

# 基于再生核空间的语音信号的正交分解与实现算法

章 森, 刘 磊, 刁麓弘

(北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124)

**摘 要:** 提出了一种在 Hilbert 空间  $W_2^1[a, b]$  中对语音信号进行正交分解的方法及其实现算法. 利用 Hilbert 空间  $W_2^1[a, b]$  的再生核函数构造一组  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$  标准正交函数组, 基于该函数组  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$  对语音信号实施正交分解, 再根据  $W_2^1[a, b]$  中再生核函数的性质给出了计算正交分解系数的快速算法. 该方法将离散的问题影射到连续函数空间中进行处理, 同时将 Hilbert 空间中的内积计算问题转化为函数在离散点的取值问题. 实验结果表明, 该方法可用于语音信号重建与特征抽取.

**关键词:** 语音信号; 再生核空间; 正交分解; 信号分析

**中图分类号:** TP 391

**文献标志码:** A

**文章编号:** 0254-0037(2010)03-0394-07

正交分解是语音信号分析和处理的主要手段之一, 其特点是语音信号经过正交分解后可以压缩信息冗余, 抽取相互独立的特征参数, 以便于语音信号的压缩编码、信噪分离和特征变换等. 傅里叶变换、小波变换等都可以看作是正交分解的特例. 因为傅里叶变换有直观的物理解释和快速实现算法, 小波变换有多分辨率分析能力, 所以, 在工程上它们都得到了广泛应用. 但是, 傅里叶变换和小波变换在理论上存在的局限也是众所周知的<sup>[1]</sup>.

再生核空间是研究语音信号分析和处理的比较理想的空间框架<sup>[2-8]</sup>. 这是因为再生核空间中存在再生核函数  $K_x(y)$ , 使得对再生核空间中的函数  $f(y)$  和固定的点  $x$ , 通过内积运算表现出再生性, 即  $f(x) = (f(y), K_x(y))_y$ . 于是, 离散的取值运算  $f(x_i)$  就可以用连续的形式表示出来:  $f(x_i) = (f(y), K_{x_i}(y))_y$ . 这样, 离散的语音信号的分析 and 处理就可以通过对其等价的连续表示形式的理论分析而得到. 事实上, 再生核空间有许多特殊性质, 基于再生核空间的信号分解不仅可以降低计算量, 而且可以通过算子特征值理论对语音信号的非线性特征进行研究, 并分析语音信号的非线性特征与高次谐波之间的关系. 另外, 可以利用再生核空间中的近似最优插值算法构造离散语音信号的连续一致逼近<sup>[9-12]</sup>, 此方法可应用于语音信号的恢复重建, 在此基础上可以实现对语音信号的高倍压缩.

再生核空间理论近十多年来得到了迅速发展, 并已经被应用于信号处理、SVM、机器学习、模式识别等领域<sup>[13-14]</sup>. 目前, 对再生核空间的理论研究主要集中在再生核空间及其核函数的构造问题, 基于再生核空间的插值逼近问题、数值泛函问题、数值积分问题以及各类非线性算子方程的求解问题等方面. 在应用方面, 基于核函数的 SVM 在模式识别与分类方面表现出了优良的性能, 通过 SVM 的训练和机器学习, 可以解决非线性分类问题. 对于一维的语音信号, 基于再生核空间提取的语音信号特征与语音识别中现在普遍采用的 MFCC 相比对噪声更健壮. 另外, 在信噪分离、说话人识别和语音识别等领域, 再生核理论及其方法也得到了应用.

本文主要讨论基于再生核空间的语音信号的正交分解及快速实现算法. 利用 Hilbert 空间  $W_2^1[a, b]$  的再生核函数构造一组标准正交函数组  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$ , 基于该函数组  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$  对语音信号实施正交分解, 再根据  $W_2^1[a, b]$  中再生核函数的性质给出了计算正交分解系数的快速算法. 该方法将离散的问题影射到连续函数空间中进行处理, 同时将 Hilbert 空间中的内积计算问题转化为函数在离散点的取值问题. 实验结果表明, 该方法可用于语音信号重建与特征抽取等方面.

收稿日期: 2008-11-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60572125).

作者简介: 章 森(1963—), 男, 山东济宁人, 副教授.

# 1 再生核空间 $W_2^1[a, b]$

首先考察一个特殊的函数空间  $W_2^1[a, b]$ , 其元素是区间  $[a, b]$  上的实值或复值函数, 在其上定义适当的内积和范数可以构成一个 Hilbert 空间, 而且它还是一个再生核空间, 其再生核函数可以用有限的形式表示出来.

**定义 1**  $W_2^1 \equiv W_2^1[a, b] = \{f(x) | f(x) \text{ 是 } [a, b] \text{ 上绝对连续的函数, 而且 } f'(x) \in L^2[a, b]\}$ , 其中  $L^2[a, b]$  表示在区间  $[a, b]$  上平方可积的函数集合.

**定义 2** 在  $W_2^1[a, b]$  上的内积与范数定义为

$$(f, g) = \int_a^b (f(x)g(x) + f'(x)g'(x)) dx, \quad \|f\| = (f, f)^{1/2} \tag{1}$$

**定理 1**  $W_2^1[a, b]$  在如定义 2 所定义内积下构成一个完全的内积空间<sup>[1]</sup>.

**定理 2** 内积空间  $W_2^1[a, b]$  具有唯一的再生核函数  $K(x, y)$ , 其表达式为

$$K(x, y) \equiv K_x(y) = \frac{1}{2\text{sh}(b-a)} [\text{ch}(x+y-b-a) + \text{ch}(|x-y|-b+a)] \tag{2}$$

且  $W_2^1[a, b]$  以  $K(x, y)$  为再生核函数构成一个再生核空间<sup>[1]</sup>.

$W_2^1[a, b]$  上的再生核函数  $K_x(y)$  满足再生性, 即  $\forall f(x) \in W_2^1[a, b]$  和  $\forall y \in [a, b]$ , 有

$$f(y) = (f(x), K_y(x)) \tag{3}$$

在区间  $[a, b]$  上取定一稠密集  $T = \{t_1, t_2, \dots\}$ , 并记  $\varphi_i(x) = K_{t_i}(x)$ , 可以构造  $W_2^1[a, b]$  上的一个完备系.

**定理 3** 函数系  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^\infty$  是函数空间  $W_2^1[a, b]$  上的一个完全系.

证明: 设  $f(x) \in W_2^1[a, b]$ , 如果有  $(f(x), \varphi_i(x)) = 0, i = 1, 2, \dots$ , 那么  $f(t_i) = (f(x), \varphi_i(x)) = 0, i = 1, 2, \dots$ , 由于  $T = \{t_1, t_2, \dots\}$  是  $[a, b]$  的稠密集及  $f(x)$  的连续性, 便可得  $f(x) \equiv 0$ , 这便说明函数系  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^\infty$  是  $W_2^1[a, b]$  的一个完全系.

对  $\{\varphi_i(x)\}_{i=1}^\infty$  做 Schmidt 正交化, 得到  $W_2^1[a, b]$  的一个标准正交基

$$\{\varphi_i^*(x)\}_{i=1}^\infty, \quad \varphi_i^*(x) = \sum_{j=1}^i \beta_{ji} \varphi_j(x) \tag{4}$$

其中  $\beta_{ji}$  为正交化系数.

**定理 4**  $W_2^1[a, b]$  中函数  $f(x)$  关于  $\{\varphi_i^*(x)\}_{i=1}^\infty$  的傅里叶级数收敛, 且有

$$f(x) = \sum_{i=1}^\infty \sum_{j=1}^i \beta_{ji} f(t_j) \varphi_i^*(x) \tag{5}$$

记  $\alpha_i = \sum_{j=1}^i \beta_{ji} f(t_j)$ ,  $\alpha_i$  称为  $f(x)$  的广义傅里叶系数, 其中  $\beta_{ji}$  是已知的. 因此计算系数  $\alpha_i$  仅须计算一些函数值即可. 在一般空间中求傅里叶系数基本都要计算积分, 这样的计算实际是以丢掉大量有效数字为代价的. 这是  $W_2^1[a, b]$  的优势之一.

**定理 5**  $W_2^1[a, b]$  中函数  $f(x)$  在其子空间  $S = \text{span}\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$  上的投影为

$$\bar{f}_n(x) = (P_n f)(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \beta_{ji} f(t_j) \varphi_i^*(x) \tag{6}$$

且  $f(t_i) = \bar{f}_n(t_i)$ ,  $\bar{f}_n(x)$  一致收敛于  $f(x)$ . 其中  $P_n: W_2^1[a, b] \rightarrow S$  为投影算子.

证明:  $(P_n f)(x) = \sum_{i=1}^n (f(x), \varphi_i^*(x)) \varphi_i^*(x)$

注意到  $\varphi_i^*(x) = \sum_{j=1}^i \beta_{ji} \varphi_j(x)$  以及再生核性质, 那么,  $(P_n f)(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \beta_{ji} f(t_j) \varphi_i^*(x)$ . 另一方面, 注意到算子  $P_n$  是共扼算子, 因此

$$\begin{aligned} \bar{f}_n(t_i) &= (P_n f)(t_i) = ((P_n f)(x), \varphi_i(x)) = (f(x), (P_n \varphi_i)(x)) = \\ &= (f(x), \varphi_i(x)) = f(t_i) \end{aligned}$$

可知  $\bar{f}_n(x)$  一致收敛于  $f(x)$ .

定理 5 表明, 在  $W_2^1[a, b]$  中的函数  $f(x)$  的投影即为  $f(x)$  的一种插值. 因为在  $W_2^1[a, b]$  中完全可以利用计算函数值而取代积分计算, 这可以使计算速度与精度大大提高. 投影逼近可有更高的速度, 并在保证精度下快速实现, 这是  $W_2^1[a, b]$  的优势之二. 此外, 投影逼近又是一种插值逼近, 因为它在插值节点处与函数精确相等. 这是  $W_2^1[a, b]$  的优势之三.

综合定理 4 和定理 5 可以得到函数  $f(x)$  在有限样本空间上基于再生核函数  $\{\varphi_i(x)\}_1^n$  的正交分解为

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{i=1}^n (f(x), \varphi_i^*(x)) \varphi_i^*(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \alpha_i \beta_{ji} \varphi_j(x) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \beta_{ji} \beta_{ik} f(x_j) \varphi_k(x) \end{aligned} \quad (7)$$

由式(7)可以看出, 函数  $f(x)$  可以用有限个样本点  $\{f(x_j)\}_1^n$  来表示, 这是一种插值表示形式. 在实际计算的时候, 不需要计算全部的  $\beta_{ji}$ , 最多只要  $3n$  个就够了.

再生核函数  $K(x, y)$  的 3 维图像和 2 维图像分别如图 1 和图 2 所示. 图 1 中,  $x, y \in [0, 1]$ , 图 2 中,  $x \in [0, 1]$ ,  $y$  分别取 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.9, 相当于对  $y$  的一个离散采样.

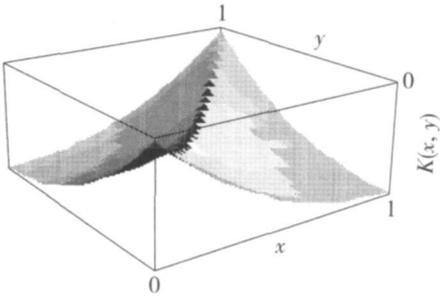


图 1 再生核函数  $K(x, y)$  的 3 维图像

Fig. 1 The 3-dimensional image of  $K(x, y)$

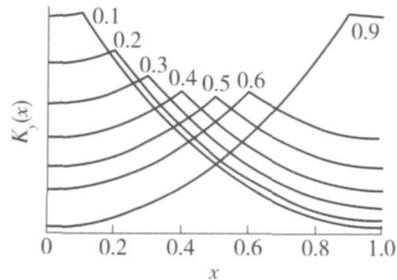


图 2 再生核函数  $K(x, y)$  的 2 维图像

Fig. 2 The 2-dimensional image of  $K(x, y)$

## 2 语音信号在 $W_2^1[a, b]$ 中的分解

语音信号  $f(t)$  可以看作是一维时间  $t$  的绝对连续函数. 但是,  $f(t)$  的导数函数  $f'(x)$  是否在有限区间上平方可积? 这是一个必须解决的问题. 因为一般情况下不能给出语音信号  $f(t)$  的有限解析表达式, 而给出的只是通过采样得到的一些  $f(t)$  的离散值, 所以这个问题难以直接进行处理. 一般可以用 2 种方法对该问题进行间接处理: 一种是实验的方法, 即通过数值微分和数值积分大量计算  $[f'(x)]^2$  在所考虑的有限区间中的积分情况来分析  $f'(x)$  是否在有限区间上是否平方可积; 为此, 对汉语语音信号中的辅音和元音进行了计算, 选取的帧长(积分区间)为 30 ms(即 240 个样本点, 8 kHz 采样率), 计算结果表明元音段积分值比较稳定, 辅音段稍差, 但  $[f'(x)]^2$  可积的假设是可以接受的. 另一种是逼近分析的方法. 因为语音信号  $f(x)$  连续, 在一个有限区间内可以分解为傅里叶级数, 所以, 函数  $f(x)$  可以用傅里叶级数的有限和  $S_n(x)$  逼近之. 注意  $S_n'(x)$  是连续的, 平方可积的; 因此,  $[f'(x)]^2$  可积性的假设在语音信号分析中是可以接受的. 但  $S_n'(x)$  的第  $k$  项比  $S_n(x)$  的第  $k$  项扩大了  $k$  倍, 这表明原始语音信号  $f(x)$  的高频成分对  $[f'(x)]^2$  的可积性有较大的影响. 因此, 为了满足  $[f'(x)]^2$  的可积性条件, 可以对原始语音信号  $f(x)$  进行低通滤波处理, 以减少高频成分的影响, 增加  $f(x)$  的光滑性. 综上所述, 在有限区间上, 可以把语音信号  $f(x)$  作为再生核空间  $W_2^1[a, b]$  中的元素进行分析和处理, 并与语音信号的短时处理方法相结合.

本文均假设语音信号  $f(x) \in W_2^1[a, b]$ , 并且只是在有限区间  $[a, b]$  上对  $f(x)$  进行分析和处理. 这里区间  $[a, b]$  相当于语音信号短时处理方法中的帧. 下面讨论如何把一帧的语音信号影射到区间  $[a, b]$  上



3) 对于  $1 \sim (k-1)$ , 假设  $\beta_{ji} (j=1, \dots, i, \text{且 } i \leq k-1)$  都已经计算出来, 下面计算  $\beta_{jk}, j=1, \dots, k$ . 因为

$$\text{对于 } j < k, \text{ 有 } \varphi_j^*(x) = \sum_{i=1}^j \beta_{ij} \varphi_i(x).$$

$$\text{所以, } (\varphi_k(x), \varphi_j^*(x)) = \sum_{i=1}^j \beta_{ij} (\varphi_k(x), \varphi_i(x)) = \sum_{i=1}^j \beta_{ij} \varphi_k(x_i) \quad (j < k)$$

$$\|\Psi_k\|^2 = \varphi_k(x_k) - \sum_{j=1}^{k-1} \left[ \sum_{i=1}^j \beta_{ij} \varphi_k(x_i) \right]^2$$

$\beta_{kk} = 1/\|\Psi_k\|$ , 可得  $\beta_{jk}, j=1, \dots, k-1$  为

$$\beta_{jk} = -\beta_{kk} \sum_{i=j}^{k-1} \left[ \beta_{ji} \sum_{m=1}^i \beta_{mi} \varphi_k(x_m) \right] \quad j=1, \dots, k-1$$

4) 由上述 3 个步骤可以递归计算出所有的正交化系数  $\beta_{kj}$ , 再根据  $\alpha_j = \sum_{k=1}^j \beta_{kj} f(x_k)$  可以计算出正交

分解系数  $\{\alpha_j\}_1^n$ .

对上述算法做一个简要分析: 假设问题规模是  $N$ , 即有  $N$  个节点. 在计算  $\beta_{kk} (k > 1)$  时, 需要的乘法计算量为:  $1+2+\dots+k = k(k+1)/2$ , 即  $O(N^2)$ ; 同样,  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  需要的乘法计算量也为  $O(N^2)$ . 因此, 当  $k$  从 1 遍历到  $N$  时, 算法所需总的乘法计算量为  $O(N^3)$ . 在上述分析中, 对  $\varphi_k(x_j) (k=1, \dots, N, j=1, \dots, k)$  中涉及的乘法计算量没有计入, 只看作 1 次取值运算; 另外, 算法所需总的加法计算量也为  $O(N^3)$ . 从计算量的角度看, 该算法比快速傅里叶变换和小波变换需要的计算量更大, 这也是该算法的一个需要改进的地方.

## 4 实验结果分析

实验数据是从 1 段连续语音中截取的汉语拼音“shi4”的语音数据, 时长为 3.26 s, 5 217 个样本值, 16 kHz 采样率, 16 位量化, 这段语音中既有辅音, 也有元音, 且二者的时长相当. 在分析过程中取帧长为 512 个样本值.

针对上述语音信号, 实验内容主要包括对辅音“sh”和元音“i”的正交分解. 首先计算正交化系数  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$ , 将  $[0, 1]$  区间  $n$  等分, 等分点集合记为  $\{x_j\}_1^n$ , 在实验过程中针对不同的  $n$  取值, 如 16, 160, 320, 512, 1 000 等, 分别计算了正交化系数  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$ , 计算结果显示, 除  $\beta_{11}$  大约在 0.8 左右, 其他  $\beta_{kk} (k > 1)$  在 4.12 ~ 31.63 数量级上, 而  $\beta_{k-1,k} (k > 1)$  与  $\beta_{kk} (k > 1)$  反号且差别不大, 但其他  $\beta_{jk} (j \leq k-2)$  数值都很小, 在  $10^{-10}$  数量级或更小, 可以忽略不计, 对计算结果没有实质影响. 表 1 列出了  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  的一些计算结果.

表 1 正交化系数  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$

Table 1 Samples of  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$

点数 $n$	$\beta_{11}$	$\beta_{kk} (k > 1)$	$\beta_{k-1,k}$	$\beta_{jk} (j < k-1)$	点数 $n$	$\beta_{11}$	$\beta_{kk} (k > 1)$	$\beta_{k-1,k}$	$\beta_{jk} (j < k-1)$
8	0.91	2.95	-2.72	$10^{-15}$	320	0.87	17.91	-17.87	$10^{-12}$
16	0.89	4.12	-3.91	$10^{-14}$	512	0.87	22.64	-22.61	$10^{-11}$
160	0.87	12.68	-12.62	$10^{-13}$	1 000	0.87	31.63	-31.61	$10^{-11}$

在计算 Gram 正交化系数  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  的过程中, 没有用到语音信号  $f(x)$  的值, 仅仅用到了节点  $\{x_j\}_1^n$  和再生核函数  $\{\varphi_i(x)\}_1^i$ . 因此, 计算出  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  后可以暂时存放起来, 在分析其他帧的语音信号时不用重复计算了. 从  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  的特性可以看出, 它具有很好的局部性, 即  $\beta_{kk}$  仅与  $\beta_{k-1,k}$  有关, 而与其他  $\beta_{jk} (j < k-1)$  几乎无关. 图 3 是在节点数  $n=512$  时的  $\beta_{jk} (j=1, \dots, k)$  的分布, 其中颜色越深表示其值越大, 灰色表示为 0.

计算正交分解系数  $\alpha_i$  时需要用到语音信号  $f(x)$  的采样值. 因为  $\beta_{ji}$  具有很强的局部性质, 所以  $\alpha_i$  的计算只需要  $\beta_{ji}, \beta_{i-1, i}$  以及  $f(x_i)$  和  $f(x_{i-1})$ , 而与其他正交化系数和采样值基本无关. 另外,  $\{\alpha_i\}_i^n$  本身之间的相关性也应该显著减少(理论上它们是线性无关的). 图4到图7分别显示了汉语辅音“sh”“i”的部分原始采样数据及其正交分解系数. 比较元音“i”的波形图像和正交分解系数图像可以看出其正交分解系数之间的相关性已经大大减弱.

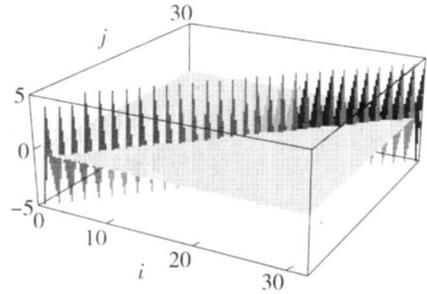


图3 正交化系数  $\beta_{ji}$  分布图  
Fig.3 Distribution of  $\beta_{ji}$

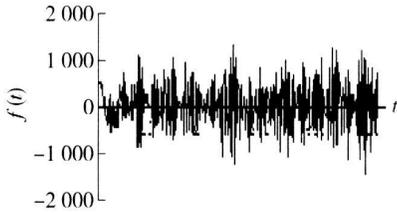


图4 辅音“sh”的部分语音波形  
Fig.4 The original waveform of “sh”

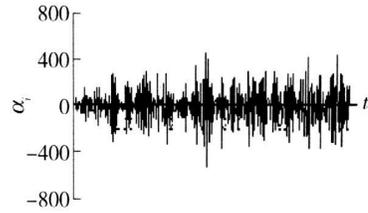


图5 辅音“sh”的分解系数  $\alpha_i$   
Fig.5 The coefficients  $\alpha_i$  of “sh”

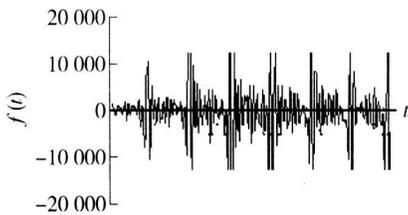


图6 元音“i”的部分语音波形  
Fig.6 The original waveform of “i”

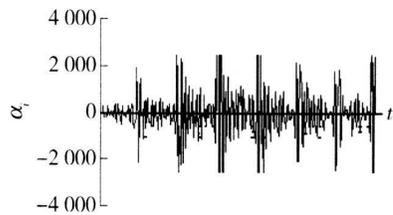


图7 元音“i”的分解系数  $\alpha_i$   
Fig.7 The coefficients  $\alpha_i$  of “i”

在基于再生核空间的语音信号正交分解过程中, 不要求采样点  $\{x_j\}_1^n$  是等间隔的. 因此, 该方法也适合于采用非均匀采样得到的数据序列.

### 5 结束语

本文介绍了基于再生核空间  $W_2^1[a, b]$  的对语音信号进行正交分解的方法以及快速实现算法. 该方法将离散的问题影射到连续函数空间中进行处理, 同时将 Hilbert 空间中的内积计算问题转化为函数在离散点上的取值问题进行处理. 计算结果显示, 正交化系数的分布主要集中在对角线附近, 其他的系数很小, 可以忽略不计, 简化了正交分解的计算量.

再生核空间作为一种分析框架, 可以实现对语音信号的分解. 但分解不是目的, 只是一种手段, 通过分解能实现对语音信号进行处理才是目的.

### 参考文献:

[1] 崔明根, 吴勃英. 再生核空间数值分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.  
 [2] WEI NERT H. Reproducing kernel Hilbert spaces: Application in statistical signal processing[M]. New York: Hutchinson Ross Pub Co, 1982.  
 [3] KAILATH T. An RKHS approach to detection and estimation problems-part v: parameter estimation [J]. IEEE Trans

Information Theory, 1973, IT-19(1): 29-37.

- [4] CHAKRABATTY S, DENG Yun-bin, CAUWENBERGHS G. Robust speech feature extraction by growth transformation in reproducing kernel Hilbert space[C]//Proc IEEE Int Conf Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP2004). Canada: Montreal, 2004.
- [5] KOCSOR A, TOTH L. Kernel-based feature extraction with a speech technology application[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2004, 52(8): 2250-2263.
- [6] KOCSOR A, TOTH L. A comparative study of several feature transformation and learning methods for phoneme classification[J]. Int Journal of Speech Technology, 2000, 3(3/4): 263-276.
- [7] KOCSOR A, TOTH L. Application of kernel-based feature space transformations and learning methods to phoneme classification[J]. Applied Intelligence, 2004, 21(2): 129-142.
- [8] TOTH L, KOCSOR A, GOSZTOLYA G. Telephone speech recognition via the combination of knowledge sources in a segmental speech model[J]. Acta Cybernetica, 2004, 16: 643-657.
- [9] LARKIN F. Optimal approximation in Hilbert space with reproducing kernel function[J]. Math Comp, 1992, 22(4): 911-921.
- [10] TOTH L, KOCSOR A. Harmonic alternatives to sine-wave speech[C]//Proc Eurospeech. Switzerland: Geneva, 2003.
- [11] TOTH L, KOCSOR A. Explicit duration modelling in HMM/ANN hybrids[C]//Proceedings of TSD 2005. New York: Springer, 2005: 310-317.
- [12] BANHALMI A, KOVACS K, KOCSOR A, et al. Fundamental frequency estimation by least-squares harmonic model fitting[J]//Proceedings of EuroSpeech. Portugal: Lisbon, 2005.
- [13] WAHBA G. Reproducing kernel hilbert spaces-two brief reviews[C]//Proceedings of the 13th IFAC Symposium on System Identification. The Netherlands: Rotterdam, 2003.
- [14] VAPNIK V N. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1995.

## The Orthogonal Decomposition and Implementation Algorithm for Speech Signals Based on Reproducing Kernel Space

ZHANG Sen, LI U Lei, DIAO Lu-hong

(College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing, 100124, China)

**Abstract:** An new orthogonal decomposition method and implementation algorithm for speech signals is proposed in this paper. From the reproducing kernel function of Hilbert space  $W_2^1[a, b]$ , a set of normalized orthogonal functions  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$  are generated. Based on  $\{\varphi_j^*(x)\}_1^n$ , speech signals can be orthogonally decomposed, and the orthogonal decomposition coefficients can be computed by a fast algorithm based on the properties of reproducing kernel function. This method transforms the discrete problem to continuous function space and convert the inner product computation problem in Hilbert space into function evaluation problem in some discrete points. The experiment results indicate that it can be applied to the reconstruction and feature extraction of speech signals.

**Key words:** speech signal; reproducing kernel space; orthogonal decomposition; signal analysis

(责任编辑 苗艳玲)