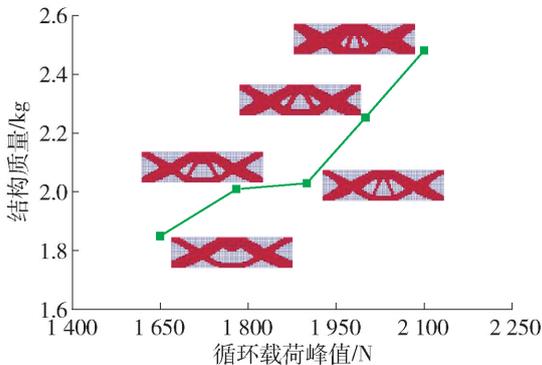


图 12 质量随循环载荷变化的曲线

Fig. 12 Curve of weight change with cyclic load

5 结论

1) 基于 ICM 拓扑优化方法建立了以结构质量为目标、单元疲劳寿命为约束的连续体疲劳拓扑优化模型,实现了考虑结构疲劳特性下的拓扑优化。

2) 连续体疲劳拓扑优化中,采用幂函数型过滤函数时,随着刚度过滤函数指数参数的增大,结构构型基本不变,结构质量均减小;随着寿命过滤函数指数参数的增大,结构构型改变,结构质量均减小。

3) 连续体结构疲劳寿命约束拓扑优化结果与应力约束拓扑优化结果差异比较大,主要原因是结构施加的载荷分别为循环载荷和静态载荷不同产生的。同时在疲劳拓扑优化中,随着结构所受循环载

荷的增加,所得最优结构的质量大致呈线性增加趋势.

参考文献:

- [1] BENDSØE M P, KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 71(2): 197-224.
- [2] BENDSØE M P, SIGMUND O. Material interpolation schemes in topology optimization[J]. *Archieve of Applied Mechanics*, 1999, 52(69): 635-654.
- [3] 程耿东, 张东旭. 受应力约束的平面弹性体的拓扑优化[J]. *大连理工大学学报*, 1995, 35(1): 1-9.
CHENG G D, ZHANG D X. Topological optimization of plane elastic continuum with stress constraints[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 1995, 35(1): 1-9. (in Chinese)
- [4] XIE Y M, STEVEN G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization[J]. *Computers and Structures*, 1993, 49(5): 885-896.
- [5] SETHIAN J A, WIEGMANN A. Structural boundary design via level-set and immersed interface methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 163(2): 489-528.
- [6] GUO X. Doing topology optimization explicitly and geometrically: a new moving morphable components based framework[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2014, 81(8): 1-12.
- [7] 隋允康, 叶红玲. 连续体结构拓扑优化的 ICM 方法[M]. 北京: 科学出版社, 2013: 27-48.
- [8] HOLMBERG E, TORSTENFELT B, KLARBRING A. Fatigue constrained topology optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 50(2): 207-219.
- [9] COLLET M, BRUGGI M, DUYSINX P. Topology optimization for minimum weight with compliance and simplified nominal stress constraints for fatigue resistance[J]. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2016, 55(3): 1-17.
- [10] JEONG S H, CHOI D H, YOON G H. Fatigue and static failure considerations using a topology optimization method[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(3/4): 1137-1162.
- [11] OEST J, LUND E. Topology optimization with finite-life fatigue constraints[J]. *Structural & Multidisciplinary Optimization*, 2017, 56(5): 1-15.
- [12] 邓明江, 姚卫星. 某运输机机翼翼肋疲劳拓扑优化[J]. *江苏航空*, 2012(增刊1): 16-19.
DENG M J, YAO W X. Fatigue topology optimization of a wing rib of a transport aircraft[J]. *Jiangsu Aviation*, 2012(Suppl 1): 16-19. (in Chinese)
- [13] 王剑, 王悦东, 陈秉智. 焊接结构焊缝疲劳寿命的灵敏度分析[J]. *固体力学学报*, 2010, 31(增刊1): 281-284.
WANG J, WANG Y D, CHEN B Z. Structural stress method based sensitivity analysis of fatigue life evaluation about weld structures[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2010, 31(Suppl 1): 281-284. (in Chinese)
- [14] 叶红玲, 隋允康. 应力约束下连续体结构的拓扑优化[J]. *北京工业大学学报*, 2006, 32(4): 301-305.
YE H L, SUI Y K. Topological optimization of continuum structure under stress constraints[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2006, 32(4): 301-305. (in Chinese)
- [15] 叶红玲, 沈静娴, 隋允康. 过滤函数对应力约束连续体结构拓扑优化的影响分析[J]. *北京工业大学学报*, 2013, 39(3): 321-330.
YE H L, SHEN J X, SUI Y K. Analysis of effects of different filter functions on topology optimization of continuous structure with stress constraint[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2013, 39(3): 321-330. (in Chinese)
- [16] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 1-75.

(责任编辑 张 蕾)