

# 大跨度斜张桥的非线性分析

## —天津永和斜张桥几何非线性研究

高征铨 汪嘉铨 陈忆渝

(北京工业大学)

天津市市政工程勘测设计院

### 摘 要

对于大跨径斜张桥来说,刚性支承连续梁成桥已被公认为一个较好的方法。我们按此原则并根据二次理论,推导了空间梁单元的一次、二次几何单元刚度和抛物线型索的切线刚度,编制了“XZQNCX”程序,做了一系列线性和非线性计算。通过比较,我们发现:用一个简单的修正系数来考虑大跨度斜张桥的非线性影响是不全面的。为了提高设计和施工的精度,非线性分析不容忽视。

## The Nonlinear Analysis' of Large Span Cable-Stayed Bridge

—A GEOMETRIC NONLINEAR RESEARCH OF YONGHE CABLE—  
STAYED BRIDGE IN TIANJIN

Gao Zheng-quan Wang Jia-quan Chen Yi-yu

The Academy of Survey and Design of Municipal Engineering  
Council in Tianjin

### Abstract

It has commonly been accepted that using a prestressed concrete girder of continuous spans, rigidly supported to form a bridge is a better means for large span cable-stayed bridge. According to this principle and using second order theory, formulation of the first order and second order

本文于1992年3月2日收到。

geometric stiffness of the space beam elements and the tangent stiffness of the parabolic cable elements already obtained, and developed the "XZ QNCX" programs, which was used to check a series linear and nonlinear calculation. Through comparison, We found that is deficiency to use a single coefficient of modification. And in order to improve the design and construction accuracy, nonlinear analysis can not be ignored.

## 一、前 言

斜张桥是一种高次超静定结构,它由主梁、塔、缆索等组成。其中,主梁为弹性支承于缆索连接点处的连续梁。这样的结构体系属于高柔体系。即使当斜张桥结构的材料表现为线弹性时,在正常荷载作用下,这种结构产生大变形,这种变形足以使结构的几何形状发生显著的改变,而结构的变形将影响其内力的重分布,这种结构的平衡方程和几何方程不再是线性的。应当采用所谓在“拖动坐标系”下建立的“二次变形理论”来进行非线性分析。

进行非线性分析需要较大的花费,但我们认为进行这种分析和计算是完全必要的。

1. 由于在施工中,结构一般处于较小的应力状态,索的垂度较大,使结构呈现更柔的特性。因而采用非线性分析将提供较准确的变形状态和内力,以便更好的指导施工和估计结构的安全度。

2. 结构自重与活载产生的竖向力,几乎全部被缆索传给塔梁,桥塔与梁处于高压与弯曲复合应力状态,产生较大的压屈变形。因而塔梁的压屈安全是关键问题。只有依靠二次变形理论建立的非线性分析方法才能得到结构压屈的临界载荷,从而较准确地确定出梁塔的压屈安全度。

3. 在予应力混凝土斜张桥中,由于混凝土的收缩徐变对成桥影响较大,我们必须采取有效的设计构思,尽量减少结构对收缩和徐变的敏感性。而刚性支承连续梁可将收缩和徐变的影响减少到最小,另外又可使主梁的内力分布得更加均匀。我们用非线性分析方法,在迭代过程中建立一种递推关系,通过调整缆索的无应力长度,使有关的恒载位移减少到我们所规定的数值,从而自动实现刚性支承连续梁成桥的理想状态,可以得到完成形时的缆索张力、无应力长度以及梁塔内力、结构位移等。另外值得提出的是:用非线性计算过程进行索力调整也是容易的。

## 二、单 元 分 析

在建立二次变形理论的计算模型时,我们把主梁、塔构件作为三维梁单元处理,用位移法建立单元刚度矩阵;缆索构件可作为在自重作用下呈不对称的二次抛物线的柔索单元处理,并在其下垂的铅直面内建立力法方程,进而导出单元刚度。

### (一) 三维梁单元

假定主梁、塔构件为等截面直杆,和应力应变关系为线性。

#### 1. 坐标系

总体坐标系见图1。

$X, Y, Z$  为右手坐标系, $Y$  轴为铅直轴。

局部坐标系见图2。

$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ 为右手坐标系。 $\bar{x}$ 为 $ab$ 杆轴线,  $\bar{y}, \bar{z}$ 为 $ab$ 杆截面的两个主轴。

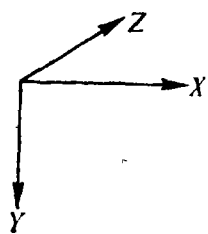


图 1

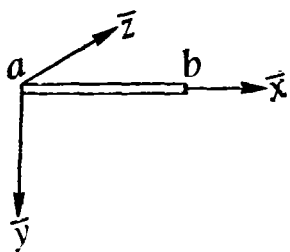


图 2

## 2. 位移的约定

$ab$ 杆的无应力长度为 $L_0$ , 初始位置的局部坐标系为 $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0$ , 与 $x, y, z$ 轴的夹角为 $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ 。

杆截面积为 $A$ ;

主惯性矩为 $I_x, I_y, I_z$ ;

弹性模量为 $E$ ;

剪切模量为 $G$ 。

变形后的局部坐标系为 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ; 对应于无应力长度时轴向变形为 $\bar{u}_a, \bar{u}_b$ ; 横向变形为 $\bar{v}_a, \bar{v}_b, \bar{w}_a, \bar{w}_b$ ; 总转角为 $\bar{\theta}_{za}, \bar{\theta}_{ya}, \bar{\theta}_{xa}, \bar{\theta}_{zb}, \bar{\theta}_{yb}, \bar{\theta}_{xb}$ ; 弹性转角为

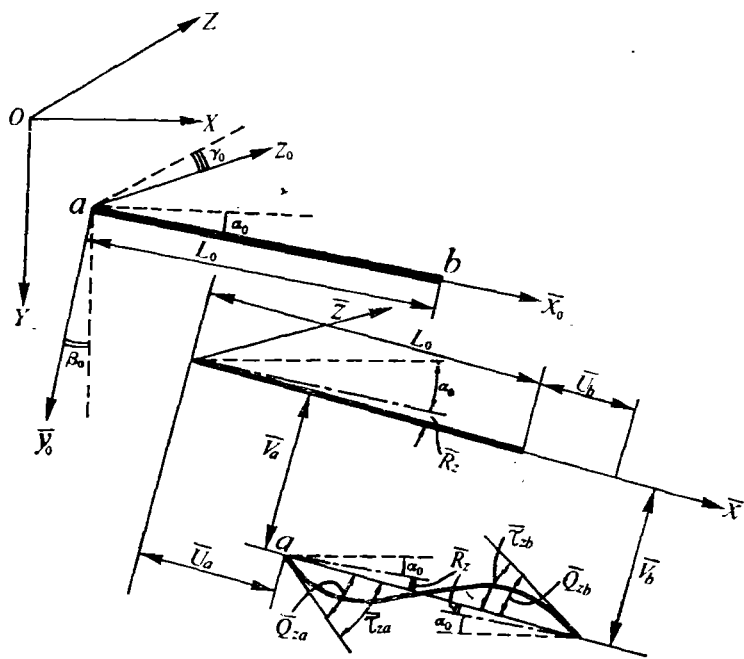


图3 仅示出在 $\bar{X}\bar{Y}$ 平面变形状态

$\bar{\tau}_{za}, \bar{\tau}_{ya}, \bar{\tau}_{xa}, \bar{\tau}_{zb}, \bar{\tau}_{yb}, \bar{\tau}_{zb}$ , 且  $\bar{\tau}_{ij} = \bar{\theta}_{ij} - \bar{R}_{ij}$ ;  $ab$  杆割线的刚体转角为  $\bar{R}_{za}, \bar{R}_{ya}, \bar{R}_{xa}, \bar{R}_{zb}, \bar{R}_{yb}, \bar{R}_{zb}$ 。

因考虑到对扭转是微小变形  $\bar{R}_{za} = \bar{R}_{zb} = 0$ , 故  $\bar{\theta}_{za} = \bar{\tau}_{za}$ ,  $\bar{\theta}_{zb} = \bar{\tau}_{zb}$ 。并且刚体转角  $a, b$  两端相等, 简化做  $\bar{R}_y (\bar{R}_y = \bar{R}_{ya} = \bar{R}_{yb}), \bar{R}_z (\bar{R}_z = \bar{R}_{za} = \bar{R}_{zb})$ 。

图 3 中仅示出了  $ab$  杆在  $\bar{x}\bar{y}$  平面中的变形状态。

由于我们的分析是建立在拖动坐标系上的, 对于  $ab$  杆处于某一变形状态时, 仅考虑足够小的荷载增量作用, 则取  $ab$  杆在这一变形状态时的位置来建立局部坐标系  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ , 此时曲率为

$$\left. \begin{aligned} \rho_z &= -\frac{d^2 \bar{v}}{d\bar{x}^2} \\ \rho_y &= \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

横向位移  $\bar{v}_a = \bar{v}_b, \bar{w}_a = \bar{w}_b$ ,

杆端位移向量  $\bar{d} = \{ \bar{u}_a, \bar{v}_a, \bar{w}_a, \bar{\tau}_{za}, \bar{\tau}_{ya}, \bar{\tau}_{xa}, \bar{u}_b, \bar{v}_b, \bar{w}_b, \bar{\tau}_{zb}, \bar{\tau}_{yb}, \bar{\tau}_{zb} \}^T$  (2)

### 3. 单元刚度推导

在计算变形能时, 以考虑拉、压、自由扭转与弯曲为主, 计算变形能时用主要应变、应力分量  $\bar{\epsilon}_x, \bar{\gamma}_{zy}, \bar{\sigma}_x, \bar{\tau}_{zy}$  是足够准确的。在大变形状态下, 必须计入剪切变形对  $\bar{\epsilon}_x$  的影响。则  $\bar{\epsilon}_x$  可表示为

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} + \frac{1}{2} \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \right)^2 - \eta \left( \frac{d^2 \bar{v}}{d\bar{x}^2} \right) + \zeta \left( \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} \right) \quad (3)$$

其中  $\eta, \zeta$  为计算点至主轴  $\bar{z}, \bar{y}$  之距离。

$$\begin{aligned} \text{内能} \quad U &= \frac{1}{2} \int_V E \bar{\epsilon}_x^2 dV + \frac{1}{2} \int_V G \cdot \gamma_{yz}^2 dV \\ &= \frac{EA}{2} \int_0^{L_0} \left\{ \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right)^2 + \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right) \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^2 + \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right) \left( \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^4 + \frac{1}{4} \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^2 \left( \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \right)^4 + \frac{I_y}{A} \left( \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{I_z}{A} \left( \frac{d^2 \bar{v}}{d\bar{x}^2} \right)^2 \right\} d\bar{x} + \frac{GI_z}{3} \int_0^{L_0} \left( \frac{d\bar{\theta}_z}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} \quad (4) \end{aligned}$$

根据有限元法, 我们可以引入三次多项式的位移函数,

注意到能量表达式中三次项矩阵相乘的均衡处理, 如

$$\left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right) \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right)^T \cdot \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right) \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right) + \left( \frac{d\bar{v}}{d\bar{x}} \right)^T \left( \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \right) \right]$$

$$\cdot \left( \frac{d\bar{v}}{dx} \right) + \left( \frac{d\bar{v}}{dx} \right)^T \left( \frac{d\bar{v}}{dx} \right) \left( \frac{d\bar{u}}{dx} \right) \right]$$

经积分整理后可得：

$$U = \bar{d}^T \cdot \left[ \frac{1}{2} \bar{K}_0 + \frac{1}{6} \bar{K}_1(\bar{d}) + \frac{1}{8} \bar{K}_2(\bar{d}^2) \right] \cdot \bar{d} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{K}_0 = & \int_0^{L_0} [EA(\tilde{b}_u^T \cdot \tilde{b}_u) + EI_z(\tilde{b}_{v_2}^T \cdot \tilde{b}_{v_2}) + \\ & + EI_y(\tilde{b}_{w_2}^T \cdot \tilde{b}_{w_2}) + GI_z(\tilde{b}_\theta^T \cdot \tilde{b}_\theta)] \cdot dx \end{aligned} \quad (6)$$

即为一般线性单元刚度项。显式见(9)式。

$$\begin{aligned} \bar{K}_1(\bar{d}) = & \int_0^{L_0} [EA(\tilde{b}_u^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_v + \tilde{b}_v^T \cdot \tilde{b}_u \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_v + \\ & + \tilde{b}_u^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_u + \tilde{b}_v^T \cdot \tilde{b}_u \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_w + \\ & + \tilde{b}_w^T \cdot \tilde{b}_u \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_w + \tilde{b}_w^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \bar{d} \cdot \tilde{b}_u)] \cdot dx \end{aligned} \quad (7)$$

即为一次非线性单元刚度项。显式见(10)式。

$$\begin{aligned} \bar{K}_2(\bar{d}^2) = & \int_0^{L_0} [EA(\tilde{b}_v^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \bar{d} \cdot \bar{d}^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \tilde{b}_v + \\ & \tilde{b}_w^T \cdot \tilde{b}_w \cdot \bar{d} \cdot \bar{d}^T \cdot \tilde{b}_w \cdot \tilde{b}_w + \frac{1}{2} \tilde{b}_v^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \bar{d} \cdot \bar{d}^T \cdot \\ & \cdot \tilde{b}_w \cdot \tilde{b}_w + \tilde{b}_w^T \cdot \tilde{b}_w \cdot \bar{d} \cdot \bar{d}^T \cdot \tilde{b}_v \cdot \tilde{b}_v)] dx \end{aligned} \quad (8)$$

即为二次非线性单元刚度项。显式见(11)式。

$$\left( \begin{array}{cccccccccccc} 0 & A_{1v} & -A_{1w} & 0 & B_{1w} & B_{1v} & 0 & -A_{1v} & A_{1w} & 0 & C_{1w} & C_{1v} \\ A_{1v} & D_{1v} & 0 & 0 & 0 & E_{1v} & -A_{1v} & -D_{1v} & 0 & 0 & 0 & E_{1v} \\ -A_{1w} & 0 & D_{1w} & 0 & -E_{1w} & 0 & A_{1w} & 0 & -D_{1w} & 0 & -E_{1w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{1w} & 0 & -E_{1w} & 0 & F_{1w} & 0 & -B_{1w} & 0 & E_{1w} & 0 & -G_{1w} & 0 \\ B_{1v} & E_{1v} & 0 & 0 & 0 & F_{1v} & -B_{1v} & -E_{1v} & 0 & 0 & 0 & -G_{1v} \\ 0 & -A_{1v} & A_{1w} & 0 & -B_{1w} & -B_{1v} & 0 & A_{1v} & -A_{1w} & 0 & -C_{1w} & -C_{1v} \\ -A_{1v} & -D_{1v} & 0 & 0 & 0 & -E_{1v} & A_{1v} & D_{1v} & 0 & 0 & 0 & -E_{1v} \\ A_{1w} & 0 & -D_{1w} & 0 & E_{1w} & 0 & -A_{1w} & 0 & D_{1w} & 0 & E_{1w} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{1w} & 0 & -E_{1w} & 0 & -G_{1w} & 0 & -C_{1w} & 0 & E_{1w} & 0 & E_{1w} & 0 \\ C_{1v} & E_{1v} & 0 & 0 & 0 & -G_{1v} & -C_{1v} & -E_{1v} & 0 & 0 & 0 & F_{1v} \end{array} \right)$$

其中：

(10)

$$\begin{aligned}
A_{1v} &= \frac{-EA}{10L_0}(\bar{\theta}_{za} + \bar{\theta}_{zb} - 2\bar{R}_z); & A_{1w} &= -\frac{EA}{10L_0}(\bar{\theta}_{ya} + \bar{\theta}_{yb} - 2\bar{R}_y); \\
B_{1v} &= -\frac{EA}{30}(4\bar{\theta}_{za} - \bar{\theta}_{zb} - 3\bar{R}_z); & B_{1w} &= -\frac{EA}{30}(4\bar{\theta}_{ya} - \bar{\theta}_{yb} - 3\bar{R}_y); \\
C_{1v} &= \frac{EA}{30}(\bar{\theta}_{za} - 4\bar{\theta}_{zb} + 3\bar{R}_z); & C_{1w} &= \frac{EA}{30}(\bar{\theta}_{ya} - 4\bar{\theta}_{yb} + 3\bar{R}_y); \\
D_{1w} = D_{1v} &= \frac{6EA}{5L_0^2}(L - L_0); & E_{1w} = E_{1v} &= \frac{EA}{10L_0}(L - L_0); \\
F_{1w} = F_{1v} &= \frac{2EA}{15}(L - L_0); & G_{1w} = G_{1v} &= \frac{EA}{30}(L - L_0).
\end{aligned}$$

$A_{1v} \sim G_{1v}$  为挠曲位移  $\bar{v}(\bar{x})$  与  $\bar{u}(\bar{x})$  之间的非线性一次耦合。

$A_{1w} \sim G_{1w}$  为挠曲位移  $\bar{w}(\bar{x})$  与  $\bar{u}(\bar{x})$  之间的非线性一次耦合。

$\bar{K}_2(\bar{d}^2) =$

$$\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & A_{2v} & AA_2 & 0 & BB_2 & B_{2v} & 0 & -A_{2v} & -AA_2 & 0 & CC_2 & C_{2v} \\
0 & AA_2 & A_{2w} & 0 & -B_{2w} & -BB_2 & 0 & -AA_2 & -A_{2w} & 0 & -C_{2w} & -CC_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & BB_2 & -B_{2w} & 0 & E_{2w} & EE_2 & 0 & -BB_2 & B_{2w} & 0 & D_{2w} & DD_2 \\
0 & B_{2v} & BB_2 & 0 & EE_2 & E_{2v} & 0 & -B_{2v} & BB_2 & 0 & DD_2 & D_{2v} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -A_{2v} & -AA_2 & 0 & -BB_2 & -B_{2v} & 0 & A_{2v} & AA_2 & 0 & -CC_2 & -C_{2v} \\
0 & -AA_2 & -A_{2w} & 0 & B_{2w} & BB_2 & 0 & AA_2 & A_{2w} & 0 & C_{2w} & CC_2 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & CC_2 & -C_{2w} & 0 & D_{2w} & DD_2 & 0 & -CC_2 & C_{2w} & 0 & F_{2w} & FF_2 \\
0 & C_{2v} & -CC_2 & 0 & DD_2 & D_{2v} & 0 & -C_{2v} & CC_2 & 0 & FF_2 & F_{2v}
\end{pmatrix}$$

其中:

$$\begin{aligned}
A_{2v} &= \frac{3EA}{35L_0}[\bar{\theta}_{za}^2 + \bar{\theta}_{zb}^2 - 2\bar{R}_z(\bar{\theta}_{za} + \bar{\theta}_{zb}) + 2\bar{R}_z^2]; \\
B_{2v} &= -\frac{EA}{140}[\bar{\theta}_{za}^2 - \bar{\theta}_{zb}^2 - 2\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{zb} + 4\bar{\theta}_{zb}\bar{R}_z - 2\bar{R}_z^2]; \\
C_{2v} &= \frac{EA}{140}[\bar{\theta}_{za}^2 - \bar{\theta}_{zb}^2 + 2\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{zb} - 4\bar{\theta}_{za}\bar{R}_z + 2\bar{R}_z^2]; \\
D_{2v} &= -\frac{EAL_0}{420}[3(\bar{\theta}_{za}^2 + \bar{\theta}_{zb}^2) - 4\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{zb} - 2\bar{R}_z(\bar{\theta}_{za} + \bar{\theta}_{zb}) + 2\bar{R}_z^2];
\end{aligned}$$

(11)

$$\begin{aligned}
DD_2 &= -\frac{EAL_0}{840} [3\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{ya} - 2\bar{\theta}_{zb}\bar{\theta}_{ya} - 2\bar{\theta}_{yb}\bar{\theta}_{ya} \\
&\quad + 3\bar{\theta}_{zb}\bar{\theta}_{yb} - \bar{\theta}_{za}\bar{R}_y - \bar{\theta}_{ya}\bar{R}_z - \bar{\theta}_{zb}\bar{R}_y \\
&\quad - \bar{\theta}_{yb}\bar{R}_z + 2\bar{R}_y\bar{R}_z]; \\
EE_2 &= \frac{EAL_0}{840} [24\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{ya} - 3\bar{\theta}_{ya}\bar{\theta}_{zb} - 3\bar{\theta}_{yb}\bar{\theta}_{za} + 2\bar{\theta}_{zb}\bar{\theta}_{yb} \\
&\quad - 21\bar{\theta}_{ya}\bar{R}_z - 21\bar{\theta}_{za}\bar{R}_y + \bar{\theta}_{yb}\bar{R}_z + \bar{\theta}_{zb}\bar{R}_y \\
&\quad + 20\bar{R}_y\bar{R}_z]; \\
FF_2 &= \frac{EAL_0}{840} [2\bar{\theta}_{za}\bar{\theta}_{ya} - 3\bar{\theta}_{ya}\bar{\theta}_{zb} - 3\bar{\theta}_{yb}\bar{\theta}_{za} + 24\bar{\theta}_{yb}\bar{\theta}_{zb} \\
&\quad + \bar{\theta}_{ya}\bar{R}_z + \bar{\theta}_{za}\bar{R}_y - 21\bar{\theta}_{yb}\bar{R}_z - 21\bar{\theta}_{zb}\bar{R}_y \\
&\quad + 20\bar{R}_y\bar{R}_z].
\end{aligned}$$

$A_{2v} \sim F_{2v}$  是挠曲位移  $\bar{v}(x)$  的二次非线性耦合项。

$A_{2w} \sim F_{2w}$  是挠曲位移  $\bar{w}(x)$  的二次非线性耦合项。

$AA_2 \sim FF_2$  是  $\bar{v}(x)$  与  $\bar{w}(x)$  之间的二次非线性耦合项。

#### 4. 单元承载能力

$$\bar{f} = \bar{K}(\bar{d}) \cdot \bar{d} \quad (12)$$

其中:  $\bar{f}$  杆端力向量;

$$\bar{K}(\bar{d}) = \bar{K}_0 + \frac{1}{2}\bar{K}_1(\bar{d}) + \frac{1}{2}\bar{K}_2(\bar{d}^2) \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
\bar{d} &= \{0, 0, 0, \bar{\theta}_{za}, \bar{\theta}_{ya} - \bar{R}_y, \bar{\theta}_{za} - \bar{R}_z, \\
&\quad L - L_0, 0, 0, \bar{\theta}_{zb}, \bar{\theta}_{yb} - \bar{R}_y, \bar{\theta}_{za} - \bar{R}_z\}^T \quad (14)
\end{aligned}$$

$L, \bar{\theta}_{ij}$  为杆件在此变形状态下的长度与转角。

#### 5. 增量方程与总体平衡方程

总势能  $W$  的二次变分  $\delta^2 W$  不能保持恒正, 方程求解只能用分级荷载逐段线性逼近的方法。增量方程在局部坐标系下为

$$\Delta \bar{f} = \Delta \bar{K}(\bar{d}) \cdot \Delta \bar{d} \quad (15)$$

$$\text{其中} \quad \Delta \bar{K}(\bar{d}) = \bar{K}_0 + \bar{K}_1(\bar{d}) + \frac{3}{2}\bar{K}_2(\bar{d}^2) \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
\Delta \bar{d} &= \{ \Delta \bar{u}_a, \Delta \bar{v}_a, \Delta \bar{w}_a, \Delta \bar{\theta}_{za}, \Delta \bar{\tau}_{ya}, \Delta \bar{\tau}_{za}, \\
&\quad \Delta \bar{u}_b, \Delta \bar{v}_b, \Delta \bar{w}_b, \Delta \bar{\theta}_{zb}, \Delta \bar{\tau}_{yb}, \Delta \bar{\tau}_{zb} \}^T \quad (17)
\end{aligned}$$

考虑到  $R$  很小  $\Delta \bar{R} \approx 0$ ,  $\Delta \bar{\tau} = \Delta(\bar{\theta} - \bar{R}) \approx \Delta \bar{\theta}$ , 故把  $\Delta \bar{\tau}$  用  $\Delta \bar{\theta}$  代替, 实现连续性条件。

但(12)或(15)式仅能在杆端位移向量 $\bar{d}$ 或杆端位移增量向量 $\Delta\bar{d}$ 为已知时,求出杆端内力向量 $\bar{f}$ 或杆端内力增量向量 $\Delta\bar{f}$ 。若已知结构的荷载增量 $\Delta F$ ,欲求各节点位移增量向量 $\Delta d$ 及某变形状态下结构的承载力 $F$ 时,就必须在总体坐标系下进行。故需把局部坐标系下的(12)或(15)式转到整体坐标系。

定义

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda' & & & \\ & \lambda' & & \\ & & \lambda' & \\ & & & \lambda' \end{bmatrix} \quad \text{对称} \quad (18) \quad \lambda' = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中 $l, m, n$ 为局部坐标轴与 $x, y, z$ 总体坐标轴的方向余弦。

则  $f = [\lambda]^T \cdot \bar{f}; d = [\lambda]^T \cdot \bar{d}$  或  $\bar{d} = [\lambda]d$  (20)

$$\Delta f = [\lambda]^T \cdot \Delta\bar{f}; \Delta d = [\lambda]^T \cdot \Delta\bar{d}$$
 或  $\Delta\bar{d} = [\lambda]\Delta d$  (21)

$$f = [\lambda]^T \cdot \bar{K}(\bar{d}) \cdot [\lambda] \cdot d = K(d) \cdot d$$
 (22)

$$\Delta f = [\lambda]^T \cdot \Delta\bar{K}(\bar{d}) \cdot [\lambda] \cdot \Delta d = \Delta K(d) \cdot \Delta d$$
 (23)

$$\text{增量方程 } \Delta F = \Sigma \Delta f = \Sigma \Delta K(d) \cdot \Delta d = \Delta K(D) \cdot \Delta D$$
 (24)

$$\text{总体平衡方程 } F = \Sigma f = \Sigma K(d) \cdot d = K(D) \cdot D$$
 (25)

其中: $d, \Delta d$ ——为总体坐标系下杆端位移与位移增量;

$\Delta D$ ——结构节点位移增量向量。为总体坐标系,下同;

$\Delta K(D)$ ——这一变形状态下的切线总刚度;

$D$ ——结构节点的总位移向量。

$$D = \sum_{i=1}^m \Delta D \quad (\text{前 } m \text{ 次计算增量之和})$$

$K(D)$ ——这一变形状态下的总刚度。

$\Delta F$ ——结构增量荷载。

$E$ ——结构总荷载,或称结构承载力。

## (二) 缆索单元

假定缆索为等截面,均布重,应力与应变为线性关系。

### 1. 坐标系

总体坐标系见前图1。

局部坐标系取在均布荷载作用下缆索下垂的铅直面,  $\bar{y} // y, \bar{x} // yoz$  平面的右手坐标系。

### 2. 力与位移的约定

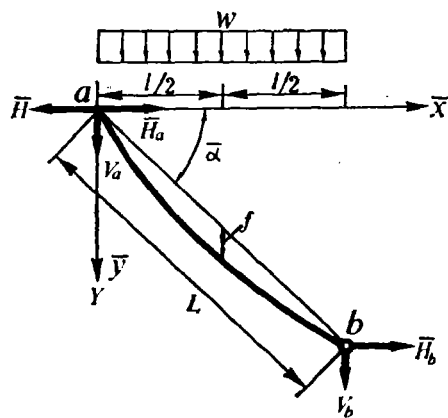


图 4



缆索  $ab$  的无应力长为  $S_0$ 。

截面积为  $A$ 。

弹性模量为  $E$ 。

下垂曲线为二次抛物线。

索的竖向垂度为  $f$ ，竖向投影为  $\delta$ ，水平投影为  $l$ 。

$ab$  割线长为  $L = \sqrt{\delta^2 + l^2}$ 。

垂度比为  $n = f/l$ ，斜度  $m = \delta/l$ 。

索的重量为  $W = w \cdot l = \text{常数}$ 。

索张紧后，张力在水平面上的分力为  $\bar{H}$ ，竖直面分力为  $V$ 。

$a$  点端部力为  $V_a$ ， $\bar{H}_a$ ，端部位移向量为  $v_a$ ， $\bar{u}_a$ 。

$b$  点端部力为  $V_b$ ， $\bar{H}_b$ ，端部位移向量为  $V_b$ ， $\bar{u}_b$ 。

以上各量见图 4。

### 3. 缆索端部力

$$\text{缆索水平分力 } \bar{H} = \frac{\omega l^2}{8f} = \frac{W}{8n} \quad (26)$$

缆索端部力为  $\bar{H}_a = -\bar{H}$

$$V_a = -\frac{wl}{2} \left(1 + \frac{\delta}{4f}\right) = -\frac{W}{2} \left(1 + \frac{m}{4n}\right)$$

$$\bar{H}_b = \bar{H}$$

$$V_b = -\frac{wl}{2} \left(1 - \frac{\delta}{4f}\right) = -\frac{W}{2} \left(1 - \frac{m}{4n}\right)$$

### 4. 缆索变形协调方程

缆索在张力作用下的伸长量为

$$\Delta S = \frac{Hl}{EA} \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} + \frac{\delta^2}{l^2}\right) = \frac{Wl}{8nEA} \left(1 + \frac{16}{3}n^2 + m^2\right)$$

协调方程式为

$$S - (S_0 + \Delta S) = 0 \quad (29)$$

缆索弧长为

$$S = \frac{l}{16n} \left[ (4n+m) \sqrt{1+(4n+m)^2} + (4n-m) \sqrt{1+(4n-m)^2} \right. \\ \left. + \log_e [(\sqrt{1+(4n+m)^2} + 4n+m)(\sqrt{1+(4n-m)^2} + 4n-m)] \right] \quad (30)$$

### 5. 切线刚度矩阵

缆索与梁、塔组合成总体结构，为了求位移增量，必须计算缆索的切线刚度矩阵。由于在增量荷载下求位移增量是一种近似方法，所以切线刚度矩阵也无需要完全准确。能达到相对准确、计算简单的目的即可。

缆索长度  $S$  计算式可用抛物线弧长近似式：

$$S = l \left| \sec \bar{\alpha} + \frac{8n^2}{3 \sec^3 \bar{\alpha}} \right| = l \sqrt{1+m^2} + \frac{8l}{3(1+m^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot n^2 \quad (31)$$

则(36)式可具体写为

$$l \sqrt{1+m^2} + \frac{8l}{3(1+m^2)^{\frac{3}{2}}} n^2 - \frac{Wl}{8nEA} \left( 1+m^2 + \frac{16}{3}n^2 \right) - S_0 = 0 \quad (32)$$

应用上式可求出垂度比  $n$ , 水均投影长度  $l$  和竖直投影长度  $\delta$  的增量  $\Delta n$ ,  $\Delta l$ ,  $\Delta \delta$ , 并从中消去  $\Delta n$  可得到缆索端部力的增量向量与  $\Delta l$ ,  $\Delta \delta$  的关系。

$$\text{因} \quad \left. \begin{aligned} \Delta l &= (\Delta \bar{u}_b - \Delta \bar{u}_a) \frac{\cos \bar{\alpha}}{|\cos \bar{\alpha}|} \\ \Delta \delta &= \Delta v_b - \Delta v_a \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

于是可建立  $\Delta \bar{f} = \Delta \bar{K}(n) \cdot \Delta \bar{d}$  的增量方程。

$$\Delta \bar{f} = \{ \Delta \bar{H}_a, \Delta V_a, \Delta \bar{H}_b, \Delta V_b \}^T \quad (34)$$

$$\Delta \bar{d} = \{ \Delta \bar{u}_a, \Delta v_a, \Delta \bar{u}_b, \Delta v_b \}^T \quad (35)$$

缆索的切线刚度:

$$\Delta \bar{K}(n) = [\bar{\lambda}]^T \cdot \Delta \bar{K}(n) \cdot [\bar{\lambda}] \quad (36)$$

其中

$$[\bar{\lambda}] = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}' & 0 \\ 0 & \bar{\lambda}' \end{bmatrix}, \quad \bar{\lambda}' = \begin{bmatrix} \cos \bar{\alpha} & \sin \bar{\alpha} \\ -\sin \bar{\alpha} & \cos \bar{\alpha} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\Delta \bar{K}(n) = \begin{bmatrix} K' & -K' \\ -K' & K' \end{bmatrix}, \quad K' = k \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$$

其中

$$a = \frac{S_0}{L}, \quad b = \left( 1 - \frac{S_0}{L} \right) - \frac{4W}{3EA} \left( \frac{l}{L} \right) \cdot n + \frac{40}{3} \left( \frac{l}{L} \right)^4 \cdot n^2$$

$$k = \frac{EA}{L} \left/ \left[ 1 - \frac{16}{3} \left( \frac{l}{L} \right)^2 \cdot n^2 + \frac{128}{3} \cdot \frac{EA}{W} \left( \frac{l}{L} \right)^5 \cdot n^3 \right] \right.$$

$L$  为这种变形状态下的索单元割线长度

$$L = \sqrt{l^2 + \delta^2} \quad (38)$$

$\Delta \bar{K}(n)$  则可称为与垂度比  $n$  有关的缆索单元在  $\vec{a} \vec{b}$  轴局部坐标系中的切线单元刚度。

现将  $\vec{a} \vec{b}$  轴局部坐标系转换到总体坐标系  $XYZ$  中:

$$\Delta d = \{ \Delta u_a, \Delta v_a, \Delta w_a, \Delta u_b, \Delta v_b, \Delta w_b \}^T \quad (39)$$

$$\Delta f = \{ \Delta H_{za}, \Delta V_a, \Delta H_{zb}, \Delta H_{zb}, \Delta V_b, \Delta H_{zb} \}^T \quad (40)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\Delta u_a^2 + \Delta w_a^2} &= \Delta \bar{u}_a; \quad \sqrt{\Delta u_b^2 + \Delta w_b^2} = \bar{u}_b \\ \sqrt{\Delta H_{za}^2 + \Delta H_{za}^2} &= \Delta \bar{H}; \quad \sqrt{\Delta H_{zb}^2 + \Delta H_{zb}^2} = \Delta \bar{H} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

则

$$\begin{aligned}\Delta f &= \begin{bmatrix} \lambda' & 0 \\ 0 & \lambda' \end{bmatrix}^T \cdot \Delta \bar{K}(n) \cdot \begin{bmatrix} \lambda' & 0 \\ 0 & \lambda' \end{bmatrix} \cdot \Delta d \\ &= \Delta K(n) \cdot \Delta d\end{aligned}\quad (42)$$

$\Delta K(n)$ 为缆索单元在总体坐标系内的单元刚度。

$$\Delta K(n) = \begin{bmatrix} \lambda' & 0 \\ 0 & \lambda' \end{bmatrix}^T \cdot \Delta \bar{K}(n) \cdot \begin{bmatrix} \lambda' & 0 \\ 0 & \lambda' \end{bmatrix}\quad (43)$$

将缆索的单元刚度叠加到结构的总刚度中形成增量方程。

$$\Delta F = \Delta K(D) \Delta D$$

缆索单元的承载力在总体坐标系中可写为

$$\begin{aligned}H_{z a} &= -\bar{H} \cdot \cos(\overline{x}, \hat{x}) = -\bar{H} \cdot l_z \\ V_a &= -\frac{W}{2} \left(1 + \frac{m}{4n}\right) \\ H_{z a} &= -\bar{H} \cos(\overline{x}, \hat{z}) = -\bar{H} n_z \\ H_{z b} &= \bar{H} \cos(\overline{x}, \hat{x}) = \bar{H} \cdot l_z \\ V_b &= -\frac{W}{2} \left(1 - \frac{m}{4n}\right) \\ H_{z b} &= \bar{H} \cos(\overline{x}, \hat{z}) = \bar{H} n_z\end{aligned}\quad (44)$$

### 三、刚性支承连续梁非线性计算步骤

(一) 几点说明:

1. 我们在108乙机上用ALGOL语言编制的非线性二维计算程序XZQFCX-1和XZQFCX-2, 这是以平面杆系有限单元法和二次变形理论为基础, 以结构静力非线性分析实现刚性支承连续梁成桥为目的的程序。采用了牛顿-拉甫松法的迭代法和增量法相结合的混合法来求解非线性联立方程式  $F = R(D)$ 。

2. 刚性支承连续梁成桥是利用线性逐次修正, 非线性逐次验算来进行的, 最后达到指定精度则停止工作。

3. 在自重作用下, 达到刚性支承连续梁成桥状态后, 则在此状态的结构尺寸及位移情况下, 再继续分析其他各种荷载作用下的非线性反映。

(二) 本程序亦可计算给定任意弹性曲线状态成桥时的内力。程序框图见图5。

### 四、实例计算的结果与分析

根据本解析程序, 我们将以天津市市政工程勘测设计院作的“永和斜张桥”两个方案的计算模型为例(见图(6)(9))对斜张桥进行了静力线性、非线性分析。图(6)为起拱桥面, 按

半桥计算。图(9)为平桥面，按全桥计算。

首先我们计算了在恒载作用下，同时索内无初张力情况下的模型。计算结果（包括梁挠度、塔的纵向位移、轴向力、弯矩、缆索张力等）见图(5)(7)，及表—1，表—2。在图与表中还列出了线性分析与非线性分析的结果。在非线形分析中采用了拖动坐标系（即考虑坐标的修正），考虑了索的非线性；在梁、塔单元刚度中考虑了一次、二次非线性刚度项。从线性与非线性分析的比较结果看，非线性将引起：

1. 梁、塔内轴力都有所增加；
2. 梁端节点水平位移及塔的竖向位移增大；
3. 塔内弯矩增大，梁内弯矩一般也增加，但有的不一定。

同时我们又分析了在梁、塔单元刚度中线性与非线性各自影响的大小。从表3中可以看出，一次非线性刚度项 $\bar{K}_1(\bar{d})$ 及二次非线性刚度项 $\bar{K}_2(\bar{d}^2)$ 对整个单元刚度的影响是较小的。这一点也可以从表2的非线性分析的第二项中看到，在拖动坐标下不考虑 $\bar{K}_1(\bar{d}_1)$ 、 $\bar{K}_2(\bar{d}^2)$ 的非线性影响，计算出的结果与在同样情况下单元刚度中考了非线性影响计算出来的结果（见非线性分析中的第三项）是很接近的。这也说明 $\bar{K}_1(\bar{d})$ 与 $\bar{K}_2(\bar{d}^2)$ 的非线性影响在正常荷载作用下是较小的。但当荷载作用增大到使结构接近失稳时，则 $\bar{K}_1(\bar{d})$ 与 $\bar{K}_2(\bar{d}^2)$ 的非线性影响将会迅速上升。索的非线性刚度与线性刚度比较见表4。

另外从表2的非线性分析第一项中也清楚表明索的非线性影响是较大的，不能忽略。但仅考虑索的非线性还不够，还必须同时考虑由于大变形引起梁、塔坐标的修正，见非线性分析的第三项。这是由于外荷载的作用方向与 $\bar{K}_1(\bar{d})$ 大小随变形增大基本不变，而杆件的几何位置确在不断改变。在新的位置下，杆端抗力为平衡外荷载要不断地调整。

接着我们又在缆索内有初张力的情况下（即控制了缆索的无应力长度，使梁成为刚性支承连续梁），进行了线性和非线性的分析，从分析比较结果看，全桥对称体系计算两者的轴力、缆索张力和弯矩数值都非常接近，见表5，表6，图(6)，(8)。但半桥非对称体系计算结果塔与索内力差别较大，见表5。另外，从梁端平水位移和塔的竖向位移看，结构的几何非线性影响几乎消除了。

实现刚性支承连续梁成桥，就经济效果来说，其缆索张力增加不多，故缆索的用钢量将增加甚微。只需在桥两端各加200余吨素混凝土作压重，就可以收到较好的效果。就内力来说，塔内弯矩减少许多，梁内弯矩和跨中梁段轴力将大大改善。就变形来说，成桥后，梁、塔变形接近于零。因此，混凝土的收缩、徐变的影响可减少到最小。

最后我们模拟了活载作用，计算了结构的位移和内力（非线性分析是采用刚性支承连续梁成桥后的状态继续计算）。由于每根杆都有其几个最不利荷载位置，计算较烦琐，而不一定能得到一目了然的结果，所以我们采用了人群荷载作为模拟活载。每平方米为400公斤，在12米宽桥上满布，在顺桥方向则是选择地加载，见图(9)。

从线性和非线性分析结果来看：非线性对内力的影响，一般来讲比线性大，索力大1~2%，轴力大2~5%，弯矩大5~10%。但有时情况相反。因而对大跨度斜张桥，采用一个固定的简单修正系数来考虑非线性影响是欠妥的。为提高设计与施工精度应进行非线性分析。

表—1 索无初张力时恒载作用下线性与非线性比较（半桥、起拱）见图(5)

节 点	主梁挠度 $V$ (米)			主梁弯矩 $M$ (吨—米)			主梁轴力 $N$ (吨)		
	线 性	非线性	$\delta$ %	线 性	非线性	$\delta$ %	线 性	非线性	$\delta$ %
2	-0.04237	-0.04829		395	343	-13.32	0.000	0.000	0.000
3	-0.08608	-0.09743		-2986	-3092	+3.55	1616	1697	5.04
7	-0.09354	-0.10999		-473	-524	+10.78	2933	3045	3.81
12	0.10062	0.09944	-1.17	-1537	-1540	+0.67	3771	3848	2.05
18	0.77174	0.79726	3.30	-777	-847	+8.98	2578	2668	3.50
节 点 号	塔的纵向位移 $u$ (米)			塔的弯矩 $M$ (吨—米)			塔的轴力 $N$ (吨)		
	线 性	非 线 性	$\delta$ %	线 性	非 线 性	$\delta$ %	线 性	非 线 性	$\delta$ %
25	0.000	0.000	0.0	-15885	-16043	+1	8667	8896	2.65
30	0.1284	0.1343	4.56	-5942	-6419	+8.03	6339	6626	4.23
31	0.2473	0.2599	5.09	-1966	-2136	+8.66	5372	5606	4.36
41	0.3395	0.3576	5.31	0.00	0.00	0.00	138	138	0.00
索 号	缆 索 张 力 $S$ (吨)			垂 度 比					
	线 性	非 线 性	$\delta$ %						
边 跨	42	725	761	4.91	0.00415				
	43	566	595	5.01	0.00433				
	47	372	376	1.21	0.00321				
	52	292	287	-1.69	0.00797				
中 跨	53	293	287	-1.96	0.00854				
	58	414	419	1.19	0.00287				
跨	62	574	603	5.12	0.00455				
	63	728	770	5.70	0.00468				

注：其中  $\delta\% = \frac{\text{非—线}}{\text{线}} \times 100$

表—2 索无初张力时恒载作用下线性与非线性比较(全桥平坡) 见图(7)

节点号	主梁挠度 $V$ (米)					主梁弯矩 $M$ (吨—米)				
	线性	非线性			$\delta\%$ = $\frac{\text{非-线}}{\text{线}} \times 100$	线性	非线性			$\delta\%$ = $\frac{\text{非-线}}{\text{线}} \times 100$
		1* 仅考虑索的非线性	2* 单元刚度中不考虑非线性	3* 考虑全部非线性			1* 仅考虑索的非线性	2* 单元刚度中不考虑非线性	3* 考虑全部非线性	
2	-0.0057	0.0291	-0.021	-0.0021		-1890	-1317	-1887	-1889	-0.05
6	0.0006	0.0419	0.0074	0.0073		-281	-220	-250	-249	-11.39
10	0.0707	0.0765	0.0699	0.0699	-1.13	-986	-997	-985	-980	-0.61
12	0.1526	0.1476	0.1491	0.1491	-2.34	-1033	-1031	-1032	-1026	-0.68
22	1.4613	1.3539	1.4349	1.4351	-1.79	2030	1830	1905	1905	-6.15

节点号	主梁轴力 $N$ (吨)					节点号	塔内轴力 $N$ (吨)				
	线性	非线性			$\delta\%$ = $\frac{\text{非-线}}{\text{线}} \times 100$		线性	非线性			$\delta\%$ = $\frac{\text{非-线}}{\text{线}} \times 100$
		1* 仅考虑索的非线性	2* 单元刚度中不考虑非线性	3* 考虑全部非线性				1* 仅考虑索的非线性	2* 单元刚度中不考虑非线性	3* 考虑全部非线性	
2	1532	1470	1539	1539	0.46	23	5.00	580	598	598	1.70
6	2938	2882	2945	2946	0.27	29	3237	3205	3267	3267	0.93
10	3519	3473	3525	3525	0.17	28	2698	2664	2726	2726	1.04
12	3461	3415	3479	3469	0.231	38	8354	8331	8354	8354	0.00
22	-362	-323	-324	-324	10.50	37	7398	7375	7397	7398	0.00

1\*注: 梁、塔单元不计非线性项, 亦不考虑拖动坐标时的分析结果。

2\*注: 指梁、塔单元考虑拖动坐标, 而不计非线性项时的分析结果。

3\*注: 梁、塔、索在拖动坐标系下, 包含非线性项在内的分析结果。

以梁端的第三单元为例：表—3

对应项 单元 刚度	$u_i$	$v_i$	$\theta_{zi}$
	1	2	3
$\bar{K}_0$	1	$0.3234_{10}^{+7}$	
	2		$0.2601_{10}^{+6}$
	3		$0.1138_{10}^{+7}$
$\bar{K}_1(\bar{d})$	1		$-0.3659_{10}^{+2}$
	2	$-0.3659_{10}^{+2}$	$-0.2365_{10}^{+3}$
	3	$0.3689_{10}^{+4}$	$-0.1725_{10}^{+3}$
$\bar{K}_2(\bar{d}^2)$	1		
	2		$0.3119$
	3		$-0.259$

分别以外索的第42单元，内索的第52单元为例：

表—4

	外 索	内 索	
单 元 号	42	52	
$L_0=S_0$ (索长)	109.5950322m	38.2668m	
$\alpha$	$27^\circ 44' 21''$	$79^\circ 22' 49''$	
$E$	$2.1 \times 10^7 T/m^2$	$2.1 \times 10^7 T/m^2$	
$A$	$0.01551m^2$		
线性刚度 $K_0 = \frac{EA}{L_0}$	2979.789594	3275.657606	
恒载作用下自然下垂	垂度比 $n$	0.0039772415	0.0071525955
	非线性刚度	$K' = \begin{bmatrix} 2902.7271 & 0 \\ 0 & 7.2599832 \end{bmatrix}$	$K' = \begin{bmatrix} 3260.04794 & 0 \\ 0 & 6.34539143 \end{bmatrix}$
	刚度变化 $K_0 - K'_{11}/K_0$	$77.0624/2979.7895 \times 100 = 2.5861\%$	$15.5096/3275.657606 \times 100 = 0.4765\%$
刚性支承连续成桥	垂度比 $n$	0.0031381607	0.0073527145
	非线性刚度	$K' = \begin{bmatrix} 2940.0782 & 0 \\ 0 & 7.3256796 \end{bmatrix}$	$K' = \begin{bmatrix} 3268.2541 & 0 \\ 0 & 7.596872 \end{bmatrix}$
	$K_0 - K'_{11}/K_0 \times 100$	$39.7113/2979.7895 \times 100 = 1.3326\%$	$7.403506/3275.657606 \times 100 = 0.226\%$

表—5 刚性支承连续梁成桥后恒载作用下线性非线性比较 (半桥、起拱) 见图(6)

节 点	主梁挠度 $V$ (米)			主梁弯矩 $M$ (吨—米)			主梁轴力 (吨)		
	线 性	非线性	$\delta$ %	线 性	非线性	$\delta$ %	线性	非线性	$\delta$ %
2	0	0.0047		1178	1178	0	0	0	
3	0	0.00002		-1411	-1411	0	1823	1949	6.9
7	0	0.000029		-205	-204	-0.015	3168	3321	4.81
12	0	0.00056		-244	-245	0.56	3784	3891	2.84
18	0	-0.000038		-199	-199	0	2587	2679	3.58
节 点 号	塔的纵向位移 $u$ (米)			塔的弯矩 $M$ (吨—米)			塔的轴力 $N$ (吨)		
	线 性	非线性	$\delta$ %	线 性	非线性	$\delta$ %	线性	非线性	$\delta$ %
25	0	0		-1344	-201		8093	9047	11.78
30	0.005112	0.000757		676	104		6340	6779	6.92
31	0.00455	0.00065		1484	223		5461	5757	5.42
41	0	-0.000041		0.000	-0.009		45	138	
索 号	缆索张力 $S$ (吨) 无应力长度			垂度比 $n$					
	线 性	非线性	缩短值						
边 跨	42	806	863	0.311	0.00365				
	43	645	691	0.310	0.00772				
	47	407	414	0.189	0.00292				
	52	289	290	0.101	0.00814				
中 跨	53	284	285	0.100	0.00824				
	58	450	427	0.200	0.00279				
	62	519	526	0.269	0.00517				
	63	819	838	0.362	0.00426				



表一6 刚性支承连续梁成桥后恒载作用下线性与非线性比较(全桥、平坡)见图(8)

节 点	主梁挠度 $V$ (米)			主梁弯矩 $M$ (吨-米)			主梁轴力 (吨)		
	线 性	非线性	$\delta\%$	线 性	非线性	$\delta\%$	线性	非线性	$\delta\%$
2	0.00	0.00		1553	1557	0.26	1935	1933	-0.10
6	0.00	0.00025		212	211	-0.47	3360	3358	-0.06
10	0.00	0.00007		354	356	0.56	3936	3935	-0.03
12	0.00	-0.0004		367	568	0.27	3878	3877	-0.03
22	0.00	-0.00172		293	297	1.37	2	0	100.0
节 点 号	塔的纵向位移 $u$ (米)			塔的弯矩 $M$ (吨-米)			塔的轴力 $N$ (吨)		
	线 性	非线性	$\delta\%$	线 性	非线性	$\delta\%$	线性	非线性	$\delta\%$
38	0.00	0.00		33	6	-81.82	8574	8574	0.00
33	0.00	-0.0001		-42	-7	-83.33	6167	6166	-0.02
30	0.00	-0.0001		-46	-7	-84.78	4495	4487	-0.18
23	0.000	-0.0001		0.00	0.00		0.00	0.00	
索 号	缆索张力 $S$ (吨)			垂度比 $n$					
	线 性	非线性	无应力长 度缩短值						
边 跨	74	706	745	0.2763					
	77	364	322	0.2028					
	82	297	311	0.1605					
	84	313	316	0.1113					
中 跨	95	311	316	0.1063					
	92	346	342	0.1536					
	87	620	593	0.2741					
	85	661	793	0.3263					

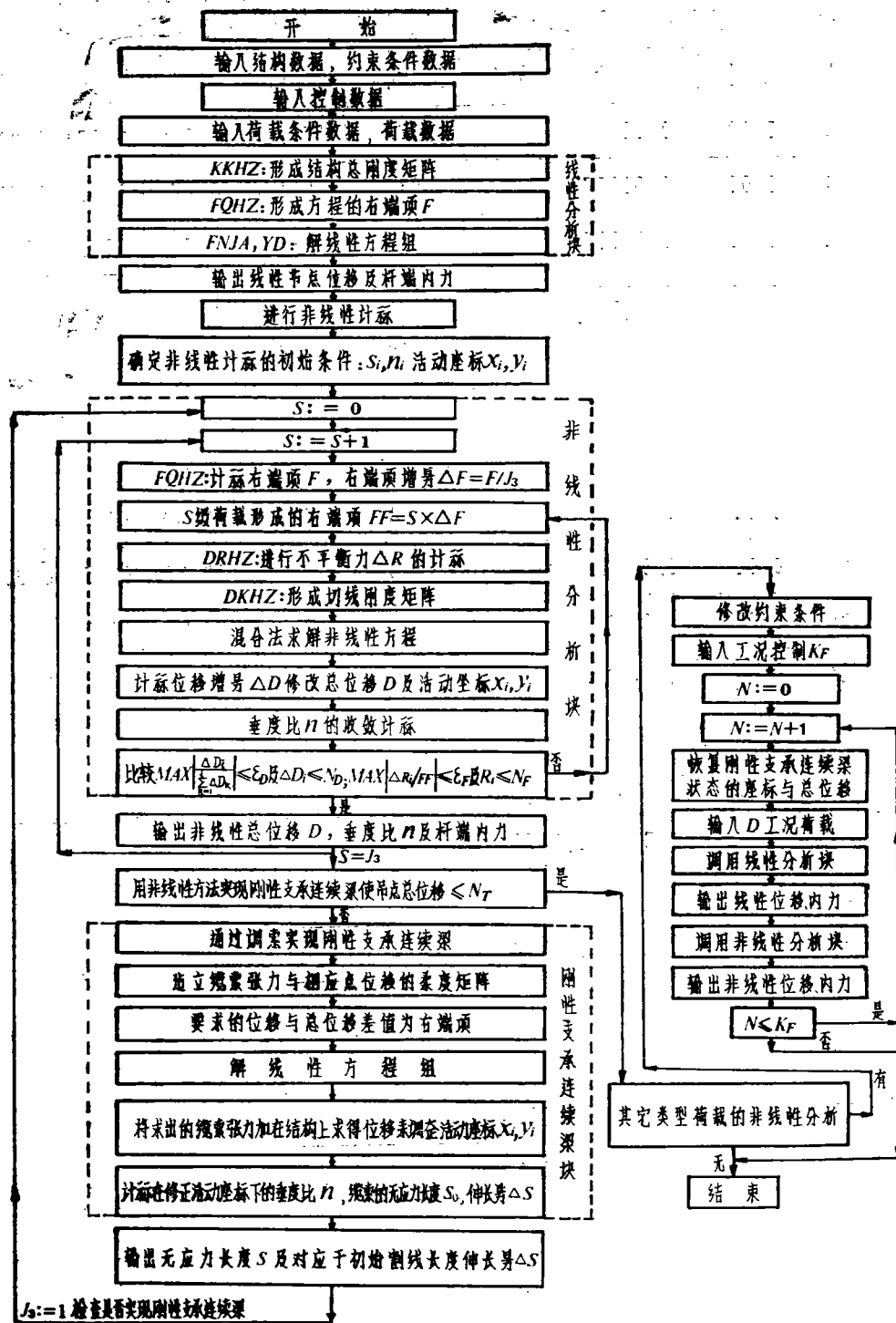


图 4

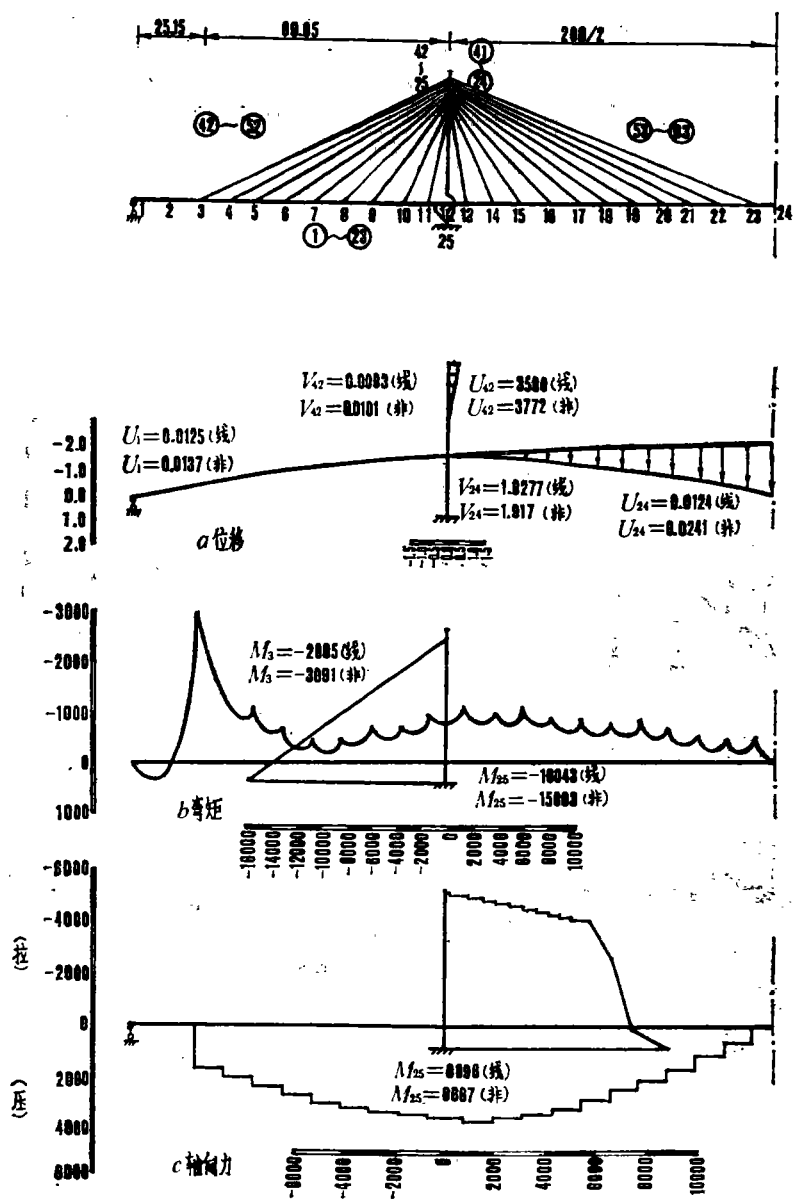
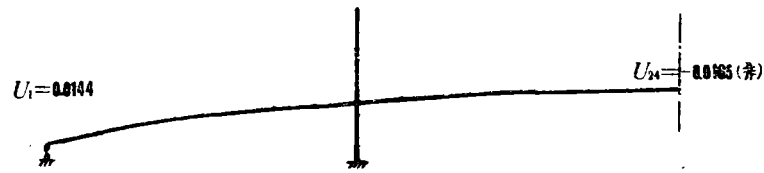
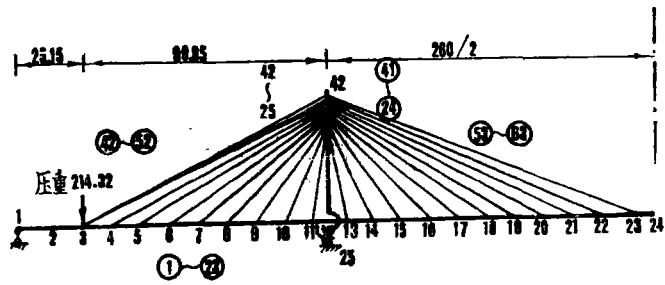


图 5



a 位移 (梁的竖向位移, 塔柱纵向位移均为 0)

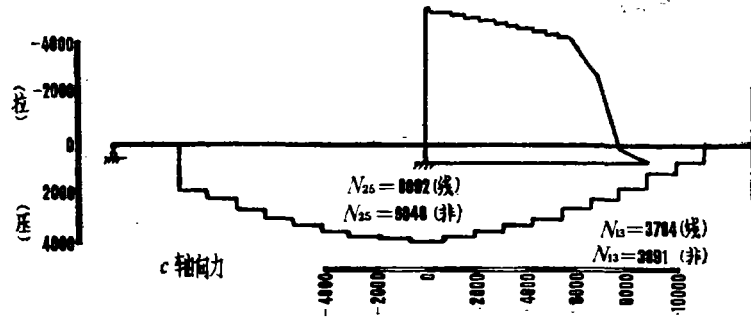
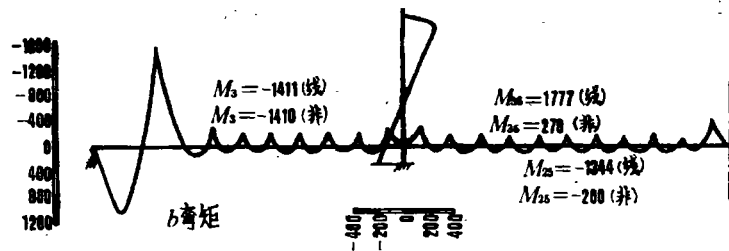


图 6

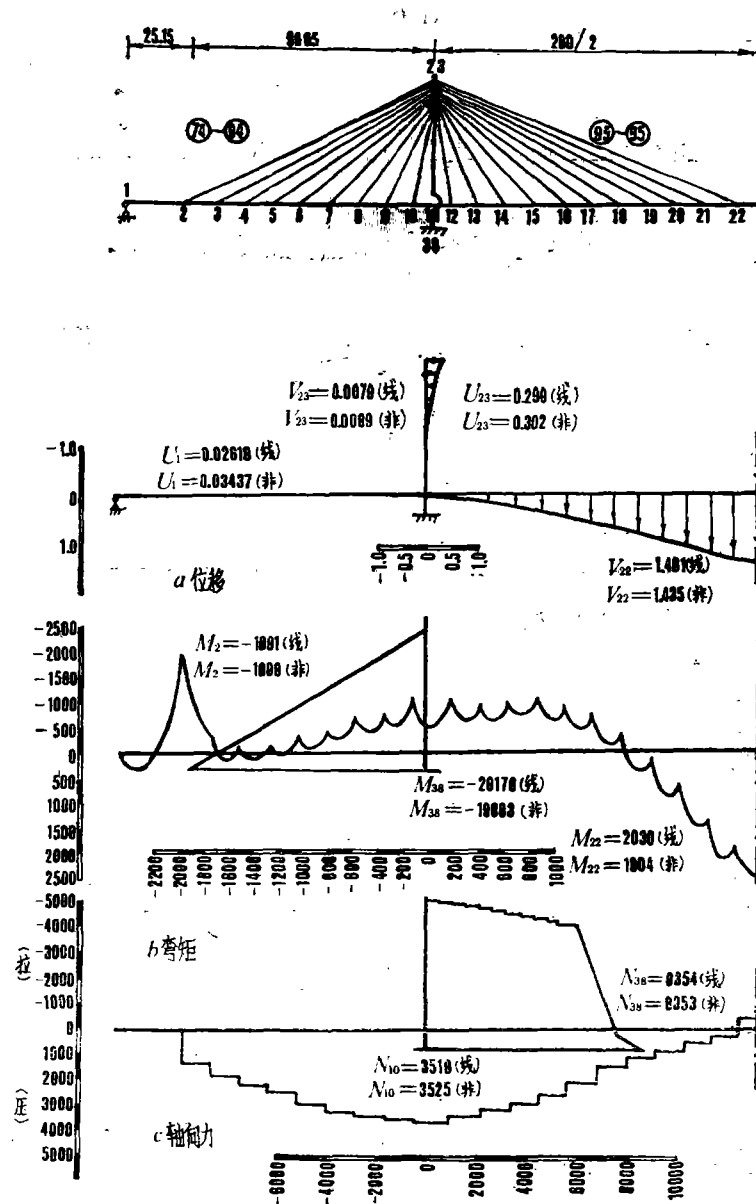


图 7

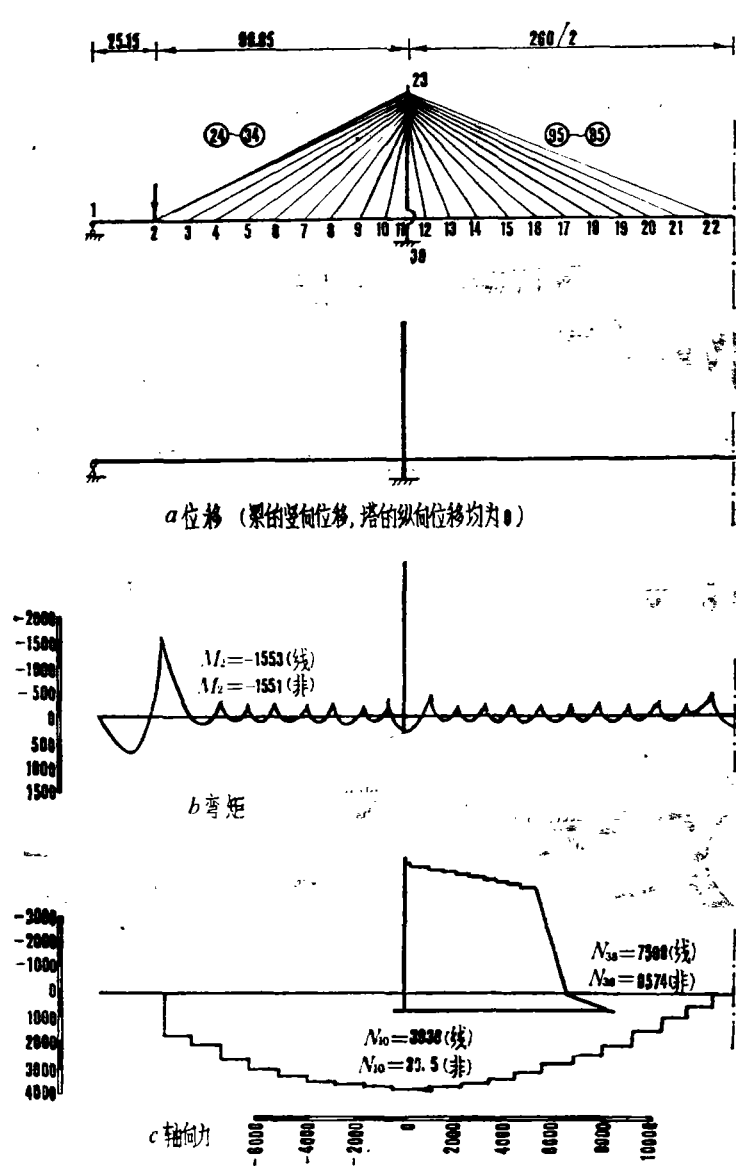
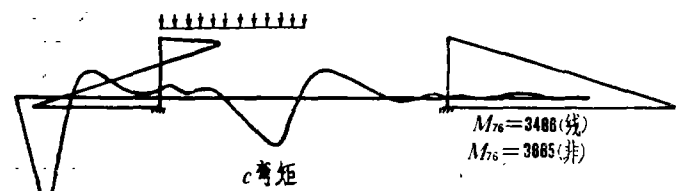
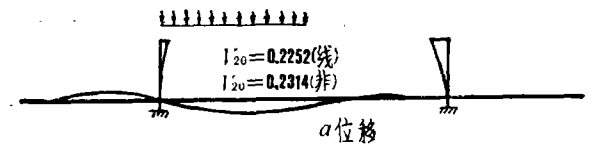
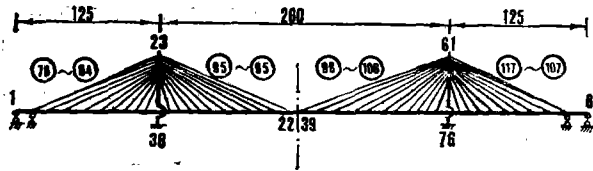


图 8



$M_2 = 1031$  (线)  
 $M_2 = 1200$  (非)

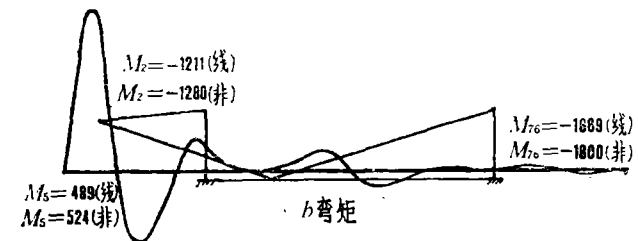
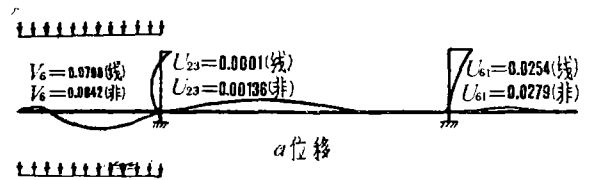


图 9

### 参 考 文 献

- [1] 前田研一, 大西幸纪 大径间斜张桥の静的動的解析プログラム《桥梁》, 1977 No.1~No.2.
- [2] M. S. Troitsky, Cable—Stayed Briges Theory and Design Crosby Lockwood Staples London 1977.
- [3] J. S. Rzemieniecki, Theory of Matrix Stuctural Analysis Megraw—Hill Book Company 1968.
- [4] Walter Podolny, John B. Scalzi, Constuction and Design of Cable—Stayed Bridges INC—1976.
- [5] John F. Fleming, Nonlinear Static and Analysis of Cable—Stayed Bridge Structures. 《Computers and Structures》, Volume 10 No.4, August 1979.
- [6] 天津市市政工程勘测设计院永和斜张桥设计组, Pasco—Kennewick Intercity Bridge 设计、施工论文汇编(一)。
- [7] 同济大学周念先, 予应力混凝土斜张桥设计构思《中南公路工程》1979. 6.
- [8] 上海市市政工程设计院, 关于予应力混凝土斜拉桥徐变次应力的初步分析(1975—9).