

# 改进差分进化算法在非线形模型预测控制中的应用

刘振泽, 许洋, 王峰明

(吉林大学 控制理论与智能系统实验室 通信工程学院, 长春 130025)

**摘要:** 为了解决非线性模型预测控制在实际工程系统应用时,传统方法求解非凸的非线性规划问题容易陷入局部极小,计算量随着问题维数的增加呈几何级数增长的问题,对传统的差分进化算法进行了改进. 通过动态调节差分进化算法的主要参数加快差分进化算法的收敛速度,同时采用多种突变策略增加种群的多样性,有效克服了传统差分进化算法容易陷入局部极小的缺点. 在简单三容液位系统上的仿真实验结果证明了该算法的有效性和可行性,在工业应用中具有较好的应用前景.

**关键词:** 非线性系统; 改进差分进化算法; 模型预测控制; 三容液位控制系统

中图分类号: TP 29

文献标志码: A

文章编号: 0254-0037(2015)05-0680-06

doi: 10.11936/bjutxb2014050009

## Application of Modified Differential Evolution Algorithm to Non-linear MPC

LIU Zhen-ze, XU Yang, WANG Feng-ming

(The Laboratory of Control Theory and Intelligent System, Telecommunication Engineering Institute, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** The main problem for the application of nonlinear model predictive control is to solve the non-convex in finite sampling time. Traditional method has some defects such as high computation and easy to fall into local solution. It is a wise choice to solve this problem by using intelligent method. In this paper, some modifications of the traditional differential evolution (DE) algorithm are made, including accommodating main parameters to increase the convergence rate, and employing various mutation strategies to increase multiplicity of the population and avoid falling into local solution. The simulation results in the three-tank system show that it is effective and available, with a good feature for application in industry.

**Key words:** non-linear system; modified differential evolution (MDE) algorithm; model predictive control (MPC); three-tank water control system

模型预测控制(model predictive control, MPC)自20世纪80年代出现以来,是在控制工程领域(例如石油化工、纺织、通讯系统等)获得了广泛应用的先进控制技术之一. 一直以来模型预测控制在缓慢系统的过程控制中能够取得较好的控制效果,但在

快速响应系统中模型预测控制的效果不理想,其中一个主要原因是传统的模型预测控制在短的采样周期内无法完成对最优控制规律的计算. 另一方面,实际系统或多或少都会具有一定的非线性特征,采用非线性模型预测控制(non-linear model predictive

收稿日期: 2014-05-06

基金项目: 吉林省科技发展计划资助项目(20100184)

作者简介: 刘振泽(1979—),男,副教授,主要从事欠驱动康复机器人、非线性模型预测控制及3D打印技术方面的研究,  
E-mail: 878953830@qq.com

control, NMPC)能够取得更好的控制效果.但是,目前非线性模型预测控制的理论研究较为落后,研究中较为突出的一个问题是非线性模型预测控制需要在有限采样时间内求解一个非凸的非线性规划问题<sup>[1]</sup>,采用传统的数值计算方法计算量会随着问题维数的增加呈指数增长,因此寻求新的计算方法一直是 NMPC 研究中的一个研究热点.

在遗传、选择变异条件下,自然界的生物不断进化,通过优胜劣汰的竞争机制进化出最适应自然环境的机能和特点. Storn 等<sup>[2]</sup>根据自然界生物进化的原理,结合对传统遗传算法的改进,在 1995 年国际计算大会上第 1 次提出了差分进化(differential evolution, DE)算法,1997 年又在相关杂志发表了差分进化算法的研究论文.差分进化算法可对非线性不可微连续空间函数进行最小化,并且具有易用性、稳健性和强大的全局寻优能力.贺毅朝等<sup>[3]</sup>证明了差分进化算法的收敛性,并提出一种将多种变异策略混合使用以改善差分进化算法的性能.除了上述对 DE 算法的改进外,国内外学者对 DE 算法进行了大量的改进 DE 算法的研究,例如:Cai 等<sup>[4]</sup>提出的 CDE 应用了 K 聚类法解决不确定优化问题,Zhang 等<sup>[5]</sup>提出了基于外部存档的精英云变异并根据成功的参数值调整变异算子  $F$  和交叉率  $R$ ,Deng 等<sup>[6]</sup>设计了一种新的以单一种群为主的算法,并且通过第 2 增强变异算子来提高算法的搜索能力.

目前,DE 算法及其改进算法已经在多个领域,例如神经网络训练、化工、机器人、信号处理领域等,均获得了广泛的应用.因此,将改进的 DE 算法应用于 NMPC 中最优问题的求解可能是一个解决 NMPC 计算复杂,无法在采样时间内完成的难题的有效方法.

## 1 DE 算法理论

DE 算法是一种自组织搜索算法<sup>[7]</sup>,在进化搜索过程中同样存在交叉、变异、选择等操作,但与传统的遗传算法相比差分进化算法的操作更为简单,具有更高的计算效率.DE 算法的基本步骤如下:

### 1) 算法的初始化

需要初始化的参数有:变异算子  $F$ 、交叉率  $R$ 、种群规模  $M$ 、最大迭代次数  $K$ .首先是从  $[x_j^L, x_j^U]$  上随机产生一组所对应变量的候选解,  $x_j^L$ 、 $x_j^U$  分别为第  $j$  个变量的取值的下限和上限,  $j = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为变量的数量.一般情况下假定所有随机初始化的种群符合均匀分布,有

$$x_{j,0} = \text{rand}[0, 1](x_j^U - x_j^L) + x_j^L \quad (1)$$

### 2) 变异

对于任意一个实验向量  $\mathbf{v}_i^{k+1}$ ,一般由一对目标向量突变后获得,  $\mathbf{v}_i^{k+1}$  由式(2)~(6)中的一个公式计算获得.

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_{i3}^k + F(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_{\text{BEST}}^k + F(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_i^k + F_1(\mathbf{x}_{\text{BEST}}^k - \mathbf{x}_i^k) + F_2(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_{\text{BEST}}^k + F_1(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) + F_2(\mathbf{x}_{i3}^k - \mathbf{x}_{i4}^k) \quad (5)$$

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_{i5}^k + F_1(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) + F_2(\mathbf{x}_{i3}^k - \mathbf{x}_{i4}^k) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{x}_{\text{BEST}}^k$  为第  $k$  次迭代中最好的解向量;  $i1$ 、 $i2$ 、 $i3$ 、 $i4$ 、 $i5$  等为从  $\{1, 2, \dots, M\}$  中随机选取的整数. Storn 等<sup>[2]</sup>经过大量的实验指出,式(2)(3)的变异策略具有较好的综合性能.

### 3) 交叉

后代向量  $\mathbf{u}_i^{k+1}$  与父代向量  $\mathbf{x}_i^k$  和实验向量  $\mathbf{v}_i^k$  均有关,其数学表达式为

$$\mathbf{u}_i^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{v}_{i,j}^{k+1} & \text{rand}() < R \text{ or } j = r_{1-N} \\ \mathbf{x}_i^k & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

式中  $r_{1-N}$  代表产生的随机数.

### 4) 选择

如果  $f(\mathbf{u}_i^{k+1}) < f(\mathbf{x}_i^k)$ ,也就是说  $f(\mathbf{u}_i^{k+1})$  好于  $f(\mathbf{x}_i^k)$ ,则  $\mathbf{u}_i^{k+1}$  成为下一代,否则  $\mathbf{x}_i^k$  成为下一代,过程为

$$\mathbf{x}_i^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_i^{k+1} & \text{if } f(\mathbf{u}_i^{k+1}) < f(\mathbf{x}_i^k) \\ \mathbf{x}_i^k & \end{cases} \quad (8)$$

### 5) 判断终止条件

若  $k = K$ ,终止计算,否则重复 3) 和 4).

## 2 改进差分进化算法

DE 算法虽然有操作简单,计算效率较高的特点,但是容易陷入局部极小,动态更新 DE 算法的参数是改进差分进化(modified differential evolution, MDE)算法的性能的一种方式. MDE 算法动态更新 DE 算法的主要参数,以获得更好的收敛速度.

### 2.1 改进差分进化算法

1) 采用 2 种突变策略来加快收敛和避免“早熟”

MDE 采用 2 种不同的突变策略并且通过动态的可能性选择来选取 2 种突变策略,数学描述为

$$\mathbf{u}_i^{k+1} = \begin{cases} \mathbf{x}_{\text{BEST}}^k + F(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) & \text{rand}() < \beta \\ \mathbf{x}_{i3}^k + F(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) & \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $x_{\text{BEST}}^k$  为当代种群中最优解;  $i_1, i_2, \dots$  为从  $\mathbf{v}_i^{k+1} = x_i^k + F_1(x_{\text{BEST}}^k - x_i^k) + F_2(x_{i_1}^k - x_{i_2}^k) [1, M]$  中随机选取的整数, 且遵循条件:  $i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq i$ ; 参数  $\beta$  定义为选择可能性, 其数学表达式为

$$\beta = \left(\frac{k}{K}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (10)$$

式中  $k$  代表当前的迭代次数。

Price 等<sup>[1,8]</sup> 经过大量的实验研究后证明在实际应用中这 2 种突变策略具有较好的收敛性能并且不容易陷入局部极小, 所以采用这 2 种突变策略可有效扩大子代的搜索范围, 避免陷入局部极小的困境. 选择可能性参数  $\beta$  决定选择某种突变策略的条件. 迭代初期希望对子代进行充分的变异来获得足够大的搜索范围, 所以迭代初期选择可能性参数较小, 更倾向于第 2 种突变策略. 随着迭代次数的增加, 选择可能性参数逐渐变大, 倾向于选择第 1 种突变策略, 加快收敛到最优值.

## 2) 动态更新变异算子 $F$ 和交叉率 $R$

传统的 DE 算法中  $F$  与  $R$  为常量. 当  $F$  取值较小时, 群体差异度减小, 搜索范围变小, 但种群收敛速度加快;  $F$  较大时种群具有更大的搜索范围, 不易陷入局部极小, 但收敛速度会降低.  $F$  一般在  $[0, 2]$  进行取值, Storn 等<sup>[2]</sup> 指出  $F$  在  $[0.4, 1]$  取值可以取得较好的效果. 交叉率  $R$  决定算法中局部搜索能力和全局搜索能力的平衡性:  $R$  小局部搜索能力强, 收敛快, 易陷入局部极小;  $R$  大全局搜索能力强, 但  $R$  过大可能会因为扰动大于群体差异度造成收敛缓慢. 一般情况下  $R$  在  $[0.6, 0.9]$  取值. MDE 算法中分别利用高斯分布和均匀分布来调整变异算子  $F$  和交叉率  $R$ , 采用这种办法有利于增加候选解的多样性, 更好地平衡搜索范围与收敛速度之间的矛盾.

$$F \sim G_d(m_F, \delta_p)$$

$$R \sim U_d(m_R - \delta_R, m_R + \delta_R)$$

式中:  $m_F$  为均值,  $\delta_p$  为标准差;  $m_R$  为均值,  $\delta_R/\sqrt{3}$  为标准差.

采用上述算法的好处是在溢出时, 可以缩小  $[F_{\min}, F_{\max}]$ 、 $[R_{\min}, R_{\max}]$  的距离.

## 2.2 改进差分进化算法在 NMPC 上的应用

模型预测控制是在工程上应用较为广泛的一种控制算法, 模型预测控制一般分为 3 部分: 预测模型、反馈校正和滚动优化. 从某种意义上说模型预测控制并不是一种新的控制方法, 模型预测控制与最优控制的区别和联系主要表现为模型预测控制中

在有限时域内求解最优控制, 并且结合反馈信息在线计算控制规律, 而最优控制是离线计算控制规律的<sup>[9-10]</sup>. 线性模型预测控制发展较早, 取得了较多的研究成果, 但采用非线性模型预测控制能够获得更好的控制规律. 由于 NMPC 要在有限时间内求解一个非凸的非线性规划问题, 但求解该问题的计算量随着决策变量的维数呈指数增长<sup>[11-12]</sup>.

改进差分进化算法应用于非线性模型预测控制在设置选择函数时仅需要简单估计所选择的子代应用于被控系统后被控系统的动态响应趋势, 因此有较快的计算速度, 并且改进差分进化算法具有很快的收敛速度, 算法的设计简单, 算法的迭代次数小, 收敛速度快, 应用范围广泛, 适合于多变量、多目标、多约束的系统的最优问题的求解, 在降低多输入多输出非线性模型预测控制的计算量<sup>[13]</sup> 方面具有广阔的发展前景.

## 2.3 基于 MDE 算法的 NMPC 工作流程<sup>[14]</sup>

1) 得到非线性预测模型.

2) 得到控制和优化目标, 相关变量的约束区间, 被控量的动态性能约束等, 设置改进差分进化算法的相关参数.

3) 读取相关数据, 用改进差分进化算法求出控制增量, 并将其作用于系统.

4) 根据下一时刻的相关数据转到 3)。

## 3 MDE 算法在三容液位控制系统中的应用

### 3.1 三容液位系统的系统组成

三容液位系统如图 1 所示. 以  $q_1, q_2$  为操作变量, 以  $T_3$  中的液位为被控量, 由  $T_2$  流出的流量与  $T_2$  中的液位高度有关, 被控量为与 2 个输入都有关的量, 这是一个多输入单输出的非线性系统.

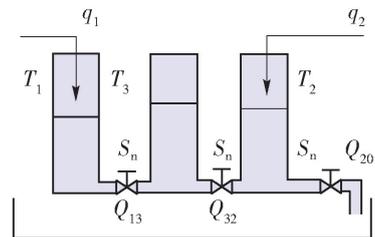


图 1 三容液位系统简图

Fig. 1 Diagram of the three-tank liquid level system

三容液位系统的非线性动态方程如下<sup>[15]</sup>:

$$S \frac{dh_1}{dt} = q_1 - Q_{13} \quad (11)$$

$$S \frac{dh_2}{dt} = q_2 + Q_{32} - Q_{20} \quad (12)$$

$$S \frac{dh_3}{dt} = Q_{13} - Q_{32} \quad (13)$$

式中: $S$ 代表容器的横截面积; $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$ 代表容器中的液位的高度; $q_1$ 和 $q_2$ 代表流入容器的流量.则 $Q$ 为

$$Q_{13} = a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) \sqrt{2g|h_1 - h_3|} \quad (14)$$

$$Q_{32} = a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) \sqrt{2g|h_3 - h_2|} \quad (15)$$

$$Q_{20} = a_{z2} S_n \sqrt{2g|h_2|} \quad (16)$$

式中: $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $a_{z1}$ 、 $a_{z2}$ 、 $a_{z3}$ 为流量系数; $g$ 为重力加速度.公式中的系数如表1所示.

表1 物理参数表

Table 1 Physical parameters

参数名称及国际单位	参数值
容器横截面积 $S/\text{cm}^2$	154
阀门横截面积 $S_n/\text{cm}^2$	0.5
阀门流量系数 $a_{z1}$	0.411 6
阀门流量系数 $a_{z2}$	0.726 1
阀门流量系数 $a_{z3}$	0.453 6
重力加速度值 $g/(\text{cm}\cdot\text{s}^{-2})$	980
最大流量 $q_{\max}/(\text{mL}\cdot\text{s}^{-1})$	166
最小流量 $q_{\min}/(\text{mL}\cdot\text{s}^{-1})$	0
最大液位高度 $H_{\max}/\text{cm}$	60

### 3.2 三容液位系统的最优控制律传统方法求解

在本文的NMPC求解条件下,理论上能够求解出最优控制律.系统模型的假设与简化如下:

1) NMPC预测过程中采用一步预测并且系统的状态向量与控制量满足如下关系:

$$h_1 > h_3 > h_2$$

$$q_{\min} \leq q_1 \leq q_{\max}$$

$$q_{\min} \leq q_2 \leq q_{\max}$$

2) 目标函数为

$$J = |h_3 - 34.86|$$

3) 系统建模误差为0,扰动为0,即控制规律给出后,根据模型预测输出与实际输出相同.

在上述3个假设条件下,系统模型简化为

$$\frac{dh_1}{dt} = \alpha q_1 - \beta_1 \sqrt{h_1 - h_3} \quad (17)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \alpha q_2 + \beta_3 \sqrt{h_3 - h_2} - \beta_2 \sqrt{h_2} \quad (18)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \beta_1 \sqrt{h_1 - h_3} - \beta_3 \sqrt{h_3 - h_2} \quad (19)$$

式中 $\alpha$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 均为相应的常系数.

由于上述微分方程组是非线性微分方程组,为了能够简化计算,利用二元函数的泰勒展开式将相应的非线性部分在工作点邻域内展开到一次项

$$\sqrt{h_1 - h_3} = C_1 h_1 + C_2 h_3 + D_0 \quad (20)$$

$$\sqrt{h_3 - h_2} = C_3 h_3 + C_4 h_2 + D_1 \quad (21)$$

$$\sqrt{h_2} = C_5 h_2 + D_2 \quad (22)$$

式中 $C_i$ 、 $D_i$ 均是相应的常系数.

将展开式(20)~(22)代入简化的模型方程(17)~(19)中,有

$$\frac{dh_1}{dt} = -\xi_1 h_1 - \xi_3 h_3 + u_1 \quad (23)$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \xi_4 h_3 + (\xi_2 - \xi_5) h_2 + u_2 \quad (24)$$

$$\frac{dh_3}{dt} = \xi_1 h_1 + (\xi_3 - \xi_4) h_3 - \xi_2 h_2 + u_3 \quad (25)$$

将式(23)~(25)写为向量形式

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{A}\mathbf{h} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (26)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\xi_1 & 0 & -\xi_3 \\ 0 & \xi_2 - \xi_5 & \xi_4 \\ \xi_1 & -\xi_2 & \xi_3 - \xi_4 \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \mathbf{I}_{3 \times 3}$$

$$\mathbf{h} = [h_1, h_2, h_3]^T; \mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T$$

其中: $u_1 = kq_1 + c_1$ ,  $u_2 = kq_2 + c_2$ ,  $u_3 = c_3$ ;  $u_1$ 、 $u_2$ 是流量的一次线性函数; $k$ ,  $c_1$ 、 $c_2$ 、 $c_3$ 是常系数;矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 均为定常矩阵.

根据系统可控性判据

$$S_c = [\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}]$$

容易得出系统完全可控.又由于输入量有界,且输入量能够取到边界值,因此一定存在符合约束条件的最优解.根据最优控制理论和上述线性模型理论上能够求得最优控制量的值,但由于求解过程过于复杂,因此采用穷举法对上述结论进行数值仿真验证,得到在 $t \in [0, 0.5)$ 区间内, $q_1$ 、 $q_2$ 与 $h_3$ 的3维MATLAB仿真结果如图2所示.

从图2中可以看出,在足够小的邻域内将系统线性化后,当 $q_1$ 、 $q_2$ 分别取相应的值时,系统的目标函数取得最小值,且控制量的取值组合唯一.因此,将系统进行足够小的分段线性化后,在每段均存在唯一一个最优解,根据贝尔曼动态规划原理,在整个动态过程中一定存在最优解且最优解是唯一确

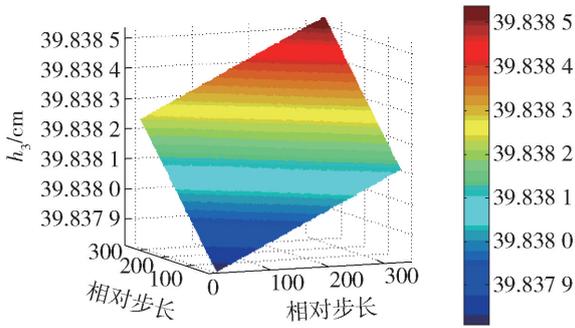


图2 系统输入与输出的3维MATLAB仿真

Fig. 2 3-D results of 2 inputs and 1 output

定的。

### 3.3 MDE 算法在三容液位系统中的参数设置

三容液位控制系统是一个多输入多输出的耦合非线性系统,本实验中采用2个输入变量 $q_1$ 和 $q_2$ ,1个输出变量 $h_3$ 构造实验系统,进行改进差分进化算法的寻优设置。在0时刻给 $h_3$ 加一个脉冲扰动使得 $h_3$ 的值突然增加5,差分进化算法的其他参数设置如下:

在此例中个体的长度为2,即

$$\mathbf{x}_i = [x_{i,1}, x_{i,2}]$$

式中: $x_{i,1}$ 、 $x_{i,2}$ 分别代表 $q_1$ 、 $q_2$ 的变化量;种群规模 $M$ 设置为50;最大迭代次数 $K$ 设置为50;变异算子 $F$ 服从的高斯分布为

$$F \sim G_d(1, 1)$$

交叉率 $R$ 服从的均匀分布为

$$R \sim U_d(0.5, 1)$$

选择函数根据需要设定为 $f$ ,预测过程中采用一步预测,用MATLAB进行仿真所得结果如图3所示。

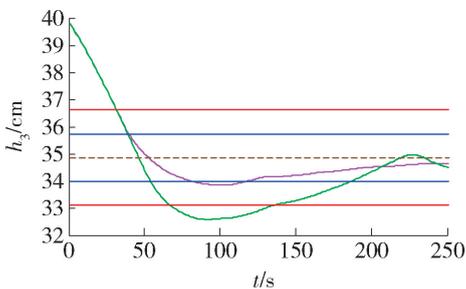


图3 三容液位系统仿真曲线

Fig. 3 Simulation of the three tank systems

图3中的虚线代表脉冲扰动前 $h_3$ 的平衡状态下的液位高度,蓝色线为 $\pm 2.5\%$ 的误差带,红色线为 $\pm 5\%$ 的误差带,系统仿真时采用的采样时间为1s。图中绿色的液位响应曲线是在初始种群数为20,迭代次数为50,并且在选择函数中没有误差反馈的情

况下所得的系统响应曲线,紫红色的液位响应曲线是在选择函数中加入误差反馈后的系统响应曲线。从图中可以看出,在选择函数中加入误差反馈后系统的超调量减小,并且系统残差远小于2.5%,证明了采用改进差分进化算法的三容液位系统非线性模型预测控制具有可行性和较好的控制效果。

### 3.4 改进差分进化算法与差分进化算法在三容液位系统中的应用对比

改进差分进化算法动态更新变异算子 $F$ 和交叉率 $R$ ,并且通过选择可能性参数决定选择哪种突变策略,下面给出传统的差分进化算法和改进差分进化算法在三容液位系统中的应用对比,传统差分进化算法参数设置为种群规模:20;变异算子: $F = 0.5$ ;交叉率: $R = 0.8$ ;突变策略:

$$\mathbf{v}_i^{k+1} = \mathbf{x}_{\text{BEST}}^k + F(\mathbf{x}_{i1}^k - \mathbf{x}_{i2}^k) \quad (27)$$

其他参数的设置与改进差分进化算法相同,图4为2种算法在三容液位系统中的应用曲线。

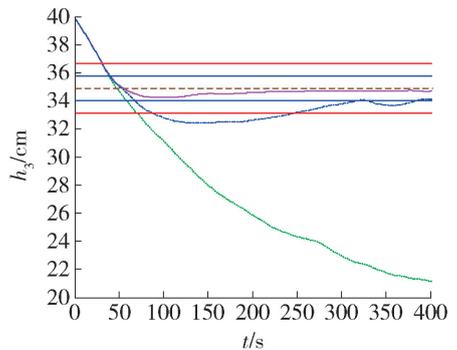


图4 2种差分进化算法在三容液位系统中应用的仿真曲线

Fig. 4 Simulation of the two different differential evolution algorithms

图4中红色代表采用改进差分进化算法10次的仿真曲线,绿色代表传统差分进化算法在迭代次数为10时的系统仿真曲线,蓝色点画线代表传统差分进化算法在迭代次数为20时的仿真曲线。从图中可以看出,在接近稳态值时,传统差分进化算法不能够选择出正确的子代,从而导致较大的偏差。仿真图像还表明,改进差分进化算法具有较好的鲁棒性和较快的收敛速度。

## 4 结论

1) 仿真曲线图证明改进差分进化算法可以用来求取非线性模型预测控制中最优控制问题的最优解或次优解,证明了改进差分进化算法应用于非线性

性模型预测控制的可行性和有效性。

2) 从仿真图中可以看出,与原差分进化算法相比,改进差分进化算法具有较好的鲁棒性,原差分进化算法在系统响应曲线接近目标值时已无法选出正确的最优解。

3) 应用改进差分进化算法求解非线性模型预测控制中最优问题的解时,选择函数只需要设计为对采用某个解向量之后系统响应的动态趋势即可,程序中采用了简单的选择函数,由于计算机执行循环程序的速度非常快,大大加快了寻找最优解的计算速度。

### 参考文献:

- [1] 何德峰,丁宝苍,于树友. 非线性系统模型预测控制若干基本特点与主题回顾[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(3): 273-287.  
HE De-feng, DING Bao-cang, YU Shu-you. Fundamental features and reviews of non-linear model predictive control [J]. Control Theory and Applications, 2013, 30(3): 273-287. (in Chinese)
- [2] STORN R, PRICE K. Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11: 341-359.
- [3] 贺毅朝,王熙照,刘坤起. 差分演化的收敛性分析与算法改进[J]. 软件学报, 2010, 21(5): 875-885.  
HE Yi-chao, WANG Xi-zhao, LIU Kun-qi. Convergence analysis and modifying of differential evolution algorithm [J]. Journal of Software, 2010, 21(5): 875-885. (in Chinese)
- [4] CAI Z H, GONG W Y, LING C X, et al. A clustering based differential evolution for global optimization [J]. Appl Soft Compute, 2011, 11(1): 1363-1379.
- [5] ZHANG J Q, SANDERSON A C. JADE: adaptive differential evolution algorithm with optional external archive[J]. IEEE Trans Evol Comput, 2009, 13(5): 945-958.
- [6] DENG C S, ZHAO B Y, DENG A Y, et al. New differential evolution algorithm with a second enhanced mutation operator [C] // International Workshop on Intelligent Systems and Applications. Wuhan: IEEE, 2009: 1-4.

- [7] 周艳平,顾幸生. 差分进化算法研究进展[J]. 化工自动化及仪表, 2007, 34(3): 1-5.  
ZHOU Yan-ping, GU Xing-sheng. Research progress of differential evolution algorithm [J]. Chemical Automation and Meters, 2007, 34(3): 1-5. (in Chinese)
- [8] PRICE K. Differential evolution: a fast and simple numerical optimizer [C] // 1996 Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society. New York: Institute of Electrical & Electronics Engineers, 1996: 524-527.
- [9] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: stability and optimality [J]. Automatica, 2000, 36(6): 789-814.
- [10] 席裕庚,李德伟. 预测控制定性综合理论的基本思路和研究现状[J]. 自动化学报, 2008, 34(10): 1225-1234.  
XI Yu-geng, LI De-wei. The basic ideas and research status of model predictive control [J]. Journal of Automation, 2008, 34(10): 1225-1234. (in Chinese)
- [11] DIEHL M, FERREAU H J, HAVERBEKE N. Efficient numerical methods for nonlinear MPC and moving horizon estimation [C] // Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control. Berlin: Springer Verlag, 2009: 391-417.
- [12] CANNON M. Efficient nonlinear model predictive control algorithm [J]. Annual Review in Control, 2004, 28(2): 229-237.
- [13] 席裕庚,李德伟,林姝. 模型预测控制—现状与挑战 [J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.  
XI Yu-geng, LI De-wei, LIN Shu. Model predictive control: current status and challenges [J]. Journal of Automation, 2013, 39(3): 222-236. (in Chinese)
- [14] 李华杰,吕文祥,黄德先. 基于差分进化算法的多变量预测控制在蒸馏装置上的应用 [J]. 化工进展, 2009, 28(4): 584-587.  
LI Hua-jie, LÜ Wen-xiang, HUANG De-xian. Application of multiple variables model predictive control based on differential evolution algorithm [J]. Progress in Chemical Industry, 2009, 28(4): 584-587. (in Chinese)
- [15] 陈虹. 模型预测控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2013: 84-85.

(责任编辑 杨开英)