

电极丝临界摩擦力和锥角的研究及试验

王 民^{1,2}, 胡建飞¹, 刘建勇³, 王彦贞⁴

(1. 北京工业大学机械工程与应用电子技术学院先进制造技术北京市重点实验室, 北京 100124;
2. 电火花加工技术北京市重点实验室, 北京 100191; 3. 北京市电加工研究所, 北京 100191;
4. 河北软件职业技术学院智能工程系, 河北 保定 071000)

摘 要: 电火花加工机床利用电火花加工原理加工导电材料, 为了避免加工过程中电极丝在进给时发生失稳断丝, 首先, 将电极丝简化为 Euler-Bernoulli 梁, 建立了具有通用性的电极丝临界摩擦力和临界锥角的计算模型. 接着, 以直径为 0.19 mm、长度为 63 mm 的钨电极丝为例, 得出了其临界摩擦力和临界锥角的大小. 最后, 通过摩擦力测试试验验证了模型的准确性. 利用该模型及其计算结果可有效避免电极丝发生失稳断丝的同时还能指导电极丝锥度的调节.

关键词: 电火花加工机床; 电极丝; 临界摩擦力; 摩擦力测试试验

中图分类号: TH 113; TG 661

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2019)04-0307-07

doi: 10.11936/bjtxb2018010015

Research on Critical Friction Force and Critical Angle of Electrode Wire and the Test

WANG Min^{1,2}, HU Jianfei¹, LIU Jianyong³, WANG Yanzhen⁴

(1. Advanced Manufacturing Technology of the Key Laboratory of Beijing Municipality, College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Municipal Key Laboratory of EDM Technology, Beijing 100191, China; 3. Beijing Institute of Electro-machining, Beijing 100191, China; 4. Intelligent Engineering Department, Hebei Software Institute, Baoding 071000, Hebei, China)

Abstract: EDM machine tool is a special machine tool for processing conductive material by using EDM principle. To avoid broken wires when feeding the electrode wire in the process of machining. First, the electrode wire was simplified as an Euler-Bernoulli beam, and a generalized calculation model for the critical frictional force and critical cone angle of the electrode wire was established. Then, the tungsten electrode wire with a diameter of 0.19 mm and a length of 63 mm was taken as an example to obtain the critical frictional force and the critical cone angle, and the accuracy of the model was verified by the friction test. Finally, the accuracy of the model was verified by the friction test. Using this model and its calculation results can effectively avoid wire breakage of wire electrode and guide the adjustment of electrode taper.

Key words: electric discharge machine (EDM) tool; electrode wire; critical friction force; friction force test

电火花微细加工属于非接触加工, 没有宏观切削力, 精度高, 表面质量好, 能够较好地保证零件的

加工精度, 设备成本低, 适合于机械加工难以胜任的高硬度、高强度、高熔点、高韧性、高脆性材料的加

收稿日期: 2018-01-19

基金项目: 北京市自然科学基金委员会-北京市科学技术研究院联合资助项目(L150006)

作者简介: 王 民(1972—), 男, 教授, 主要从事机床动力学、制造系统智能监控及机床精度及其保持性方面的研究, E-mail: wangm@bjut.edu.cn

工^[1]. 因此微细电火花加工机床在国防、军事和高端民用等众多领域得到了广泛的应用^[2]. 例如高端发动机上燃油喷射系统中的喷油嘴的喷孔成倒锥形状,对孔加工精密度要求较高,利用电火花加工可以达到很好的效果^[3].

国内将电极丝作为研究对象的多为电火花线切割机床^[4],而针对电火花孔加工机床上的电极丝研究较少,尤其针对微细孔加工过程中电极丝在受力、断丝方面的研究更少,尚未有相关文献对孔加工机床上的电极丝和导向器之间的摩擦力进行具体的建模及试验研究. 然而电极丝在加工过程中起到切削刀具的作用,由于加工倒锥孔的时候电极丝需要和主轴线有一个角度,这就不可避免的引入了电极丝和导向器之间的摩擦力. 在孔加工过程中导向器和电极丝之间的摩擦力会引起电极丝的挠曲变形,影响加工效率和加工精度. 过大的摩擦力会引起进给精度误差过大和电极丝受压失稳而频繁折断等问题;过小的摩擦力会使得电极丝在微动进给时将产生微小的晃量,从而增大放电面积导致加工时间增加、电极丝的损耗增大、微细孔精度降低. 另外电极丝下端的锥角对于电火花加工前期的调锥工作影响很大,确定合适的临界锥角对于电火花加工的参数选择具有指导意义^[5]. 因此研究电极丝和导向器之间的摩擦力和电极丝的临界锥角是非常有必要的.

根据电极丝本身的特点和受力情况,本文将电极丝简化为 Euler-Bernoulli 梁,建立电极丝和导向器间的临界摩擦力计算模型以及电极丝临界锥角计算模型. 利用建立的数学模型计算出不同规格的电极丝的临界摩擦力和临界锥角,为加工过程中电极丝的选型和电极丝调锥范围提供必要的参考,并利用相关试验来验证模型的准确性.

1 确定电极丝临界摩擦力

1.1 精密微细电火花机床进丝机构

本文主要研究的内容是精密微细电火花机床电极丝与导向器之间的摩擦力,这部分机构是进丝机构,其三维图如图 1 所示.

进丝机构主要由电机、W轴、夹丝管、电极丝、R轴、导向器组成. 其中,电极丝由夹丝管夹持,夹丝管固联在 W轴上,通过电机带动 W轴在导轨上的往复运动试验电极丝的间歇性往复进给运动. R轴具有带动电极丝旋转从而加工出倒锥孔的作用. 导向器的作用是调节电极丝下端的锥度,从而加工出合适的锥孔. 试验加工用的电极丝是直径为 0.10 ~

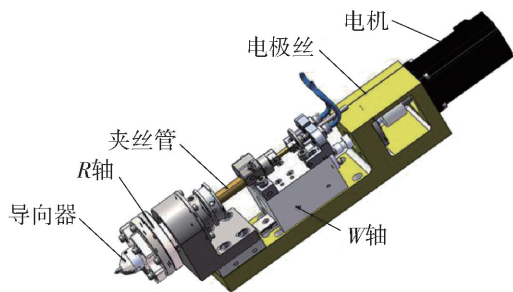


图 1 进丝机构三维图

Fig. 1 Three dimensional drawing of wire feeding mechanism

0.25 mm 的钨电极丝,可满足多孔径尺寸的微细孔加工. 本文选用的电极丝为直径为 0.19 mm 的钨丝.

1.2 临界摩擦力计算模型及结果

由于要求的是电极丝的临界摩擦力,而与电极丝接触的部分只有夹丝管和导向器,因此将其他部件隐藏之后的模型如图 2(a) 所示. 进一步可将电极丝简化成如图 2(b) 所示:电极丝在夹丝管夹持力作用下处于全约束状态,A 处截面为夹丝管下端,电极丝处于固定端约束状态,B 处为电极丝与导向器接触部分,只有沿 x 方向移动的自由度,且在相对运动过程中有摩擦力的存在.

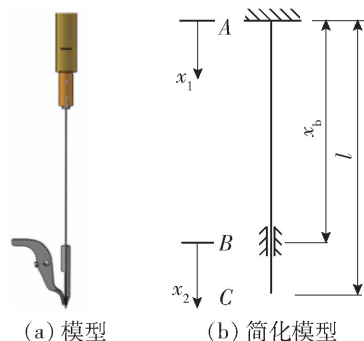


图 2 电极丝简化模型

Fig. 2 Simplified model of electrode wire

在微细孔加工过程中,AB 段是电极丝位于夹丝管和导向器之间的部分,BC 段为用于放电工作部分的电极丝;由于电极丝的损耗和加工深度的增加,W轴将带动夹丝管夹紧电极丝向下进给以加工更深微细孔和对电极丝磨损的补偿. 在这个过程中电极丝 A 端受夹丝管的压力,而 B 端受导向器对其的摩擦力,AB 段电极丝在夹丝管的推力和摩擦力作用下易发生失稳而弯曲,甚至是折断.

A 点处电极丝被夹丝管夹紧固定,相当于固定端约束;而 B 点电极丝和导向器属于点接触,可看作铰支约束. 这样就可以将 AB 段电极丝简化为一

端固定、另一端铰支的细长杆进行受压稳定性分析。由经典材料力学理论可知, 在不同边界条件约束情况下的统一临界力公式为^[6]

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\alpha l)^2} \quad (1)$$

式中: E 为电极丝弹性模量; I 为电极丝圆截面惯性矩; α 为电极丝长度系数; l 为电极丝长度。

式(1)中长度系数 α 为未知量, 需要根据材料力学力的知识进行简单的推导。电极丝在向下进给的过程中的简化模型如图3所示, 取向下为 x 轴正方向, 与 x 轴垂直向右为 y 轴正方向。

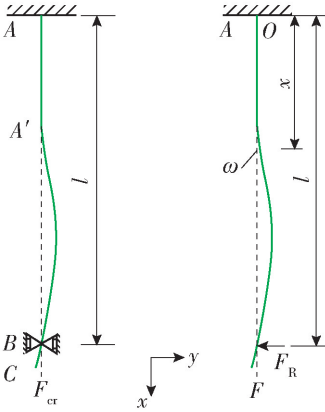


图3 电极丝简化模型图及计算简图

Fig.3 Simplified model diagram and calculation diagram of electrode wire

于是, 挠曲线的微分方程应为

$$\frac{d^2 \omega}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{F\omega}{EI} + \frac{F_R}{EI}(l-x) \quad (2)$$

令 $k^2 = \frac{F}{EI}$, 代入式(2)中可求其通解为

$$\omega = A \sin kx + B \cos kx + \frac{F_R}{F}(l-x) \quad (3)$$

由此求出 ω 的一阶导数为

$$\frac{d\omega}{dx} = Ak \cos kx - Bk \sin kx - \frac{F_R}{F} \quad (4)$$

由于边界条件为一端固定一端铰支, 因此其边界条件为

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow w=0, \frac{d\omega}{dx}=0 \\ x=l \rightarrow w=0 \end{cases} \quad (5)$$

将式(5)边界条件代入式(4), 得到

$$\begin{cases} B + \frac{F_R}{F}l = 0 \\ Ak - \frac{F_R}{F} = 0 \\ A \sin kl + B \cos kl = 0 \end{cases} \quad (6)$$

这是一个关于 A, B 和的齐次线性方程组。因为 A, B 和不能全等于零, 所以要求以上方程组必须有非零解, 因此其系数行列式应等于零。故有

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & l \\ k & 0 & -1 \\ \sin kl & \cos kl & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

展开得

$$\tan kl = kl \quad (8)$$

利用图解法求解, 得 $kl = 4.49$ 。由此求得

$$F_{cr} = k^2 EI = \frac{20.16 EI}{l^2} \approx \frac{\pi^2 EI}{(0.7l)^2} \quad (9)$$

即 $\alpha = 0.7$

取直径 0.19 mm 的钨电极丝进行分析, 受压段 AB 长 63 mm, 弹性模量 $E = 4.10 \times 10^{11}$ Pa, 求得

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7l)^2} = 0.133 \text{ N} \quad (10)$$

因此, 电极丝与导向器之间的临界摩擦力为 0.133 N, 超过这个力时进给过程中容易造成电极丝受压失稳而频繁折断。此模型具有通用性, 还可以通过它来确定不同直径、不同材料、不同长度的电极丝的临界摩擦力。

2 确定电极丝的最大挠度和锥角

图2中导向器下端的结构简图如图4所示。

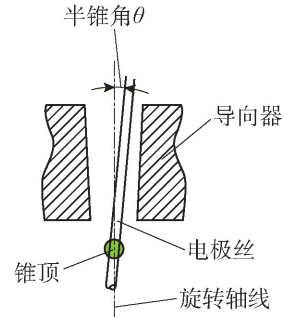


图4 电导向器下端结构简图

Fig.4 Lower end structure diagram of guide device

这一部分结构和电火花加工中的调锥过程密切相关, 其中电极丝和旋转轴线之间的夹角是半锥角 θ 。由于加工的倒锥孔有角度的要求, 因此在正式加工前, 调锥是一项非常重要的工作, 需要借助光学放大镜以及少量加工试验才能完成。而电极丝锥度调节的范围也是有限的, 锥度不可过大, 否则也会造成电极丝的挠曲甚至折断, 这和电极丝所受的临界摩擦力是密切相关的。因此需根据上节求出的临界摩擦力求对应的临界锥角。

根据长度因数, 可以近似地把大约长为 0.7l 的

$A'B$ 部分看作是两端铰支压杆进行进一步的分析, 如图 5 所示.

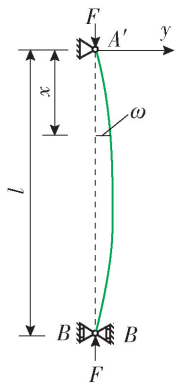


图 5 两端铰支压杆模型

Fig. 5 Model diagram of hinged strut at both ends

选取坐标系如图 5 所示, 距离原点为 x 的任意截面的挠度为 ω , 挠度 ω 使力在杆的各截面上引起弯矩, 弯矩 M 的绝对值为 $F\omega$. 只取压力 F 的绝对值, 则 ω 为正时, M 为负. 即 M 与 ω 的正负号相反, 所以

$$M = -F\omega \quad (11)$$

材料力学书中用的是杆弯曲变形后挠曲线的近似微分方程, 即忽略了 $\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2$ 这个小量, 造成无法确定两端铰支压杆中点挠度. 若考虑上这个小量弯曲变形中挠曲线的精确微分方程为

$$\frac{\frac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M}{EI} \quad (12)$$

由于两端是铰支固定, 允许杆件在任意纵向平面内发生弯曲变形, 因此杆件的微小弯曲变形必发生于抗弯能力最小的纵向平面内^[7]. 将式(11)代入式(12)得

$$\frac{\frac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{-F\omega}{EI} \quad (13)$$

引用记号

$$k^2 = \frac{F}{EI} \quad (14)$$

于是, 式(13)可写成

$$\frac{\frac{d^2\omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} + k^2\omega = 0 \quad (15)$$

即

$$\omega''(1 + \omega'^2)^{-3/2} + k^2\omega = 0 \quad (16)$$

由泰勒级数可知

$$(1 + \omega'^2)^{-3/2} = 1 - \frac{3}{2}\omega'^2 + \frac{15}{8}\omega'^4 - \dots \quad (17)$$

取非线性一级近似, 即取式(17)右边前两项, 将其代入式(16), 整理得

$$\omega'' + k^2\omega = \frac{3}{2}\omega''\omega'^2 \quad (18)$$

设此方程有解, 令

$$\omega = Ax^2 + Bx + C \quad (19)$$

$$\omega' = 2Ax + B, \quad \omega'' = 2A \quad (20)$$

代入式(18)得

$$k^2Ax^2 + k^2Bx + k^2C + 2A = 12A^3x^2 + 12A^2Bx + 3AB \quad (21)$$

因为式(21)两边相同幂次的系数相等, 得到

$$\begin{cases} k^2A = 12A^3 \\ k^2B = 12A^2B \\ k^2C + 2A = 3AB^2 \end{cases} \quad (22)$$

解得

$$\begin{cases} A = -\frac{\sqrt{3}}{6}k \\ B = B \\ C = -\frac{\sqrt{3}(3B^2 - 2)}{6k} \end{cases} \quad (23)$$

因此

$$\omega = -\frac{\sqrt{3}}{6}kx^2 + Bx - \frac{\sqrt{3}(3B^2 - 2)}{6k} \quad (24)$$

由边界条件

$$\begin{cases} x=0, \omega=0 \\ x=l, \omega=0 \end{cases} \quad (25)$$

解得

$$\begin{cases} B = \frac{\sqrt{6}}{3} \\ C = 0 \\ k = \frac{2\sqrt{2}}{l} \end{cases} \quad (26)$$

将所求结果代入式(24), 得

$$\omega = -\frac{\sqrt{6}}{3}x \left(\frac{x}{l} - 1\right) \quad (27)$$

因为当 $x = \frac{l}{2}$ 时, $\omega'_{x=\frac{l}{2}} = 0$, 所以压杆最大挠度在中点

$$\omega_{\max} = \omega_{x=\frac{l}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{12}l = 9.002 \text{ mm} \quad (28)$$

由文献[8]可知, 两端铰支的杆的端面转角方

程为

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{\pi\omega_{\max}}{l} \cos \frac{\pi}{l} x \quad (29)$$

将 $x = l, l = 44.1 \text{ mm}$ 代入式(29)得

$$\theta_{\max} = \frac{d\omega}{dx} = 36.74^\circ \quad (30)$$

这是半锥角的最大值, 而临界锥角为

$$2\theta_{\max} = 73.48^\circ \quad (31)$$

因此电极丝的临界锥角为 73.48° , 超过这个数值很容易造成电极丝失稳甚至折断. 此模型具有通用性, 还可以通过它来确定不同直径、不同材料、不同长度的电极丝的临界锥角为不同直径不同长度的钨电极丝根据所建模型计算的临界摩擦力和临界锥角, 如表 1 所示.

表 1 电极丝临界摩擦力和临界锥角

Table 1 Critical friction force and critical cone angle of the electrode wire

项	直径/ mm	长度/ mm	临界摩 擦力/N	临界 锥角/($^\circ$)
1	0.20	63	0.163	73.48
2	0.24	63	0.339	73.48
3	0.30	63	0.827	73.48
4	0.20	75	0.115	104.78
5	0.24	75	0.239	104.78
6	0.30	75	0.584	104.78

由此可见, 电极丝和导向器的临界摩擦力与电极丝的直径和长度都有关系; 而电极丝的临界锥角只与电极丝的长度有关系, 与电极丝的直径大小无关.

3 摩擦力测试试验

为了测量电极丝和导向器之间实际的摩擦力数值, 设计并组装了一套摩擦力测试装置, 如图 6 所示. 进丝机构、W 轴、夹丝管和 R 轴作为一个整体固定在连接板 1 上; 压力传感器、手动进给机构作为一个整体固定在连接板 2 上, 其中压力传感器端部有加载头, 使其对准电极丝轴线; 拉力传感器、电极丝卡头作为一个整体固定在底板上, 其中电极丝卡头轴线和电极丝轴线重合; 连接板 1 和连接板 2 通过螺栓连接在一起; 连接板 1 通过螺栓固定在 z 轴上; 底板通过螺栓固定在机床工作台上; 需要注意的是, 连接板 2 和底板之间没有连接.

3.1 试验设备

本试验采用美国 FUTEK 公司型号为 FSH00102 的压力传感器, 其量程为 8.9 N , 测量精度为 0.001 N , 以及配套的 USB 模块(包括放大器和采集卡)以及一套 SENSIT 软件; 拉力传感器采用的是温州山度仪器有限公司的数显示推拉力计 SH-50, 其量程为 50 N , 精度为 0.01 N ; 电极丝选用直径为 0.19 mm 的钨电极丝, 长度为 63 mm , 弹性模量 $E = 4.10 \times 10^{11} \text{ Pa}$.

3.2 试验内容

为了便于阐述试验内容, 将图 6 中摩擦力测试装置的部分结构进行放大, 如图 7 所示.

加载头顶在导向器的一侧, 这样手动进给机构便可以通过调整加载头对导向器的正压力来调节导向器和电极丝之间的正压力, 压力大小可以根据压力传感器得出; 电极丝下端固定在电极丝卡头里, 当导向器和电极丝有相对运动的时候, 利用拉力传

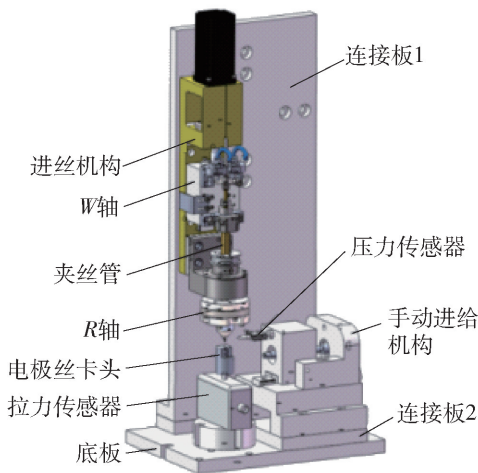


图 6 摩擦力测试装置三维图和实物图

Fig. 6 Graphic model and practicality picture of the friction testing device

器可以测出电极丝所受拉力,此即电极丝和导向器之间的摩擦力.

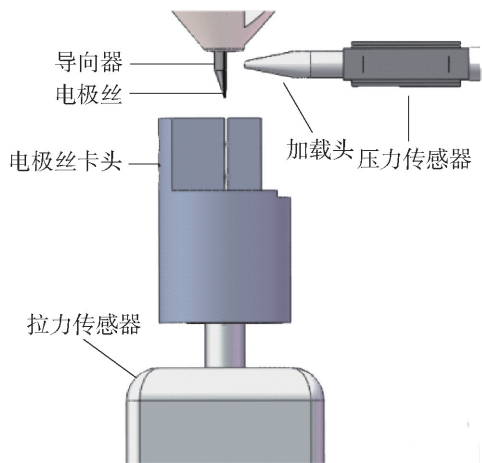


图7 局部放大图

Fig. 7 Partial enlarged drawing

试验内容分为两部分,第一部分内容为测试电极丝与导向器之间的摩擦力和正压力以及摩擦因数;第二部分内容为测试电极丝与导向器之间的临界摩擦力,即电极丝受轴向的摩擦力时会有挠曲,挠曲过大会造成电极丝进丝时候发生失稳甚至断丝的现象.

测试原理示意图如图8所示.实线框里为第1部分测试内容,虚线框里为第2部分测试内容.

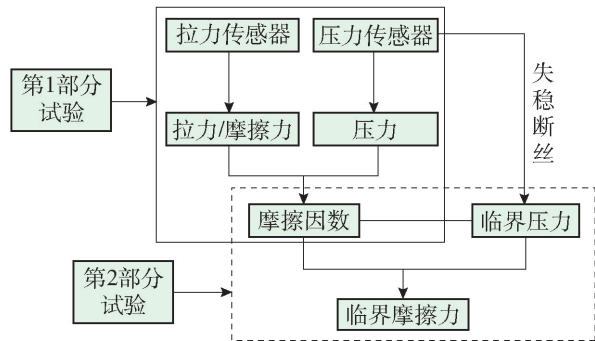


图8 测试原理

Fig. 8 Test schematic diagram

3.3 试验过程和试验结果

进行第1部分试验的时候,夹丝管一直处于放松状态,拉力传感器固定在底板上不动,电极丝夹头夹紧电极丝,手动进给机构调节压力传感器前端的加载头,使加载头对电极丝有一个适当的正压力,分别为4.0、5.0、5.8 N. z轴匀速向上移动,同时连接板1、连接板2、进丝机构和压力传感器也跟随着一起匀速运动,每移动一定距离,记录下拉力传感器相应的数值,每组试验记录15个数值,共3组试验.

根据力学平衡可知,电极丝与导向器之间的摩擦力和拉力传感器对电极丝的拉力是平衡的,因此根据记录的拉力(即摩擦力 F_f)和压力 F_N 求出摩擦因数 μ ,具体公式为

$$\mu = F_f / F_N \quad (32)$$

将记录的3组试验数据代入式(32)计算所得摩擦因数如图9所示.

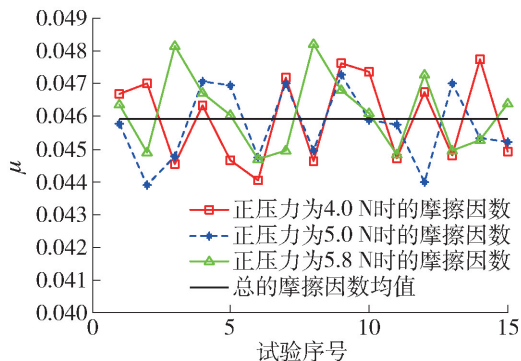


图9 摩擦因数

Fig. 9 Coefficient of friction

根据3组试验数据求得的摩擦因数,求均值可以得出电极丝和导向器之间的滑动摩擦因数为0.0459.

进行第2部分试验的时候,夹丝管夹紧电极丝,电极丝夹头放松, W轴向下微量进给.调节手动进给机构,使加载头对电极丝的正压力逐步增大,直到电极丝在进给时出现失稳断丝,记录下此时压力传感器显示的数值,即临界正压力,重复做15次.

$$F_f = \mu F_N \quad (33)$$

将临界正压力试验数据和第1部分试验得到的平均滑动摩擦因数代入式(33),可求得电极丝失稳断丝时的临界摩擦力,如图10所示.

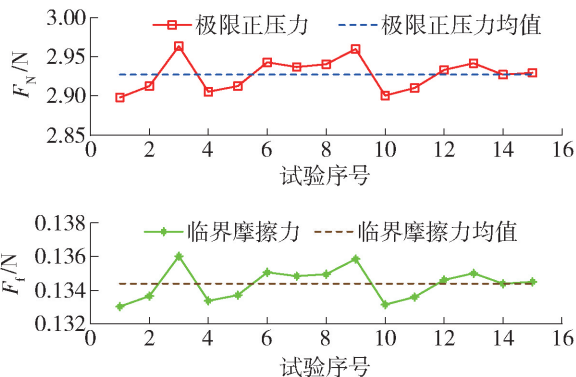


图10 临界摩擦力

Fig. 10 Critical friction force

可以得出电极丝和导向器之间的最大临界摩擦

力为 0.136 0 N,最小临界摩擦力为 0.133 0 N,临界摩擦力均值为 0.134 4 N,与前面所求的临界摩擦力 0.133 0 N 误差为 1.05%。因此前面对电极丝进行建模分析的结果是准确的。

4 结论与展望

1) 本文将电极丝简化为 Euler-Bernoulli 梁,建立了电极丝和导向器间的临界摩擦力计算模型以及电极丝临界锥角计算模型,模型具有通用性,还可以通过它来确定不同直径、不同材料、不同长度电极丝的临界摩擦力和临界锥角。

2) 为避免直径为 0.19 mm 的钨电极丝发生挠曲甚至断丝的临界摩擦力为 0.133 N,临界锥角为 73.48°。

3) 通过本文的相关分析和试验,验证了所建立模型的准确性。根据计算结果可以有效避免电极丝在进给的时候发生失稳断丝,并且得出了电火花机床加工倒锥孔时电极丝锥度的调节范围,同时为电火花加工工艺参数的选择和优化提供了参考。

4) 本文只给出了避免电极丝发生失稳断丝的临界摩擦力、临界锥角计算模型及部分规格电极丝的临界摩擦力和临界锥角的计算结果,而多大的摩擦力能满足喷油嘴的喷孔加工的精度要求还需要进一步试验^[9-11]。将来的工作内容是要根据实际加工试验确定能够满足喷油嘴的喷孔加工任务的不同材质和规格的电极丝与导向器之间的摩擦力范围,建立工艺数据库,为加工前选择电极丝规格和确定加载至电极丝与导向器之间的摩擦力大小提供参考依据。

参考文献:

- [1] JAHAN M P, WONG Y S, RAHMAN M. A study one the quality micro-hole machining of tungsten carbide by micro-EDM process using transistor and RC-type pulse generator [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2009, 209: 1706-1716.
- [2] 曹凤国. 特种加工手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010: 110-120.
- [3] 杨大勇, 伏金娟. 电火花成形加工技术及其发展动向[J]. *航空制造技术*, 2010(5): 43-46.
YANG D Y, FU J J. Development of electrical discharge forming technology [J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2010(5): 43-46. (in Chinese)
- [4] 宁光昌. 电极丝张力及振动对加工精度及稳定性的影响和对策[J]. *电加工与模具*, 1993(5): 9-14.
NING G C. Effect and countermeasures of electrode wire tension and vibration on machining accuracy and stability [J]. *Electromachining and Mould*, 1993(5): 9-14. (in Chinese)
- [5] 刘建勇, 杨大勇, 郭妍, 等. 精密微细倒锥孔电火花加工机床机械系统的研究[J]. *电加工与模具*, 2013(5): 54-58.
LIU J Y, YANG D Y, GUO Y, et al. Research on the mechanical system of EDM machine machining for the precision reverse taper microhole [J]. *Electromachining and Mould*, 2013(5): 54-58. (in Chinese)
- [6] 刘鸿文. 材料力学 I [M]. 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2011: 261-266.
- [7] 唐成元. 细长直杆受轴向压力在欧拉范围内的讨论[J]. *上海力学*, 1983(1): 90-92.
TANG C Y. Discussion on the slender straight bar under axial compression within eulerian limit [J]. *Mechanics of Shanghai*, 1983(1): 90-92. (in Chinese)
- [8] 张仲毅. 细长压杆临界挠度确定性的简单解释[J]. *力学与实践*, 1992(5): 60-61.
ZHANG Z Y. A simple explanation of the determinacy of the critical deflection of a slender rod [J]. *Mechanics and Practice*, 1992(5): 60-61. (in Chinese)
- [9] 崔晶, 李勇. 一种高深宽比微细槽的电火花加工工艺[J]. *北京工业大学学报*, 2010, 36(3): 289-293.
CUI J, LI Y. An EDM process for a depth width ratio fine groove [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2010, 36(3): 289-293. (in Chinese)
- [10] 李强. 往复走丝电火花线切割恒张力控制及工件厚度识别的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
LI Q. Research on constant tension control and workpiece thickness identification of EDM wire cutting [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017. (in Chinese)
- [11] 汪亚运, 陈得良, 彭旭龙, 等. 微分求积法在弹性压应力波下直梁的动力压曲稳定分析中的应用[J]. *湘潭大学自然科学学报*, 2016, 38(3): 30-34.
WANG Y Y, CHEN D L, PENG X L, et al. The differential quadrature method for dynamic buckling of straight beam under elastic compression wave [J]. *Journal of Xiangtan University (Natural Science)*, 2016, 38(3): 30-34. (in Chinese)

(责任编辑 杨开英)