

铝基玻璃棉层合板中 Lamb 波的频散特性及 分层缺陷检测数值模拟

吴英思, 刘 飞, 栗霞飞, 杜 兰, 杜文亮
(内蒙古农业大学机电工程学院, 呼和浩特 010018)

摘 要: 针对铝基玻璃棉层合板分层缺陷定位检测困难的问题, 发展有限元特征频率法分析该结构中 Lamb 波的频散特性, 得到层合板中对称模态与反对称模态的频散曲线, 发现 Lamb 波在层合板中的传播特性呈类周期性分布, 且存在铝基层与玻璃棉层模态混合而成的奇异模态. 为进一步分析铝基玻璃棉层合板 Lamb 波的传播特性及与分层缺陷的交互作用, 基于有限元瞬态分析模拟了 Lamb 波在其中的传播特性及与缺陷的交互作用. 结果表明: 模拟结果与有限元特征频率法计算结果得到了很好的吻合; A2 模态在 53 kHz 时, 得到了理想的回波信号, 且波结构能量分布较为均匀, 可利用该类频点定位缺陷位置; 利用健康信号与缺陷信号的差分计算, 通过波包形心法可以较准确地定位缺陷位置, 证实了本文方法的可行性.

关键词: 铝基玻璃棉; 层合板; Lamb 波; 缺陷检测

中图分类号: TG 115. 22; TB 559

文献标志码: A

文章编号: 0254 - 0037(2018)05 - 0789 - 07

doi: 10. 11936/bjtxb2017060004

Numerical Simulation of Lamb Wave Dispersion Characteristics and Stratified Defect Detection in the Aluminum-based Glass Wool Lamination

WU Yingsi, LIU Fei, LI Xiafei, DU Lan, DU Wenliang

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Inner Mongolia Agricultural University, Hohhot 010018, China)

Abstract: To overcome the difficulty in the detection of layered defects in aluminum - based glass wool laminates, the dispersion characteristics of Lamb wave in the structure were analyzed by the finite element method. The dispersion curve of symmetric and antisymmetric modes in the laminated plate was obtained. It is found that the propagation characteristics of Lamb wave in the laminated plate are periodic distribution and have strange modes which are composed of the aluminum base layer and glass wool layer's mode mixing. In order to further analyze the propagation characteristic of Lamb wave in the aluminum - based glass wool laminates and the interaction with layered defects, the propagation characteristics of Lamb wave and its interaction with defects were simulated based on the finite element transient analysis. The results show that the simulations are well matched with the calculation of finite element characteristic frequency method. When A2 mode is 53 kHz, the ideal echo signal can be obtained, and the energy distribution of wave-structure is more homogeneous. This type of frequency points can be used to locate

收稿日期: 2017-06-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11662013)

作者简介: 吴英思(1982—), 女, 博士研究生, 主要从事农业装备性能检测技术方面的研究, E-mail: wys@ emails. imau. edu. cn

通信作者: 刘 飞(1984—), 男, 副教授, 主要从事农业装备性能检测技术、高寒干旱地区农业装备工程与技术方面的研究, E-mail: afei2208@ imau. edu. cn

the defect location; Using the difference calculation of the health signal and the defect signal, the position of the defect can be accurately positioned by the wave envelope centroid method, which supports the feasibility of the method.

Key words: aluminum-based glass wool; laminates; Lamb wave; defect detection

铝基玻璃棉层合板被广泛应用于工农业及生活的各个领域. 相较单层板壳结构而言, 该类结构具有抗冲击性强、刚度大、隔热、隔声性能好等优点^[1]. 但该类结构长期使用容易出现玻璃棉与铝基分离、脱层等现象^[2-3]影响结构的使用性能, 故对其脱层缺陷的在线检测就显得尤为重要.

传统板类结构快速检测主要是基于 Lamb 波, 关于 Lamb 波在板类结构中传播特性的研究, 在理论研究及数值计算的发展上已较为成熟^[4]. 铝基玻璃棉层合板由于其基板与芯层的弹性常数具有较大的差异, 因而与复合材料多层板和单层板的波动特性差异显著, 且由于其频散特性较为复杂, 应用常用的理论求解方法存在较多问题, 故主要是借鉴 Lamb 波在普通板中的波动理论或通过实验的方法进行分析研究^[5-6].

为究明此类结构中 Lamb 波的波动特性, 近年来众多学者采用不同的方法展开了此方面的研究工作, 如利用级数展开法和谱有限元法^[7-8]. He 等^[9]采用勒让德级数展开法研究了各向异性复合材料层合板中 Lamb 波的传播特性, 得到耦合和纤维取向对传播特性的影响. Gopalakrishnan^[10]基于二维谱有限元方法得到了不同纤维方向复合材料层合板中 Lamb 波的频散曲线. 刘锋等^[11]基于谱有限元对 Lamb 波在复合材料层合板中的传播特性进行了模拟, 证实了谱有限元方法在该方面的优越性. 此外, Xiao 等^[12]采用空耦传感器基于时频分析方法试验测试了铝基玻璃纤维层合板中 Lamb 波的频散曲线. Ma 等^[13]基于回传射线矩阵法研究了 Lamb 波在复合材料层合板中的频散特性, 与试验结果一致性较好. 在分层缺陷检测与数值模拟方面, Tian 等^[14]采用模态数据采集, 结合波数分析方法研究了 Lamb 波与分层缺陷之间的交互作用. Yelve 等^[15]基于 Lamb 波的非线性效应研究了复合材料层合板中的分层缺陷, 通过提取基波和高次谐波的信息以定位分层缺陷. Schmidt^[16]针对 Lamb 波在复合材料层合板中应用的多模态特性, 设计了一种考虑频散和衰减特性可选择模态的传感器, 应用于分层缺陷的检测, 取得了较好的效果. 刘增华等^[17-19]基于 RAPID 和 Chirp 激励等方法, 对复合材料板中的

Lamb 波进行成像与信号分析, 实现了波中缺陷的准确定位. 上述学者近几年的研究工作对于 Lamb 波在层合板检测中的应用具有很好的指导意义.

有限元特征频率法作为一种适用性较广的方法, 已被成功地用于求解复杂波导类结构和预应力波导结构的频散特性, 如钢轨与异型波导结构等^[20-22]. 为进一步验证有限元特征频率法应用的普适性, 通过求解分析铝基玻璃棉层合板中的振动模态, 探究 Lamb 波在其中的频散特性, 并采用有限元数值模拟 Lamb 波在此类结构中的传播特性及与分层缺陷的交互作用, 以期验证有限元特征频率法分析该类结构频散特性的可行性.

1 频散特性计算

1.1 有限元特征频率法基本理论

有限元特征频率法可通过模型网格划分建立单元节点坐标, 再建立形函数、位移场与应变场. 在此基础上构建求解模型的刚度矩阵与质量矩阵, 其通用方程式表示为^[23]

$$\mathbf{K} = \iiint_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \iiint_V \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (2)$$

式中: \mathbf{K} 为刚度矩阵; \mathbf{M} 为质量矩阵; \mathbf{N} 为形函数矩阵; \mathbf{B} 为应变位移关系矩阵(可由形函数矩阵 \mathbf{N} 给出, 如式(3)); \mathbf{D} 为弹性矩阵; ρ 为材料密度.

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

在不考虑外部荷载的理想情况下, 用有限元法构建结构的自由振动方程式, 可化解得到特征方

程式

$$KU - \omega^2 MU = 0 \quad (4)$$

式中: ω 为结构的特征频率; U 为特征频率对应的振型位移矢量矩阵.

根据边界条件确定模态振型位移矢量矩阵, 对方程(4)进行求解即可得到对应振型的特征频率. 根据上述计算方法得到的特征频率在频散分析中只属于普通频率点, 并不具有特殊意义. 边界条件的不同决定了所求的模态类型, 如可利用中面的对称简化实现对称模态的求解等. 由于该方法求得特征频率点是离散的, 不便于后续分析模态的群速度. 为使频散特性分析具有较好的连续性, 可采用不同的模型长度分别求解特征频率点, 利用波数连续性的原则进行群速度的计算. 此外, 还可利用端面的对称边界设置使模型长度简化一半, 从而节省求解的自由度数.

有限元数值计算得到的各模态相速度与群速度分别由式(5)与式(6)给出. 对于任意频率点的相速度与群速度可由相邻特征频率点的线性插值给出.

$$c_p = \frac{fL}{n} \quad (5)$$

$$c_g = \Delta f/L \quad (6)$$

式中: c_p 为相速度; f 为特征频率; L 为模型长度; n 为振动周期数; c_g 为群速度; Δf 为同一模态相邻特征频率的差值.

1.2 几何物理参数及边界条件

研究对象中铝基厚度 0.6 mm, 对应拉梅常数 $\lambda = 51.64$ GPa, 剪切模量 $\mu = 26.7$ GPa, 密度 $\rho = 2700$ kg/m³; 玻璃棉厚度 15 mm, 其对应等效拉梅常数 $\lambda = 0.008$ GPa, 剪切模量 $\mu = 0.0125$ GPa, 密度 $\rho = 48$ kg/m³.

为便于铝基玻璃棉层合板中 Lamb 波各类模态的识别与统计, 求解时对称模态与反对称模态分别设置计算. 图 1 为求解对称模态与反对称模态的边界条件.

1.3 Lamb 波频散特性计算及分析

为使得到的相速度和群速度具有较好的连续性和平滑性, 模型长度分别选取 500、600、700 和 800 mm, 每种模型长度计算特征频率 500 个, 利用 Matlab 波数统计与模态识别分离程序统计各个模态类型及其对应的振动周期数. 根据式(5)(6)计算得到的 Lamb 波对称模态和反对称模态的频散曲线如图 2 和图 3 所示.

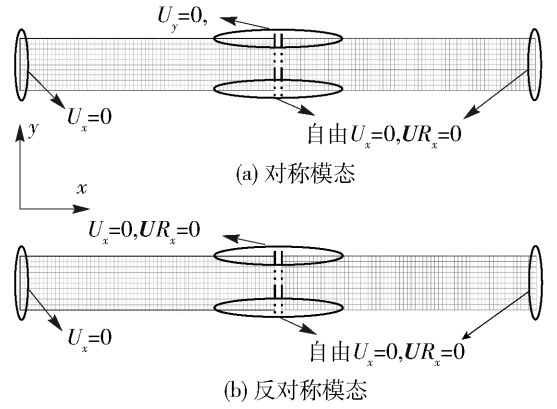
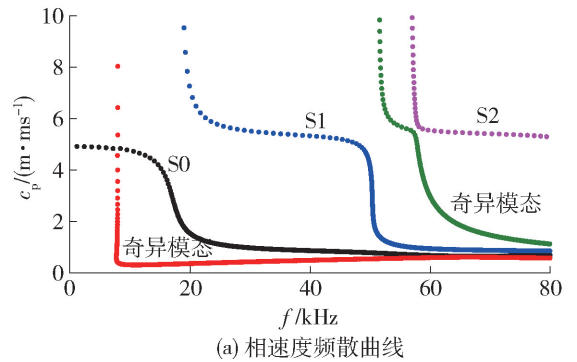
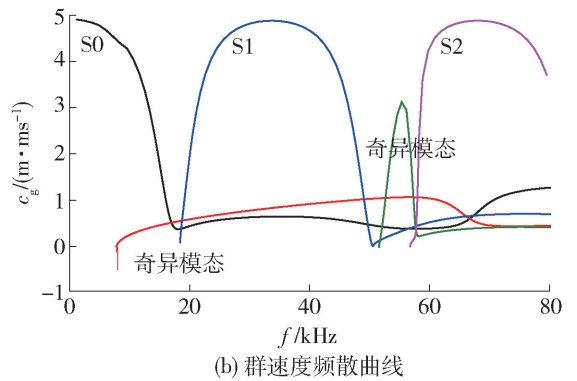


图 1 Lamb 波特征频率计算模型及边界约束

Fig. 1 Model of eigenfrequency calculating and boundary constraints for Lamb wave



(a) 相速度频散曲线

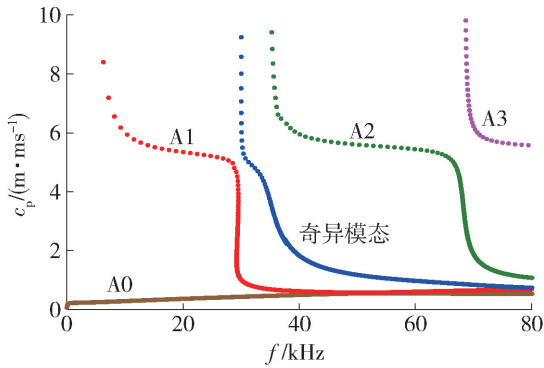


(b) 群速度频散曲线

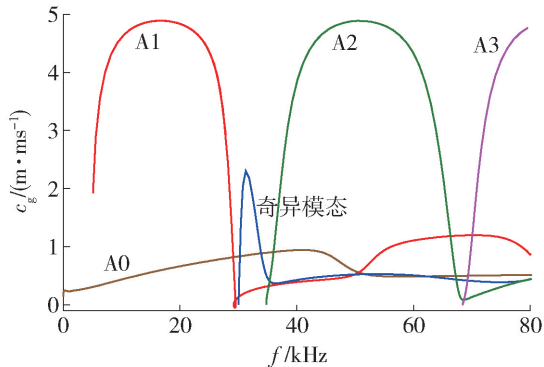
图 2 层合板中对称模态的频散曲线

Fig. 2 Dispersion curves of the symmetrical mode in the laminated plate

从相速度与群速度频散曲线发现, 层合板中对称模态的传播特性与反对称模态较为类似, 对称模态与反对称模态的频散特性呈现周期性分布, 每隔约 35 kHz 的频宽出现能量传播速度最大的模态, 且每种模态群速度最大值较为接近. 在频散较大相邻模态交接处, 两大类模态均表现出频散较大的特点, 表明此频段的模态不适合在缺陷检测中使用. 对称模态与反对称模态中均出现奇异模态, 该类模态频散特性较为复杂. 通过模态振型分析, 发现该类模



(a) 相速度频散曲线



(b) 群速度频散曲线

图3 层合板中反对称模式的频散曲线

Fig. 3 Dispersion curves of the antisymmetrical mode in the laminated plate

态主要是铝基层和玻璃棉芯层的模态振型存在较大差异导致的,但2种模态在结合面处恰好满足位移与应力连续的条件,二者模态叠加形成新的模态,在群速度的表现上出现奇异特征.相关研究也表明,层合板中导波的频散特性与各层板特性相关,说明模态表现奇异处可参考各层板的频散特性^[24].

由图2和图3可知,S1模态在35 kHz,S2模态在70 kHz,A1模态在18 kHz,A2模态在53 kHz时,频散较小,且群速度值较大,符合缺陷检测的需求.故在数值模拟分析波的传播特性时,选取上述模态对应的激励频率进行研究,以期得到适合层合板分层缺陷检测的最佳模态与激励频率.

2 数值模拟与分析

2.1 Lamb波传播特性的数值模拟

数值模拟计算采用COMSOL Multiphysics5.2a结构力学瞬态分析,模型参数见1.2,模型长度选取1 000 mm.模拟计算参数及选取依据见表1^[25].

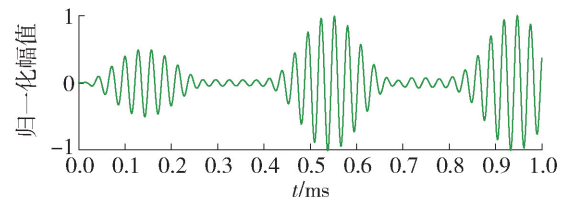
由于18 kHz检测频率对缺陷灵敏度较低,数值模拟主要分析35、70和53 kHz激励频率下Lamb波的传播特性.激励信号采用10个周期

表1 有限元模拟计算参数选取方法

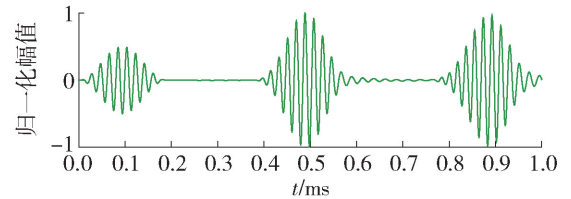
Table 1 Parameters for finite element simulation

参数名称	选取依据	选取值
分析时长 t	$t \geq l/c_s \approx 0.5 \text{ ms}$	1 ms
分析步长 Δt	$\Delta t \leq \min \begin{cases} L_{\min}/c_L \approx 0.6 \mu\text{s} \\ 1/20f \approx 0.7 \mu\text{s} \end{cases}$	0.5 μs
最大网格单元尺寸 L_{\max}	$L_{\max} \leq \lambda_s/10 \approx 10 \text{ mm}$	8 mm

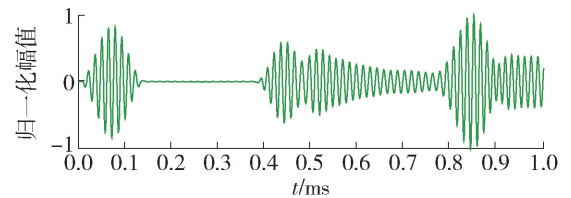
经汉宁窗调制的正弦信号,其中35 kHz和70 kHz采用对称加载方式以激励S1模态和S2模态,53 kHz采用反对称加载方式以激励A2模态,加载方式参加文献[26].所有频点均在端面激励并接收回波信号,数值模拟结果如图4所示.



(a) 35 kHz



(b) 53 kHz



(c) 70 kHz

图4 不同激励频率端面接收信号对比

Fig. 4 Comparison of end received signal at different excitation frequencies

图4结果表明激励频率为35 kHz和53 kHz时,接收到的一次端面回波和二次端面回波均较为独立,信噪比较高.激励频率为70 kHz时,接收到的回波信号存在一定的干扰,且干扰信号频散较大,根据其速度值推测可能是S0或A1模态.考虑到低频对缺陷的灵敏度较低,且激励频率为35 kHz时,根据其波结构发现该频点的能量主要集中在铝基层,故35 kHz和70 kHz频点不太适合用于缺陷检测.

采用互相关算法计算上述几个频点数值模拟的

群速度值分别为,35 kHz 时 4 945 m/s,53 kHz 时 4 886 m/s,70 kHz 时 4 892 m/s,与特征频率法计算得到值偏差分别为 1.6%、0.86% 和 0.83%,表明数值模拟激励的模式与理论分析的结果相符,证实了模拟的可行性与准确性。

2.2 Lamb 波与分层缺陷交互作用的模拟

在有分层缺陷的模型结构中,在板长 500 mm 处,人造长度 2 mm、深度 1 mm 的分层缺陷。为提高计算精度与速度,将模型分成 3 段,分层缺陷段采用自由网格划分方式,其他 2 段采用映射网格划分方式。模型网格及分层缺陷如图 5 所示。

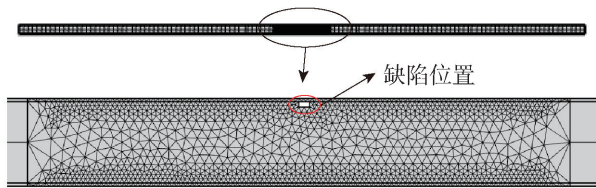


图 5 分层缺陷网格划分

Fig. 5 Meshing for hierarchical defects

根据传播特性数值模拟结果,为使检测频率对缺陷更为敏感,选取 53 kHz 时的 A2 模态,数值模拟其与分层缺陷的交互作用。由于检测频率波长较大,遇到缺陷时的反射信号较弱,无法直接观察到缺陷的回波信号,故通过对健康信号与缺陷信号进行差分计算^[27],通过差分信号定位缺陷位置,结果如图 6 所示。

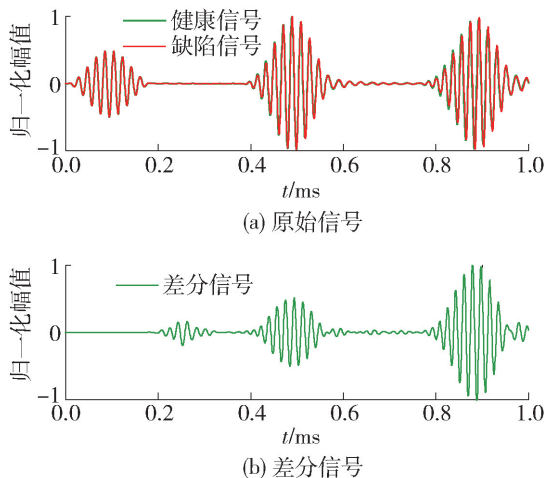


图 6 端面接收缺陷信号对比

Fig. 6 Comparison of end face receiving defect signal

由图 6 可知,差分信号中缺陷信号信噪比较高,可以通过其定位缺陷位置。但由于差分信号中的缺陷信号相位发生较大的变化,根据最大幅值法和互相关算法定位时间误差较大。通过波包形心法^[28]

定位缺陷的位置与实际位置偏差为 2.56%,表明通过对健康信号与缺陷信号进行差分计算,以差分信号定位缺陷位置具有较高的准确性。

3 结论

1) 基于有限元特征频率法,计算了层合板中 Lamb 波的频散特性,发现对称模态与反对称模态频散特性较为相似,每隔约 35 kHz 的频宽出现频散较小的模态,此时其群速度传播最快,表明可以利用此特性选择适合检测的模式与激励频率。

2) 层合板中存在面板层和中间层模态不同的现象,但 2 种模态在结合面满足位移与应力连续的条件,混合而形成奇异模态;该类模态频散特性较为复杂,其波动特性还有待于后续研究。

3) 在频散较小群速度传播的极大值点,有限元瞬态模拟了 Lamb 波的传播特性,数值模拟结果与理论分析的结果相符,证实了模拟的可行性与准确性;当 S1 模态激励频率为 35 kHz,A2 模态激励频率为 53 kHz 时,回波信号较为理想,可以用于缺陷检测。

4) 通过人造分层缺陷,数值模拟了 53 kHz 的 A2 模态与分层缺陷的交互作用;针对低频信号对缺陷敏感度较低的问题,通过利用健康信号与缺陷信号的差分计算,以波包形心法计算缺陷回波时间定位缺陷位置,模拟结果与实际偏差较小,表明该方法可以较准确地定位缺陷位置。

参考文献:

- [1] LIN J, GAO F, LUO Z, et al. High-resolution Lamb wave inspection in viscoelastic composite laminates [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63 (11): 6989-6998.
- [2] REKATSINAS C S, SARAVANOS D A. A hermite spline layerwise time domain spectral finite element for guided wave prediction in laminated composite and sandwich plates [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2017, 139 (3): 1-14.
- [3] 何存富,刘宏业,刘增华,等. 正交各向异性板中非主轴方向的 Lamb 波 [J]. 固体力学学报, 2013, 34(1): 55-62.
- [4] HE C F, LIU H Y, LIU Z H, et al. Lamb waves propagation along non-principal directions in orthotropic plate [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2013, 34 (1): 55-62. (in Chinese)
- [4] GUPTA S, YU X D, FAN Z, et al. Interaction of guided

- waves with delaminations in composite plate structures[J]. *Quantitative Nondestructive Evaluation*, 2017, 36(11): 1-8.
- [5] 张利绍, 陈换过, 李剑敏, 等. 基于 Lamb 波的复合材料板损伤检测[J]. *浙江理工大学学报*, 2011, 28(6): 898-902.
ZHANG L S, CHEN H G, LI J M, et al. Damage detection in composite laminates based on Lamb wave[J]. *Journal of Zhejiang Sci-Tech University*, 2011, 28(6): 898-902. (in Chinese)
- [6] 吴荣兴, 于兰珍, 李晓东, 等. 基于层状模型的功能梯度板中兰姆波传播研究[J]. *应用声学*, 2016, 35(3): 199-205.
WU R X, YU L Z, LI X D, et al. Propagation of Lamb wave in a functionally graded plate with a layered model [J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2016, 35(3): 199-205. (in Chinese)
- [7] 徐春铃, 王鑫伟. Lamb 波在复合材料板中传播的谱有限元模拟[J]. *力学季刊*, 2011, 32(1): 10-18.
XU C L, WANG X W. Modeling of Lamb propagations in composite plates by spectral element method[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2011, 32(1): 10-18. (in Chinese)
- [8] 孙虎, 周丽. 基于谱元法的复合材料裂纹梁 Lamb 波传播特性研究[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(14): 112-116.
SUN H, ZHOU L. Lamb wave propagation investigation in a composite cracked beam based on spectral finite element method [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2012, 31(14): 112-116. (in Chinese)
- [9] HE C F, LIU H Y, LIU Z H, et al. The propagation of coupled Lamb waves in multilayered arbitrary anisotropic compositelaminates[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(26): 7243-7256.
- [10] GOPALAKRISHNAN S. Lamb wave propagation in laminated composite structures[J]. *Journal of the Indian Institute of Science*, 2013, 93(4): 699-714.
- [11] 刘锋, 王鑫伟. Lamb 波在复合材料板中传播的谱有限元建模和仿真[J]. *复合材料学报*, 2011, 28(5): 174-180.
LIU F, WANG X W. Modeling and simulation of Lamb wave propagation in composite panels based on the spectral finite element [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2011, 28(5): 174-180. (in Chinese)
- [12] XIAO W F, LU C. Measuring the disperse curves of air-coupled lamb waves in glass fibre reinforced aluminium laminate based on time-frequency analysis[J]. *Materials Research Innovations*, 2015, 19(9): 9106-9110.
- [13] MA Z Y, CHEN J L, LI B, et al. Dispersion analysis of Lamb waves in composite laminates based on reverberation-ray matrix method [J]. *Composite Structures*, 2016, 136: 419-429.
- [14] TIAN Z H, YU L Y, LECKEY C. Delamination detection and quantification on laminated composite structures with Lamb waves and wavenumber analysis [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2015, 26(13): 1723-1738.
- [15] YELVE N P, MITRA M, MUJUMDAR P M. Detection of delamination in composite laminates using Lamb wavebased nonlinear method[J]. *Composite Structures*, 2017, 159: 257-266.
- [16] SCHMIDT D. Mode selective transmission of Lamb waves in composite structures[J]. *DLR Deutsches Zentrum fur Luft-und Raumfahrt e. V. - Forschungsberichte*, 2014(24): 1-125
- [17] 刘增华, 穆云龙, 宋国荣, 等. 复合材料板 Chirp 激励的 Lamb 波成像技术研究[J]. *仪器仪表学报*, 2015, 36(9): 1961-1971.
LIU Z H, MU Y L, SONG G R, et al. Research on Lamb wave imaging technique for composite[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(9): 1961-1971. (in Chinese)
- [18] LIU Z H, ZHONG X W, DONG T C, et al. Delamination detection in composite plates by synthesizing time-reversed Lamb waves and a modified damage imaging algorithm based on RAPID [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, 24(5): 1-15.
- [19] LIU Z H, YU H T, HE C F, et al. Delamination detection in composite beams using pure Lamb mode generated by air-coupled ultrasonic transducer [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2014, 5(25), 541-550.
- [20] 何存富, 刘青青, 焦敬品, 等. 基于振动模态分析的钢轨中超声导波传播特性数值计算方法[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(3): 9-13.
HE C F, LIU Q Q, JIAO J P, et al. Propagation characteristics of ultrasonic guided wave in rails based on vibration modal analysis [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(3): 9-13. (in Chinese)
- [21] 吴斌, 刘飞, 何存富. 波导结构频散分析的特征频率法及在板条结构中的应用[J]. *计算力学学报*, 2013, 30(4): 514-519.
WU B, LIU F, HE C F. Anslsysis of dispersion characteristic eigenfrequency method for waveguides and application in plate strip [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2013, 30(4): 514-519. (in

- Chinese)
- [22] 张林文, 马世伟, 程茜. 基于有限元特征频率法的各向异性复合板兰姆波特特性分析[J]. 无损检测, 2017, 39(4): 67-71.
ZHANG L W, MA S W, CHENG Q. Lamb wave characteristic analysis of anisotropic multilayer composite using finite element intrinsic frequency method [J]. Nondestructive Testing, 2017, 39 (4): 67-71. (in Chinese)
- [23] 刘飞, 吴斌, 何存富, 等. 杆中导波声弹敏感模式与激励频率的确定方法[J]. 振动与冲击, 2015, 34(1): 24-28, 43.
LIU F, WU B, HE C F, et al. Determination of surveying mode and excitation frequency for waveguard structure stress measurement by use of acoustoelastic effect of guided waves in bar [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(1): 24-28, 43. (in Chinese)
- [24] BAID H, SCHAAL C, SAMAJDER H, et al. Dispersion of Lamb waves in a honeycomb composite sandwich panel [J]. Ultrasonics. 2015, 56(2): 409-416.
- [25] 刘飞. 波导结构的特征频率法及其超声导波声弹性效应研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2013.
LIU F. Study on eigenfrequency method and acoustoelastic effect of ultrasonic guided wave in waveguide structures [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2013.
- [26] 刘飞, 吴斌, 何存富, 等. 弹性板中低阶导波模式声弹性效应分析[J]. 北京工业大学学报, 2013, 39(6): 823-827.
LIU F, WU B, HE C F, et al. Analysis of acoustoelastic effect for low-order guided wave modes in elastic plate [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(6): 823-827. (in Chinese)
- [27] DAVID V. Linear and nonlinear ultrasonic characterization of single-layered structures [D]. Columbus: The Ohio State University, 1990.
- [28] 朱红运, 王长龙, 王建斌, 等. 圆台状脉冲涡流差分传感器缺陷检测信号的解析计算[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(8): 1707-1713.
ZHU H Y, WANG C L, WANG J B, et al. Analytical calculation of the defect testing signal of cone-shaped pulsed eddy current differential sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(8): 1707-1713. (in Chinese)

(责任编辑 张 蕾)