第41卷 第5期
2015年 5月
北 京 工 业 大 学 学 报
JOURNAL OF BEIJING UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
Vol. 41 No. 5
May 2015

三体量子态的纠缠性质

赵 慧, 郭 莎
(北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124)

摘 要: 为了研究多体量子态的纠缠性质,构造了一类三体量子态. 利用矩阵分析理论中的分块矩阵、正矩阵、对角占优矩阵的性质,运用量子信息中的值域判据、可分判据,研究了密度矩阵的结构和部分转置;证明了在分割 ***A*-*BC*** 和 ***B*-*AC*** 下密度矩阵是纠缠的,在分割 ***AB*-*C*** 下密度矩阵是可分的. 由此得到在分割 ***A*-*BC*** 和 ***B*-*AC*** 下,量子态是束缚纠缠态,在分割 ***AB*-*C*** 下量子态是可分态,给出了一类三体量子态在任意两体分割上的纠缠性质.

关键词: 部分转置; 值域; 束缚纠缠
中图分类号: TG 0413 **文献标志码**: A **文章编号**: 0254-0037(2015)05-0797-04
doi: 10.11936/bjutxb2014110004

Entanglement Properties of the Tripartite Quantum States

ZHAO Hui, GUO Sha
(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: To study the entanglement properties of multipartite quantum states, a class of states in the tripartite quantum systems was constructed. Using the properties of the partitioned matrix, the positive matrix and the diagonally dominant matrix, applying the range criterion, the separable criterion, the structure and the partial transpositions of their density matrices were analyzed. The research shows that the states are entangled for the splits ***A*-*BC*** and ***B*-*AC***, separable for the split ***AB*-*C***. Therefore it can be concluded that the states are bound entangled for the splits ***A*-*BC*** and ***B*-*AC***, separable with respect to the split ***AB*-*C***, and finally the entanglement properties of any bipartite splits of the tripartite states are provided.

Key words: partial transposition; range; bound entanglement

纠缠是量子理论的一种重要资源,能解释很多经典理论所不能解释的现象. 对于纠缠理论的研究,人们已经相继提出部分转置正(positive partial transposition, PPT)判据[1]、矩阵重排判据[2]、值域判据[3]等. 不可提纯的量子纠缠态称为束缚纠缠态. 自 Horodecki[3] 给出第 1 个束缚纠缠态的例子以来,越来越多的学者致力于束缚纠缠的研究[4-10]. 文献[11]在 $4\otimes4$ 量子系统上构造了一类束缚纠缠态. 文献[12]给出了一类当且仅当 $N\geqslant6$ 时可违背 Bell 不等式的 N 体束缚纠缠态. 本文在子系统维数分别为 3 的三体量子系统 $\boldsymbol{H}_A\otimes\boldsymbol{H}_B\otimes\boldsymbol{H}_C$ 上构造了一类三体量子态,利用值域判据证明了在分割 ***A*-*BC*** 和 ***B*-*AC*** 下,此类态是束缚纠缠态,利用文献[13]的结论,证明了在分割 ***AB*-*C*** 下此类态是可分的.

1 基本定义

定义 1 如果 N 体态 $\boldsymbol{\rho}$ 可写成

$$\boldsymbol{\rho}=\sum_{i=1}^{N}p_i\boldsymbol{\rho}_1^i\otimes\boldsymbol{\rho}_2^i\otimes\cdots\otimes\boldsymbol{\rho}_N^i$$

收稿日期: 2014-11-02
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11101017); 北京市青年拔尖人才培育计划资助项目(CITTCD201404067)
作者简介: 赵 慧(1973—), 女, 副教授, 主要从事量子信息方面的研究, E-mail: zhaohui@bjut.edu.cn

式中 p_i 为对应概率，则称其为可分态；反之，如果态 $\boldsymbol{\rho}$ 不能写成以上形式，则称其为纠缠态.

定义 2 复合系统 $\boldsymbol{AB}$ 上的态 $\boldsymbol{\rho}_{AB}$ 的部分转置记为 $\boldsymbol{\rho}_{AB}^{\mathrm{T}_A}$ 或 $\boldsymbol{\rho}_{AB}^{\mathrm{T}_B}$，其定义如下：设 $\{\boldsymbol{i}^A\}\{\boldsymbol{i}^B\}$ 分别为 A、B 系统的标准正交基，则

$$\boldsymbol{\rho}_{AB}^{\mathrm{T}_A} = \sum_{ij} \langle \boldsymbol{i}^A | \boldsymbol{\rho}_{AB} | \boldsymbol{j}^A \rangle \otimes | \boldsymbol{j}^A \rangle \langle \boldsymbol{i}^A |$$

$$\boldsymbol{\rho}_{AB}^{\mathrm{T}_B} = \sum_{ij} \langle \boldsymbol{i}^B | \boldsymbol{\rho}_{AB} | \boldsymbol{j}^B \rangle \otimes | \boldsymbol{j}^B \rangle \langle \boldsymbol{i}^B |$$

定义 3 称 $H_{M_1} \otimes H_{M_2} \otimes \cdots \otimes H_{M_k}$ 为 N 体量子系统 $H_1 \otimes H_2 \otimes \cdots \otimes H_N$ 的一个 $k(k \leqslant N)$ 分割，其中 M_i 是 $M = \{1,2,\cdots,N\}$ 的互不相交子集，并且 $\bigcup_{i=1}^{k} M_i = M$.

定义 4 不可提纯的纠缠态称为束缚纠缠态.

定义 5 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶方阵，如果 $\boldsymbol{A}$ 的主对角线元素的绝对值大于等于同行其他元素的绝对值之和，则称之为对角占优矩阵.

2 三体量子态的纠缠性质

设复合量子系统 $\boldsymbol{ABC}$ 的 3 个子系统分别为 3 维的复希尔伯特空间，$\{\boldsymbol{e}_i\}_{i=1}^{3}$ 是子系统的一个标准正交基，则 $\boldsymbol{H}_A \otimes \boldsymbol{H}_B \otimes \boldsymbol{H}_C$ 上的三体纯态 $|\boldsymbol{\varphi}\rangle$ 可表示为

$$|\boldsymbol{\varphi}\rangle = \sum_{i,j,k=1}^{3} a_{ijk} \boldsymbol{e}_i \otimes \boldsymbol{e}_j \otimes \boldsymbol{e}_k$$

式中 $\sum_{i,j,k=1}^{3} a_{ijk} a_{ijk}^{*} = 1$.

定义纯态

$$|\boldsymbol{\varphi}_{\pm b}\rangle = (0,0,0,0,\pm b,c,0,0,0,0,\mp b,-c,0,\cdots,0)^t$$

$$|\boldsymbol{\varphi}_{\pm a}\rangle = (0,\cdots 0,0,\pm a,d,0,\cdots,0,0,\mp a,-d,0,\cdots,0)^t$$

式中：$|b|^2 + |c|^2 = 1/2$；$|a|^2 + |d|^2 = 1/2$.

设 $\boldsymbol{\rho}_a = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{+a} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{-a}$，$\boldsymbol{\rho}_b = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{+b} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_{-b}$，其中 $\boldsymbol{\rho}_{+a} = |\boldsymbol{\varphi}_{+a}\rangle\langle\boldsymbol{\varphi}_{+a}|$，$\boldsymbol{\rho}_{-a} = |\boldsymbol{\varphi}_{-a}\rangle\langle\boldsymbol{\varphi}_{-a}|$，$\boldsymbol{\rho}_{+b} = |\boldsymbol{\varphi}_{+b}\rangle\langle\boldsymbol{\varphi}_{+b}|$，$\boldsymbol{\rho}_{-b} = |\boldsymbol{\varphi}_{-b}\rangle\langle\boldsymbol{\varphi}_{-b}|$.

构造三体态

$$\boldsymbol{\rho} = \xi\boldsymbol{\rho}_0 + (1-\xi)\boldsymbol{I},\ 0 < \xi \leqslant \frac{1}{4}$$

这里，混态 $\boldsymbol{\rho}_0 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_a + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}_b$. $\boldsymbol{I}$ 是一个 27×27 阶矩阵，且只有以下非零元：

$$\boldsymbol{I}_{2,2} = \boldsymbol{I}_{3,3} = \boldsymbol{I}_{14,14} = \boldsymbol{I}_{15,15} = \boldsymbol{I}_{26,26} = \boldsymbol{I}_{27,27} = \frac{1}{6}$$

复合系统 $\boldsymbol{ABC}$ 有 3 种不同的两体分割：$\boldsymbol{A\text{-}BC}$、$\boldsymbol{B\text{-}AC}$、$\boldsymbol{AB\text{-}C}$[14]. 以下将分别讨论量子态在这 3 种不同分割下的纠缠性质.

1）在分割 $\boldsymbol{A\text{-}BC}$ 下 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质

首先利用分块矩阵来表示矩阵 $\boldsymbol{\rho}$，设子块

$$\boldsymbol{D} = \frac{1-\xi}{6}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ 0 < \xi \leqslant \frac{1}{4}$$

$$\boldsymbol{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_1 & 0 \\ 0 & 0 & x_2 \end{pmatrix},\ x_1 = \frac{\xi}{2}|b|^2,\ x_2 = \frac{\xi}{2}|c|^2$$

$$\boldsymbol{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_3 & 0 \\ 0 & 0 & x_4 \end{pmatrix},\ x_3 = \frac{\xi}{2}|a|^2,\ x_4 = \frac{\xi}{2}|d|^2$$

则矩阵 $\boldsymbol{\rho}$ 可表示为

$$\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & -C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_2 & 0 & 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D \end{pmatrix}$$

当 $0 < \xi \leqslant \frac{1}{4}$ 时，$\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}_A}$ 非零厄米对角占优，从而 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}_A}$ 是半正定矩阵[15]. 即当 $0 < \xi \leqslant \frac{1}{4}$ 时，$\boldsymbol{\rho}$ 是 PPT 的. 下面证明 $\boldsymbol{\rho}$ 是纠缠的.

设 $\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1$，$\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_3$，$\boldsymbol{e}_1 \otimes \boldsymbol{e}_2 \otimes \boldsymbol{e}_1$，$\cdots$，$\boldsymbol{e}_3 \otimes \boldsymbol{e}_3 \otimes \boldsymbol{e}_3$ 是希尔伯特空间 $H_A \otimes H_B \otimes H_C$ 的一组基. $\boldsymbol{\rho}$ 值域中向量可表示为以下 2 种形式：

$$\boldsymbol{\mu} = (0,A,B,0,C,D,0,E,F,0,-C,-D,0,G,H,0,0,0,0,-E,-F,0,0,0,0,I,J)^t$$

$$\boldsymbol{\mu} = (a_1,a_2,a_3)^t \otimes (b_1,\cdots,b_9)^t$$

比较以上 2 式可得：

① $a_1b_1 = a_1b_4 = a_1b_7 = a_2b_1 = a_2b_4 = a_2b_7 = a_2b_8 = a_2b_9 = a_3b_1 = a_3b_4 = a_3b_5 = a_3b_6 = a_3b_7 = 0$.

② $a_1b_5 = -a_2b_2 = C$；$a_1b_6 = -a_2b_3 = D$.

③ $a_1b_8 = -a_3b_2 = E$；$a_1b_9 = -a_3b_3 = F$.

显然 $a_2a_3 = 0$，否则由①②③得 $b_1 = \cdots = b_9 = 0$，从而矛盾. 所以分以下情况讨论.

（i）当 $a_2 = a_3 = 0$ 时，$a_1 \neq 0$. 由①②③得向量

$$\boldsymbol{\mu}_1=(a_1,0,0)^t\otimes(0,b_2,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_2=(a_1,0,0)^t\otimes(0,0,b_3,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_3=(\boldsymbol{a}_1,0,0)^t\otimes(0,b_2,b_3,\cdots,0)^t$$

（ii）当 $a_2\neq0,a_3=0$ 时．若 $a_1=0$，由①②得向量

$$\boldsymbol{\mu}_4=(0,a_2,0)^t\otimes(0,0,0,0,b_5,0\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_5=(0,a_2,0)^t\otimes(0,\cdots0,b_6,0,0,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_6=(0,a_2,0)^t\otimes(0,\cdots,0,b_5,b_6,0,0,0)^t$$

若 $a_1\neq0$，由①得向量

$$\boldsymbol{\mu}_7=(a_1,a_2,0)^t\otimes(0,b_2,0,0,b_5,0\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_8=(a_1,a_2,0)^t\otimes(0,0,b_30,b_6,0,0,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_9=(a_1,a_2,0)^t\otimes(0,b_2,b_30,b_5,b_6,0,0,0)^t$$

（iii）当 $a_2=0,a_3\neq0$ 时，若 $a_1=0$，由①③得向量

$$\boldsymbol{\mu}_{10}=(0,0,a_3)^t\otimes(0,\cdots,0,b_8,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_{11}=(0,0,a_3)^t\otimes(0,\cdots,0,b_9)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_{12}=(0,0,a_3)^t\otimes(0,\cdots,0,b_8,b_9)^t$$

若 $a_1\neq0$，由①得向量

$$\boldsymbol{\mu}_{13}=(a_1,0,a_3)^t\otimes(0,b_2,0,\cdots,0,b_8,0)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_{14}=(a_1,0,a_3)^t\otimes(0,0,b_30,0,0,0,0,b_9)^t$$
$$\boldsymbol{\mu}_{15}=(a_1,0,a_3)^t\otimes(0,b_2,b_30,0,0,0,b_8,b_9)^t$$

可得到张成 $\boldsymbol{\rho}$ 的值域空间的一组线性无关的向量组 $\boldsymbol{\mu}_1,\boldsymbol{\mu}_2,\boldsymbol{\mu}_4,\boldsymbol{\mu}_5,\boldsymbol{\mu}_7,\boldsymbol{\mu}_8,\boldsymbol{\mu}_{10},\boldsymbol{\mu}_{11},\boldsymbol{\mu}_{13},\boldsymbol{\mu}_{14}$．对其作相对 $\boldsymbol{A}$ 系统的部分复共轭所得全体向量与 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}_A}$ 值域中向量 $\boldsymbol{\mu}=(1,0,0)^t\otimes(0,0,0,0,1,0,\cdots,0)^t$ 线性无关，从而无法张成 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{T}_A}$ 的值域．因此，由值域判据可知 $\boldsymbol{\rho}$ 是纠缠的．

综上所述，在 $\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{BC}$ 分割下，$\boldsymbol{\rho}$ 是束缚纠缠的．

2）$\boldsymbol{B}$-$\boldsymbol{AC}$ 分割下的 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质

类似 1）中的方法可证明 $\boldsymbol{\rho}$ 是束缚纠缠的．

3）$\boldsymbol{AB}$-$\boldsymbol{C}$ 分割下的 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质

采用文献[13]中的方法分以下 4 步进行：

① 由等式 $|\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\rho}|=\lambda^{17}\left(\lambda-\dfrac{1-\xi}{6}\right)^6(\lambda-\xi|b|^2)(\lambda-\xi|c|^2)(\lambda-\xi|a|^2)(\lambda-\xi|d|^2)=0$ 可得 $\boldsymbol{\rho}$ 的非零特征值为 $\dfrac{1-\xi}{6}$（6 重），$\xi|b|^2,\xi|c|^2,\xi|a|^2,\xi|d|^2$．属于特征值 $\dfrac{1-\xi}{6}$ 的一组线性无关的特征向量为

$$\boldsymbol{\nu}_1=(0,1,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_2=(0,0,1,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_3=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_4=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_5=(0,\cdots,0,1,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_6=(0,\cdots,0,0,1)^t$$

属于特征值 $\xi|b|^2$、$\xi|c|^2$、$\xi|a|^2$、$\xi|d|^2$ 的特征向量分别是

$$\boldsymbol{\nu}_7=(0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,-1,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_8=(0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,-1,0,\cdots,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_9=(0,0,0,0,0,0,0,1,0,\cdots,0,$$
$$-1,0,0,0,0,0,0,0)^t$$
$$\boldsymbol{\nu}_{10}=(0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,\cdots,0,0,$$
$$-1,0,0,0,0,0,0)^t$$

② 设 $\boldsymbol{B}^r(r=1,\cdots,16)$ 是一个只有 4 个非零元的 27×27 阶对称阵．设 $(\boldsymbol{A}_{ij},\boldsymbol{A}_{kl})\parallel(\boldsymbol{A}_{mn},\boldsymbol{A}_{st})$ 表示 $(\boldsymbol{A}_{ij},\boldsymbol{A}_{kl})=\lambda(\boldsymbol{A}_{mn},\boldsymbol{A}_{st})$（$\lambda$ 为一常数）．根据

$$(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{12})\parallel(\boldsymbol{A}_{21},\boldsymbol{A}_{22}),(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{12})\parallel(\boldsymbol{A}_{31},\boldsymbol{A}_{32}),\cdots,$$
$$(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{12})\parallel(\boldsymbol{A}_{91},\boldsymbol{A}_{92})$$

以及

$$(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{13})\parallel(\boldsymbol{A}_{21},\boldsymbol{A}_{23}),(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{13})\parallel(\boldsymbol{A}_{31},\boldsymbol{A}_{33}),\cdots,$$
$$(\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{13})\parallel(\boldsymbol{A}_{91},\boldsymbol{A}_{93})$$

可得 $\boldsymbol{B}^r(r=1,\cdots,16)$ 的 4 个非零元为

当 $r=1,\cdots,8$ 时，有

$$(\boldsymbol{B}^r)_{1,3r+2}=-1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{2,3r+1}=1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{3r+1,2}=1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{3r+2,1}=-1$$

当 $r=9,\cdots,16$ 时，有

$$(\boldsymbol{B}^r)_{1,3r-21}=-1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{3,3r-23}=1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{3r-23,3}=1$$
$$(\boldsymbol{B}^r)_{3r-21,1}=-1$$

设对称矩阵 $\boldsymbol{T}^r(r=1,\cdots,16)$ 的矩阵元为

$$\boldsymbol{T}_{ij}^r=\langle\boldsymbol{\nu}_i|\boldsymbol{B}^r|\boldsymbol{\nu}_j^*\rangle,i,j=1,\cdots,10$$

式中：$*$ 为复共轭；$|\boldsymbol{\nu}_i\rangle$ 为①中对应于 $\boldsymbol{\rho}$ 的非零特征值的线性无关的特征向量．由此易得 $\boldsymbol{T}^r$ 均为零矩阵．

③ 设 $\lambda_{jr}(j=1,\cdots,l_r(l_r\leqslant11))$ 表示 $\boldsymbol{T}^r(\boldsymbol{T}^r)'$（$'$为转置共轭）的特征值的平方根，并且按递减排列．由②知 $\lambda_{jr}=0$，从而 $a^r=\lambda_{1r}-\sum_{i=2}^{l_r}\lambda_{ir}=0$．

④ 由③可知，只需考虑以下关于 $a_{i1},\cdots,a_{i10}$ 的方程组是否有非零解．

$$
\begin{cases}
|z_i\rangle = a_{i1}|\boldsymbol{v}_1\rangle + a_{i2}|\boldsymbol{v}_2\rangle + \cdots + a_{i10}|\boldsymbol{v}_{10}\rangle \\
\langle z_i|\boldsymbol{B}^1 z_i^*\rangle = 0 \\
\vdots \\
\langle z_i|\boldsymbol{B}^{16}|z_i^*\rangle = 0 \\
i = 1,\cdots,k(k\geqslant 10)
\end{cases}
$$

易知方程组有无穷多解,必有非零解,从而 $\boldsymbol{\rho}$ 可分.

3 结论

复合系统 $\boldsymbol{ABC}$ 有 3 种不同的两体分割:$\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{BC}$、$\boldsymbol{B}$-$\boldsymbol{AC}$、$\boldsymbol{AB}$-$\boldsymbol{C}$. 量子系统 $H_A \otimes H_B \otimes H_C$ 上的三体量子态在以上 3 种不同分割下的纠缠性质如下:

1)$\boldsymbol{A}$-$\boldsymbol{BC}$ 分割下的 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质. 密度矩阵 $\boldsymbol{\rho}$ 对于子系统 $\boldsymbol{A}$ 的部分转置为正且 $\boldsymbol{\rho}$ 是纠缠的,因而 $\boldsymbol{\rho}$ 是束缚纠缠态.

2)$\boldsymbol{B}$-$\boldsymbol{AC}$ 分割下的 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质. 密度矩阵 $\boldsymbol{\rho}$ 对于子系统 $\boldsymbol{B}$ 的部分转置为正且 $\boldsymbol{\rho}$ 是纠缠的,因而 $\boldsymbol{\rho}$ 是束缚纠缠态.

3)$\boldsymbol{AB}$-$\boldsymbol{C}$ 分割下的 $\boldsymbol{\rho}$ 的纠缠性质. $\boldsymbol{\rho}$ 是可分态.

参考文献:

[1] PERES A. Separability criterion for density matrices[J]. Physical Review Letter, 1996, 77(8): 1413-1415.

[2] CHEN Kai, WU Ling-an. A matrix realignment method for recognizing entanglement[J]. Quantum Information and Computation, 2003, 3(3): 193-202.

[3] HORODECKI P. Separability criterion and inseparable mixed states with positive partial transposition [J]. Physical Letter A, 1997, 232: 333-339.

[4] BENNETT C H, DIVINCENZO D P, MOR T, et al. Unextendible product bases and bound entanglement[J]. Physical Review Letter, 1999, 82(26): 5385-5388.

[5] DERKACZ L, JAKOBCZYK L. Entanglement versus entropy for a class of mixed two-qutrit states[J]. Physical Review A, 2007, 76(4): 042304.

[6] AUGUSIAK R, STASINSKA J, HORODEKI P. Beyond the standard entropic inequalities: stronger scalar separability criteria and their applications[J]. Physical Review A, 2008, 77(1): 012333.

[7] BREUER H P. Optimal entanglement criterion for mixed quantum states[J]. Physical Review Letter, 2006, 97(8): 080501.

[8] CAVALCANTI D, FERRARO A, GARCIA-SAEZ A, et al. Distillable entanglement and area laws in spin and harmonic-oscillator systems [J]. Physical Review A, 2008, 78(1): 012335.

[9] ISHIZAKA S. Bound entanglement provides convertibility of pure entangled states[J]. Physical Review Letter, 2004, 93(19): 190501.

[10] MASANES L. All bipartite entangled states are useful for information processing [J]. Physical Review Letter, 2006, 96(15): 150501.

[11] FEI Shao-ming, LI-JOST Xian-qing, SUN Bao-zhi. A class of bound entangled states[J]. Physical Letter A, 2006, 352(4/5): 321-325.

[12] DÜR W, VIDAL G, CIRAC J I. Three qubits can be entangled in two inequivalent ways[J]. Physical Review Letter A, 2000, 62(6): 062314.

[13] CHEN Ping-xing, LIANG Lin-mei, LI Cheng-zu, et al. Necessary and sufficient condition of separability of any system [J]. Physical Review A, 2001, 63(5): 052306.

[14] DÜR W, CIRAC J I. Classification of multi-qubit mixed states: separability and distillability properties [J]. Physical Review A, 2000, 61(4): 042314.

[15] HORN R A, JOHNSON C R. Matrix analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 343-353.

(责任编辑 吕小红)