

动脉血管组织的超弹性模型与应力-应变关系

刘 君, 杨庆生

(北京工业大学 机械工程与应用电子技术学院, 北京 100022)

摘 要: 为了研究血管的超弹性能, 建立了动脉血管的 2 种各向同性超弹性材料模型. 应用三维有限元方法对血管的双向拉伸实验进行模拟计算, 通过与实验结果比较证明, 在一定变形范围内, 血管为各向同性超弹性材料, 它的应力-应变关系可以用这 2 种模型表示, 在不同的变形范围内, 血管内各类纤维的走向和性能决定血管的宏观力学性能.

关键词: 血管; 超弹性; 有限变形; 有限元; 本构关系

中图分类号: TB 330.1

文献标识码: A

文章编号: 0254-0037(2006)增刊-0035-06

1 介绍与回顾

血管是典型的生物软组织, 宏观力学性能具有典型的非线性和黏弹性等特性, 这是由其生理结构决定的, 见图 1^[1]. 一般说来, 血管共分为 2 类^[1]: 弹性血管和肌肉血管. 弹性血管的直径通常较大, 一般分布在心脏附近, 如大动脉、颈动脉、髂动脉等; 肌肉血管多分布在肢体上, 直径通常较小, 如股动脉、腹动脉、脑动脉等. 血管具有明显的层结构, 可分为内、中、外 3 层, 分别由内弹性膜和外弹性膜分隔开, 力学性质明显不同^[2]. 内层最薄, 为一层基膜, 上面附着一层内皮细胞. 在年轻人的肌肉血管中, 内层很薄甚至不存在, 对血管壁的力学性能不起什么作用. 中层最厚, 由平滑肌细胞、弹性纤维、胶原纤维及多层弹性膜构成的三维网状结构, 呈螺旋状分布. 因为螺旋爬升的角度很小, 所以中层的纤维近似环形分布, 使中层能承受很大的载荷作用. 外层的厚度介于内、中层之间, 由生产胶原纤维和弹性纤维的纤维原细胞、细胞基质、大量束状胶原纤维交错组成, 纤维排列与中层相比较为杂乱, 外层外面包围着大量疏松结缔组织. 胶原纤维的数量多, 它的形状呈波形并沿小角度螺旋状爬升分布, 在变形较小时, 主要由中层的弹性纤维来抵抗载荷作用, 可视为各向同性体; 当变形加大时, 胶原纤维被拉伸, 此时血管的刚度明显增大, 表现出各向异性的材料性质. 另外, 人体不同部位的血管结构也大不相同, 例如在脑血管中, 仅仅有内、中层而没有外层^[1].

最先对血管进行研究的是 Fung 等人^[3-5], 他们提出的血管模型至今仍广为应用. Holzapfel^[6-7] 等人在 Fung 工作的基础上对模型进行了简化, 忽略了血管壁厚方向的变形, 将血管简化为膜材料, 运用有限元方法求出血管的应力与应变并与实验结果作比较, 通过实验证明 Fung 的模型较为刚性化, 不能描述血管壁完整的应力-应变关系.

人们通常对血管进行如下基本假设: 1) 血管壁是不可压缩或近似不可压缩材料; 2) 完全的超弹性体; 3) 具有各向同性性质; 4) 没有残余应力和应变. 对于假设 1、2, 学者们没有疑问, 但假设 3、4 却受到普遍质

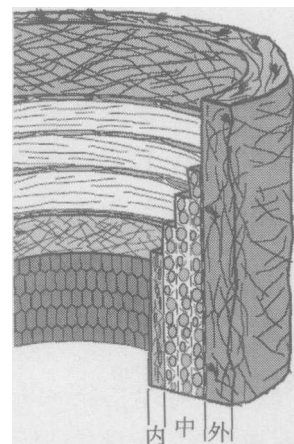


图 1 动脉血管的微观结构

Fig.1 Microstructure of artery

收稿日期: 2006-05-10.

基金项目: 国家自然科学基金(10272006, 30470439), 北京市优秀人才专项资助(20041A0501517).

作者简介: 杨庆生(1962-), 男, 河北故城人, 教授.

疑. 简单却经典的例子就是将一段血管纵向剪开一个小豁口后, 血管会在豁口处张开一定角度, 这是由于解剖后从活体中取得的血管具有残余应力, 在豁口处得到应力释放的原因.

与经典的弹性理论不同, 在发生大变形的条件下, 仅用弹性模量不能描述血管的应力-应变关系^[7], 需要使用应变能函数——势能函数表示, 一般是右柯西-格林应变或主伸长率表示的函数. 应力的具体表达式直接从应变能函数推导出. 作者将血管模拟成近似不可压缩材料, 采用经典的 Neo-Hookean 材料和主轴超弹性材料来模拟血管. 这 2 种材料分别用右柯西-格林应变和主伸长率来表示应变能函数.

2 超弹性模型

2.1 Neo-Hookean 材料

Neo-Hookean 材料通常用来描述各向同性的超弹性橡胶类材料. 近似不可压缩 Neo-Hookean 材料的势能函数表达式为^[8]

$$\psi(\mathbf{C}) = \hat{\psi}(\mathbf{C}) + U(J) \quad (1)$$

式中, $\hat{\psi}(\mathbf{C})$ 为畸变能; $U(J)$ 为体积应变能; \mathbf{C} 为右柯西-格林应变张量; $J = \det \mathbf{C}$ 表示体积变量. 由于 $\hat{\psi}(\mathbf{C}) = \psi(\hat{\mathbf{C}})$, 式(1)可以分别表示为

$$\hat{\psi}(\mathbf{C}) = \frac{\mu}{2} (\text{tr} \hat{\mathbf{C}} - 3) \quad (2)$$

$$U(J) = \frac{1}{2} \kappa (J - 1)^2 \quad (3)$$

式中, μ 为材料的拉梅系数, 与泊松比 ν 和杨氏模量 E 的关系为 $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$; κ 为体积模量. 把式(1)对 \mathbf{C} 求导可得第 2 Piola-Kirchhoff 应力 (简称第 2 P-K 应力) 的表达式为

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial \psi(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} = 2 \frac{\partial \psi(\hat{\mathbf{C}})}{\partial \mathbf{C}} + 2 \frac{dU}{dJ} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{C}} \quad (4)$$

将式(2)、(3)代入式(4)中可得

$$2 \frac{\partial \psi(\hat{\mathbf{C}})}{\partial \mathbf{C}} = \mu J^{\frac{2}{3}} \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{C} \mathbf{C}^{-1} \right) \quad (5)$$

$$2 \frac{dU}{dJ} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{C}} = \kappa (J - 1) J \mathbf{C}^{-1} \quad (6)$$

式中, \mathbf{I} 表示单位 2 阶张量, 整理可得

$$\mathbf{S} = \mu J^{-\frac{2}{3}} \left(\mathbf{I} - \frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{C} \mathbf{C}^{-1} \right) + \kappa (J - 1) J \mathbf{C}^{-1} \quad (7)$$

为了在欧拉坐标系下实现有限元计算, 需要将第 2 P-K 应力 \mathbf{S} 转换为柯西应力 $\boldsymbol{\sigma}$,

$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1} \mathbf{F} \mathbf{S} \mathbf{F}^T \quad (8)$$

式中, \mathbf{F} 是变形梯度张量; $\mathbf{C} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$. 将式(7)代入到式(8)中, 可以得到

$$\boldsymbol{\sigma} = \mu J^{-\frac{5}{3}} \left(\mathbf{b} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \right) + \kappa (J - 1) J \mathbf{C}^{-1} \quad (9)$$

式中, \mathbf{b} 为左柯西-格林应变张量; $\mathbf{b} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$. 材料的本构关系可以表示为

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl} \quad (10)$$

式中, c_{ijkl} 为 4 阶欧拉弹性张量 (也称物质弹性张量) 分量; $\mathbf{c} = 2 \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{C}}$; \mathbf{e} 表示阿尔曼西应变, $\mathbf{e} = (\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1})/2$; c_{ijkl} 的表达式为

$$c_{ijkl} = 2\mu J^{-\frac{5}{3}} \left[\frac{1}{3} \text{tr} \mathbf{b} \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} b_{ij} \delta_{kl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} b_{kl} + \frac{1}{9} \text{tr} \mathbf{b} \delta_{ij} \delta_{kl} \right] + \kappa (J - 1) (\delta_{ij} \delta_{kl} - 2 \delta_{ik} \delta_{jl}) \quad (11)$$

2.2 主轴超弹性材料

在许多以实验数据为基础构造的本构关系中, 常以主方向 $\mathbf{n}_\alpha |_{\alpha=1,2,3}$ 的伸长率 $\lambda_\alpha |_{\alpha=1,2,3}$ 来表示应变

能函数. $\mathbf{E}_\alpha|_{\alpha=1,2,3}$ 、 $\mathbf{e}_\alpha|_{\alpha=1,2,3}$ 分别表示拉格朗日坐标系下和欧拉坐标系下的坐标轴方向单位向量. 右柯西-格林应变张量与的关系为

$$\mathbf{C} = \sum_{\alpha=1}^3 \lambda_\alpha^2 \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha \quad (12a)$$

$$\det \mathbf{C} = J^2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (12b)$$

$$\text{tr} \mathbf{C} = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (12c)$$

应变能函数的表达式为^[8]

$$\psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \hat{\psi}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) + U(J) \quad (13a)$$

式中

$$\hat{\psi}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \mu [(\ln \hat{\lambda}_1)^2 + (\ln \hat{\lambda}_2)^2 + (\ln \hat{\lambda}_3)^2] \quad (13b)$$

$$U(J) = \frac{1}{2} \kappa (\ln J) \quad (13c)$$

式中 $\hat{\lambda}_\alpha = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_\alpha$.

$$S_{\alpha\alpha} = 2 \frac{\partial \psi(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)}{\partial \lambda_\alpha^2} \quad (14)$$

将式(13b)、(13c)代入式(14), 根据式(8)可得

$$\sigma_{ij} = \sum_{\alpha=1}^3 \left(-\frac{2\mu}{3J} \ln J + \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\alpha \right) T_{\alpha i} T_{\alpha j} + \frac{\kappa \ln J}{J} \delta_{ij} \quad (15)$$

式中, $T_{\alpha i} = \mathbf{F} \mathbf{n}_\alpha \cdot \mathbf{e}_i$; $\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl}$ 中的欧拉弹性张量的表达式为

当 $\lambda_\alpha \neq \lambda_\beta$

$$c_{ijkl} = \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \frac{2}{J} \left[\left(\mu + \frac{2\mu}{3J} \ln J - \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\alpha \right) \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \mu \right] T_{\alpha i} T_{\alpha j} T_{\beta k} T_{\beta l} + \sum_{\substack{\alpha, \beta=1 \\ \alpha \neq \beta}}^3 2 \frac{\left(-\frac{2\mu}{3J} \ln J + \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\alpha \right) \lambda_\beta^2 + \left(\frac{2\mu}{3J} \ln J - \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\beta \right) \lambda_\alpha^2}{\lambda_\alpha^2 - \lambda_\beta^2} T_{\alpha i} T_{\beta j} T_{\alpha k} T_{\beta l} \quad (16)$$

当 $\lambda_\alpha = \lambda_\beta$

$$c_{ijkl} = \sum_{\alpha, \beta=1}^3 \frac{2}{J} \left[\left(\mu + \frac{2\mu}{3J} \ln J - \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\alpha \right) \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \mu \right] T_{\alpha i} T_{\alpha j} T_{\beta k} T_{\beta l} + \sum_{\substack{\alpha, \beta=1 \\ \alpha \neq \beta}}^3 2 \left(\frac{\mu}{J} + \frac{2\mu}{3J} \ln J - \frac{2\mu}{J} \ln \lambda_\alpha \right) T_{\alpha i} T_{\beta j} T_{\alpha k} T_{\beta l} \quad (17)$$

3 超弹性有限元法

首先建立欧拉坐标系下的平衡方程^[8]. 在平衡状态下, 单位体积中的非平衡应力 $\mathbf{r} = \text{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}$ 在虚速度 $\delta \mathbf{v}$ 方向上作的虚功为

$$\delta W = \mathbf{r} \cdot \delta \mathbf{v} = 0 \quad (18)$$

在全部体积上积分, 整理可得

$$\delta W = \int_V (\text{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}) \cdot \delta \mathbf{v} dV \quad (19)$$

根据高斯定理 $\text{div}(\boldsymbol{\sigma} \delta \mathbf{v}) = (\text{div} \boldsymbol{\sigma}) \cdot \delta \mathbf{v} + \boldsymbol{\sigma} : \nabla \delta \mathbf{v}$, 代入式(19)整理后得

$$\delta W(\phi, \delta \mathbf{v}) = \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{d} dV - \int_V \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{v} dV - \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{v} da \quad (20)$$

式中, $\boldsymbol{\sigma}$ 表示柯西应力; \mathbf{d} 表示变形率; \mathbf{f} 表示体力; \mathbf{t} 表示面力.

离散后虚功可以用单元上的内、外等效节点力 $\mathbf{T}_a^{(e)}$ 和 $\mathbf{F}_a^{(e)}$ 表示为

$$\delta W^{(e)}(\phi, N_a \delta \mathbf{v}_a) = \delta \mathbf{v}_a \cdot (\mathbf{T}_a^{(e)} - \mathbf{F}_a^{(e)}) \quad (21a)$$

式中

$$\mathbf{T}_a^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \boldsymbol{\sigma} \nabla \mathbf{N}_a dV \tag{21b}$$

$$\mathbf{F}_a^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}_a \mathbf{f} dV + \int_{\partial V^{(e)}} \mathbf{N}_a \mathbf{t} da \tag{21c}$$

式中, a 代表所有节点中的第 a 个节点; \mathbf{N}_a 表示节点 a 的形函数. 将整个体积上的节点力相加可得

$$\delta W(\boldsymbol{\phi}, \delta \mathbf{v}) = \sum_{a=1}^N \delta W(\boldsymbol{\phi}, \mathbf{N}_a \delta \mathbf{v}_a) = \sum_{a=1}^N \delta \mathbf{v}_a \cdot (\mathbf{T}_a - \mathbf{F}_a) \tag{22}$$

式中, N 表示共有 N 个节点, 其中 $\mathbf{T}_a = \sum_{\substack{e=1 \\ e \ni a}}^{m_a} \mathbf{T}_a^{(e)}$, $\mathbf{F}_a = \sum_{\substack{e=1 \\ e \ni a}}^{m_a} \mathbf{F}_a^{(e)}$ 分别表示节点 a 上的等效节点力; m_a 表示包含节点 a 的单元共有 m 个.

$\delta \mathbf{v}^T = [\delta v_1^T, \delta v_2^T, \delta v_3^T, \dots, \delta v_N^T]$ 代入式(22)化简得

$$\delta W(\boldsymbol{\phi}, \delta \mathbf{v}) = \delta \mathbf{v}^T (\mathbf{T} - \mathbf{F}) \tag{23}$$

根据变分原理, 功在节点位移 $\mathbf{u}^T = [u_1^T, u_2^T, u_3^T, \dots, u_N^T]$ 上的变分等于

$$D\delta W(\boldsymbol{\phi}, \delta \mathbf{v})[\mathbf{u}] = \delta \mathbf{v}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \tag{24}$$

比较式(23)、(24)可得有限元形式的平衡方程为

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{T} - \mathbf{F} = \mathbf{R} \tag{25}$$

式中 \mathbf{K} 表示切线刚度矩阵.

4 算例与分析

血管具有复杂的结构, 其力学性能不能仅用简单的单向拉伸实验来说明. 为了贴近人体内正常环境, 对血管进行膨胀实验, 即在一定的纵向拉伸率下沿血管内壁施加一定的内压, 测量血管外径直径和受力情况的变化, 并与文献[6-7]的实验结果作比较. 根据文献, [6-7]所述条件建立模型进行计算, 所建模型的几何尺寸如图2所示.

根据对称性条件, 取血管的 1/4 部分建立模型. 采用有限元软件 Ansys 构建模型并进行网格划分, 用 Fortran 语言编制有限元程序进行计算. 选取 8 节点六面体等参元作为基本单元, 之所以选取这种等参元, 是由于血管具有复杂的几何轮廓, 六面体等参元对边界适应性较强, 用较少的单元便可将其描述出来^[9], 具体的单元划分如图3所示, 共划分为 672 个单元, 1 122 个节点, 每个单元的尺寸约为 0.057 mm × 0.061 mm × 0.062 mm. 血管的拉梅系数 μ 取 66.7 KPa, 体积模量 κ 取 32 700 KPa.

根据所取材料性质的不同分为 2 种模型: Neo-Hookean 材料模型为模型 1; 主轴超弹性材料模型为模型 2. 根据文献[6], 利用 2 种模型分别进行 2 组实验: 首先进行纵向拉伸, 使伸长率为 1.24 或 1.60, 再使内压从 0 开始按 $\Delta p = 1$ KPa 增长, 分步计算出血管内、外表面的第 2 P-K 应力与格林应变, 绘制应力-应变曲线. 图4是根据计算得到的 2 种模型外表面周向格林应变 E_θ , 周向第 2 P-K 应力 S_θ 及纵向第 2 P-K 应力 S_z 绘制的应力-应变曲线, 并与文献[7]中

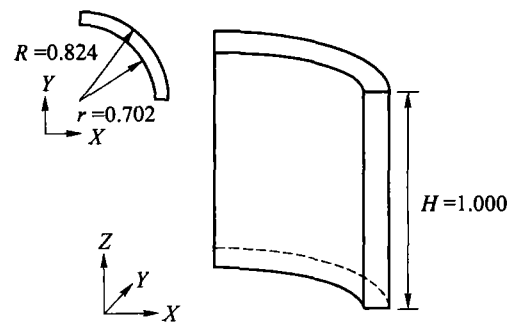


图2 血管简化模型及几何尺寸 (单位:毫米)
Fig. 2 The geometrical size of the artery model

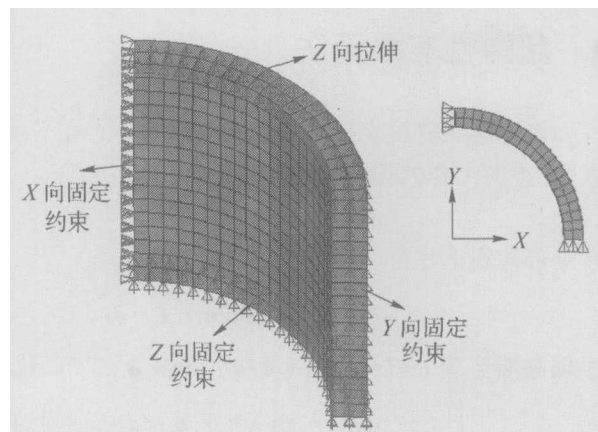


图3 1/4 血管有限元模型及边界约束条件
Fig. 3 FE model and boundary restrictions for one quarter of artery

给出的实验结果做比较.

图 4(a)表示在 $\lambda_z = 1.24$ 的条件下,周向格林应变与周向第 2 P-K 应力的关系.可以看出,模型 1、模型 2 曲线的变化趋势与实验曲线相同,都是上凸形的,并且模型 1 的计算结果与文献[7]较好吻合.表明血管在 X-Y 平面(横向截面)上具有匀质、各向同性的性质.当周向应变大于 0.2 后,与实验结果相比,2 种模型应力增长速度变得缓慢,在曲线上表示为曲线上各点的曲率半径不断增大.这是因为随着应变的增大,中层和外层中的波状胶原纤维被拉伸,使得血管的刚度不断增大,所以实验曲线上相应的应力增长要大于模型 1、模型 2 所代表的超弹性匀质各向同性材料.图 4(b)表示在 $\lambda_z = 1.24$ 的条件下,周向格林应变与纵向第 2 P-K 应力的关系,实验曲线为下凸曲线,模型 1、模型 2 计算所得的曲线为上凸曲线,3 条曲线上各点的曲率半径都非常大,曲线近似于直线.应变相同时,模型 1、模型 2 对应的应力要大于实验结果.总体看来 $\lambda_z = 1.24$ 时模型 1、模型 2 计算结果与实验结果相近.

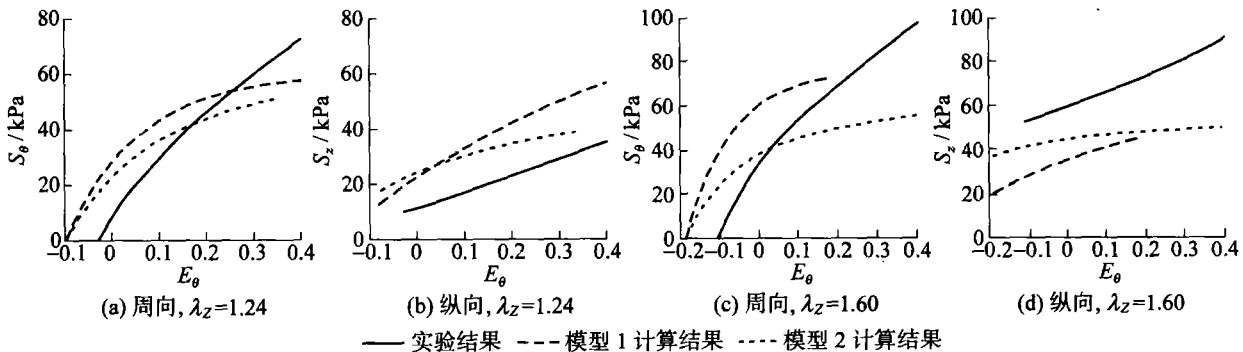


图 4 第 2 P-K 应力与周向格林应变的曲线

Fig. 4 Second P-K stress versus circumferential Green stain

图 4(c)表示在 $\lambda_z = 1.60$ 的条件下,周向格林应变与周向第 2 P-K 应力的关系,可见纵向伸长率 λ_z 的增大对周向应力的影响非常大.作为各向同性材料,模型 1 的周向应力在 $S_\theta < 0.15$ 时与图 4(a)相比应力增长很快, $S_\theta > 0.15$ 时则增长缓慢,曲线变得平缓.模型 2 与实验曲线中的周向应力都增长很快,表现为曲线变陡,但模型 2 的最大应变仅为 0.18.实验曲线中的最大周向应力由图 4(a)中的 0.72 增长至 1.05,这同样是由胶原纤维决定的.当纵向拉伸率增大时,血管壁外层埋藏在基质中的胶原纤维伸长大大增加,除了血管刚度增大外,血管壁内各种物质的重新分布也是造成图 4(c)中应力增长加快的原因.此时,血管已不能视为各向同性材料.图 4(d)表示在 $\lambda_z = 1.60$ 的条件下,周向格林应变与纵向第 2 P-K 应力的关系.图 4(d)中,随着刚度的增大,实验曲线呈明显的下凸曲线.可以看到,由于 Neo-Hookean 材料和主轴超弹性材料描述的是各向同性材料,没有考虑纤维的作用,模型 1、模型 2 的纵向应力要小于实验曲线的纵向应力.

从上述图 4(a)、(c)中可以看到,当仅对模型进行纵向拉伸即内压 $p = 0$ 时,计算所得的周向应变(绝对值)要明显大于实验结果,并且与所取材料无关.这是血管内存在残余应力、应变,并且因黏弹性导致应力滞后的原因.还与实验中所取血管初始条件有关,如年龄、身体健康状况等.

文献[7]中忽略了沿壁厚方向的变形,将血管简化为薄膜材料.作为比较,我们考察模型 1 内、外壁的应力-应变关系,见图 5.

从图 5 可见,在内压的作用下,外壁的应变小于内壁的应变.当内压最大时,血管内壁的格林应变为 0.47,血管外壁的格林应变为 0.34,周向第 2 P-K 应力都是 51 kPa.应变相同时,外壁的应力明显大于内

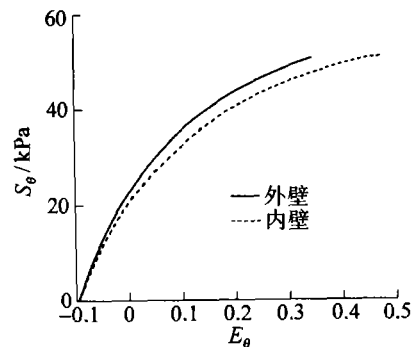


图 5 $\lambda_z = 1.24$ 时模型 1 内外壁的周向第 2 P-K 应力与周向格林应变曲线

Fig. 5 Circumferential second P-K stress versus circumferential Green strain of the inner and outer surfaces at $\lambda_z = 1.24$ of model

壁的. 说明血管沿壁厚方向各点的变形过程不同. 事实上, 由于血管具有分层结构, 各层的性质差异很大, 在研究血管壁的性质时要区分不同层次.

5 结束语

通过对血管建立模型并进行数值计算得知, 变形在一定范围内时, 血管内的弹性纤维是抵抗外力作用的主要物质, 可以将血管看作均匀的、各向同性超弹性材料, Neo-Hookean 材料与主轴超弹性材料都能很好地模拟它的力学行为. 当变形加大时, 血管壁外层的胶原纤维受到拉伸, 刚度增大, 表现出明显的各向异性. 因此, 各类纤维是血管力-变特征的决定因素, 进一步的工作从血管细观结构的角度出发来研究血管的力学行为.

参考文献:

- [1] HOLZAPFEL G A, GASSER T C, OGDEN R W. A new constitutive framework for Arterial wall mechanics and a comparative study of material models[J]. *J Elasticity*, 2000, 61(1-3): 1-48.
- [2] RHODIN G A J. Handbook of physiology, the cardiovascular system[M]. Maryland: American Physiological Society, 1980: 1-31.
- [3] FUNG Y C, FRONEK K, PATITUCCI P. Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression[J]. *Am Physiol Soc*, 1979, 237(5): 620-631.
- [4] CHUONG C J, FUNG Y C. Three-dimensional stress distribution in arteries [J]. *Trans ASME*, 1983, 105(3): 268-274.
- [5] CHUONG C J, FUNG Y C. Compressibility and constitutive equation of arterial wall in radial compression experiments[J]. *J Biomech*, 1984, 17(1): 35-40.
- [6] HOLZAPFEL G A, EBERLEIN R, WRIGGERS P. A new Axisymmetrical membrane element for anisotropic, finite strain analysis of arteries[J]. *Commun Num Meth Eng*, 1996, 12(8): 507-517.
- [7] HOLZAPFEL G A, WEIZSACKER H W. Biomechanical behavior of the arterial wall and its numerical characterization[J]. *Comput Bio Med*, 1998, 28(4): 377-392.
- [8] BONET J. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis[M]. Britain: Cambridge University Press, 1997, 1-240.
- [9] 王海明, 杨庆生. 生物组织的复合材料模型与宏观性能分析[J]. *复合材料学报*, 2005, 22(增刊): 177-181.
WANG Hai-ming, YANG Qing-sheng. The composite model and macro/micro property analysis of biological tissue[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2005, 22(Supp.): 177-181.

The Hyperelastic Model and Stress-strain Relation of Artery

LIU Jun, YANG Qing-sheng

(College of Mechanical Engineering and Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: In order to study the hyperelastic properties of the artery, this paper established two kinds of isotropic hyperelastic models of artery. The stress-strain relations of the artery under biaxial loadings were simulated by using 3D finite element method. It is shown that in certain range of deformation, the stress-strain relations of isotropic artery can exactly be expressed by the present two models. It is also concluded that the orientations and properties of blended fibers in the artery walls contribute to the macro-properties of the artery.

Key words: artery; hyperelastic; finite deformation; finite element; constitutive relation